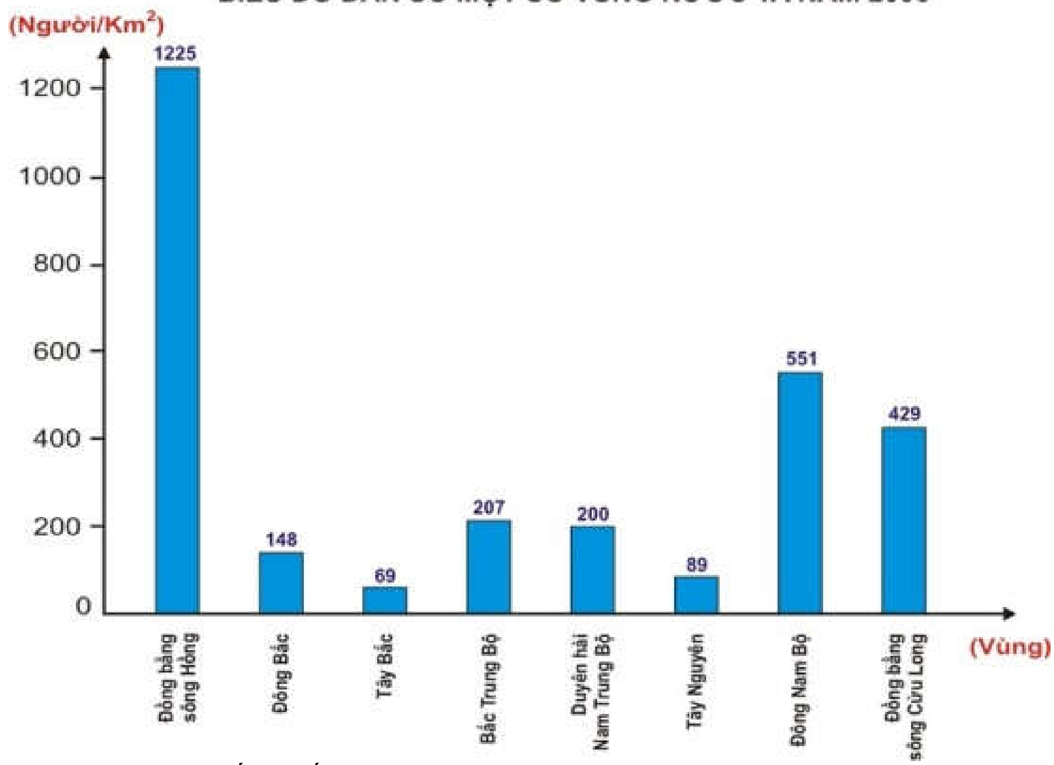
# ĐỀ SỐ 2. ÔN THI ĐGNL ĐHQG HÀ NỘI 2021-2022

• |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

## A. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (35 CÂU)

**Câu 1.** Người ta thống kê dân số một số vùng nước ta năm 2006 biểu diễn thành biểu đồ ở trên.

BIỂU ĐỒ DÂN SỐ MỘT SỐ VÙNG NƯỚC TA NĂM 2006




Vùng nào có dân số ít nhất?

**A.** Tây Bắc. **B.** Tây Nguyên

**C.** Đồng Bằng Sông Hồng. **D.** Đồng Bắc

**Câu 2.** Một ô tô đang chạy đều với vận tốc $a\ (m/s)$ thì người ta đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+a\ (m/s)$, trong đó $t$ là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn ô tô di chuyển được $40$ mét thì vận tốc ban đầu $a$ bằng bao nhiêu?

**A.** $a=25$. **B.** $a=80$. **C.** $a=20$. **D.** $a=40$.

**Câu 3.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-x\right)>\log_{\frac{1}{2}}\left(2x-2\right)$

**A.** $(1;+\infty)$. **B.** $(1;2)\cup(2;+\infty)$. **C.** $[1;2]$. **D.** $(1;2)$.

**Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi $H$ hình chiếu vuông góc của $M(2;0;1)$ lên đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. Tìm tọa độ điểm $H$.

**A.** $H(2;2;3)$. **B.** $H(0;-2;1)$. **C.** $H(1;0;2)$. **D.** $H(-1;-4;0)$.

**Câu 8.** Tìm $m$ để $\left|4x-2m-\dfrac{1}{2}\right|>-x^2+2x+\dfrac{1}{2}-m$ với mọi $x$?

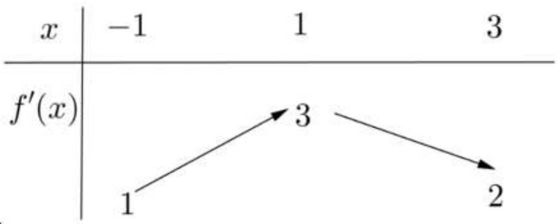
**A.** $m>\dfrac{3}{2}$. **B.** $-2<m<3$ **C.** $m>3$. **D.** $m<\dfrac{3}{2}$.

**Câu 9.** Có bao nhiêu giá trị nguyên $m$ để phương trình dưới đây có nghiệm?

$$4\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right).\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=m^2+\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$$

**A.** 5 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 7

**Câu 12.** Cho $f\left(x\right)$ mà hàm số $y=f'\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Tất cả các giá trị của tham số $m$ để bất phương trình $m+x^2<f\left(x\right)+\frac{1}{3}x^3$ nghiệm đúng với mọi $x\in\left(0;3\right)$




là

**A.** $m\le f\left(3\right)$ **B.** $m<f\left(1\right)-\frac{2}{3}$ **C.** $m<f\left(0\right)$ **D.** $m\le f\left(0\right)$

**Câu 13.** Một chất điểm thực hiện chuyển động thẳng trên trục $Ox$ với vận tốc được cho bởi công thức $v\left(t\right)=3t^2+4t\ (m/s)$, ($t$ là thời gian). Biết rằng tại thời điểm bắt đầu của chuyển động, chất điểm đang ở vị trí có tọa độ $x=3$. Tọa độ của chất điểm sau 1 giây chuyển động là ?

**A.** $x=9$. **B.** $x=4$. **C.** $x=5$. **D.** $x=6$.

**Câu 14.** Một khách hàng có 100 triệu đồng gửi vào ngân hàng kì hạn 3 tháng với lãi suất $0.65\%$ một tháng theo phương thức lãi kép. Hỏi sau bao nhiêu quý thì vị khách này mới có số tiền lãi nhiều hơn số tiền gốc.

**A.** 48 quý. **B.** 36 quý. **C.** 12 quý. **D.** 24 quý.

**Câu 15.** Số nghiệm của phương trình $\log_5\left(x+4\right)=3$ là:

**A.** 3 . **B.** 1. **C.** 2 . **D.** 0 .

**Câu 16.** Gọi $\left(H\right)$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2+1$ và $y=4x-2$. Khi đó thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng $\left(H\right)$ quanh trục $Ox$ là:

**A.** $\frac{1016\pi}{15}$. **B.** $\frac{248\pi}{3}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** $\frac{224}{15}\pi$.

**Câu 17.** Giá trị lớn nhất của $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(8-2m\right)x+m+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là?

**A.** $m=6$ **B.** $m=-2$ **C.** $m=2$ **D.** $m=-4$

**Câu 18.** Cho 2018 phức $z=a+bi$ (trong đó $a$, $b$ là các 2018 thực thỏa mãn $3z-\left(4+5i\right)\overline{z}=-17+11i$. Tính $ab$.

**A.** $ab=-6$. **B.** $ab=6$. **C.** $ab=-3$. **D.** $ab=3$.

**Câu 19.** Tập hợp điểm biểu diễn số phức $z$ thỏa mãn $\left|\frac{z}{z-i}\right|=3$ là đường nào?

**A.** Một đường tròn. **B.** Một đường elip.
**C.** Một đường thẳng. **D.** Một đường parabol.

**Câu 20.** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$ cho bốn điểm $A\left(3;-5\right), B\left(-3;3\right), C\left(-1;-2\right), D\left(5;-10\right)$. Hỏi $G\left(\frac{1}{3};-3\right)$ là trọng tâm của tam giác nào dưới đây?

**A.** $ABD$. **B.** $ABC$. **C.** $BCD$. **D.** $ACD$.

**Câu 21.** Với giá trị nào của $m$ thì phương trình sau đây là phương trình sau đây là phương trình của đường tròn $x^2+y^2-2\left(m+2\right)x+4my+19m-6=0$?

**A.** $m<1$ hoặc $m>2$. **B.** $m<-2$ hoặc $m>1$.
**C.** $1<m<2$. **D.** $-2\le m\le 1$.

**Câu 22.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi $A$, $B$, $C$ lần lượt là hình chiếu của $M$ lên các trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$. Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là

**A.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$. **B.** $x+2y+3z-6=0$.
**C.** $6x+3y+2z+6=0$. **D.** $6x+3y+2z-6=0$.

**Câu 23.** Cho tam giác $ABC$ vuông cân tại $A$, $AB=2a$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác $ABC$ quanh cạnh $AB$ bằng

**A.** $\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{8\pi a^3}{3}$.

**Câu 24.** Hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Một mặt cầu tiếp xúc với các đường sinh của hình trụ và hai đáy của hình trụ. Tỉ số thể tích của khối trụ và khối cầu là.

**A.** $\frac{4}{3}$. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

**Câu 25.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $a$. Hình chiếu vuông góc của $A'$ lên mặt phẳng $(ABC)$ trùng với trung điểm cạnh $BC$. Góc giữa $BB'$ và mặt phẳng $(ABC)$ bằng $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

**A.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

**Câu 26.** Cho tứ diện $ABCD$. Điểm $M$ thuộc đoạn $AC$ ($M$ khác $A$, $M$ khác $C$). Mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $M$ song song với $AB$ và $AD$. Thiết diện của $(\alpha)$ với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

**A.** Hình tam giác **B.** Hình bình hành **C.** Hình vuông **D.** Hình chữ nhật

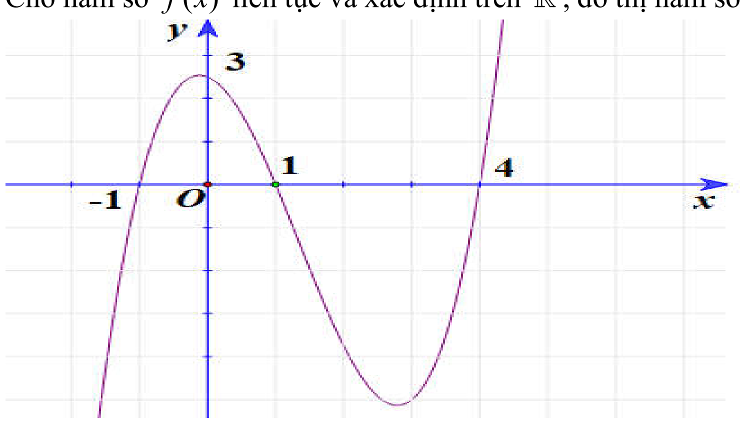
**Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;2;-2), B(3;-3;3)$. $M$ là điểm thay đổi trong không gian thỏa mãn $\frac{MA}{MB}=\frac{2}{3}$. Khi đó độ dài $OM$ lớn nhất bằng?

**A.** $6\sqrt{3}$. **B.** $5\sqrt{3}$. **C.** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. **D.** $12\sqrt{3}$.

**Câu 28.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+4t\\z=3+t\end{cases}$. Hình chiếu song song của $d$ lên mặt phẳng $(Oxz)$ theo phương $\Delta:\frac{x+1}{-1}=\frac{y-6}{-1}=\frac{z-2}{1}$ có phương trình là

**A.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=0\\z=1-4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=0\\z=1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1-2t\\y=0\\z=5-4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

**Câu 29.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.




Hàm số $y=f(|3-x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** $2$. **B.** $5$. **C.** $4$. **D.** $1$.

**Câu 31.** Cho hàm số $f(x)=mx^3-3mx^2+(3m-2)x-m+2$ với $m$ là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương nhỏ hơn 10 của tham số $m$ để hàm số $g(x)=|f(x)|$ có **đúng** 5 điểm cực trị ?

**A.** 9. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 11.

**Câu 32.** Cho phương trình: $(x^2-2x+3)^2+2(3-m)(x^2-2x+3)+m^2-6m=0$. Tìm m để phương trình có nghiệm:

**A.** $m\geq 2$. **B.** $m\leq 4$. **C.** $m\leq -2$. **D.** $\forall m$.

**Câu 33.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn các điều kiện sau: $f(0)=-2$ và $(x^2+1)f'(x)+xf(x)=-x, \forall x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $I=\int_0^{\sqrt{3}} xf(x)dx.$

**A.** $I=\frac{5}{2}$. **B.** $I=-\frac{3}{2}$. **C.** $I=\frac{3}{2}$. **D.** $I=-\frac{5}{2}$.

**Câu 34.** Cho tập $A=\{1,2,3,4,5,6\}$. Trong các số tự nhiên gồm 6 chữ số được lập từ các chữ số thuộc tập $A$, chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để trong số đó luôn xuất hiện $3$ chữ số $2$, các chữ số còn lại đôi một khác nhau.

**A.** $\frac{55}{972}$. **B.** $\frac{35}{972}$. **C.** $\frac{25}{972}$. **D.** $\frac{45}{972}$.

**Câu 35.** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2020. Gọi $M,N$ lần lượt là trung điểm của $AA'$; $BB'$ và điểm $P$ nằm trên cạnh $CC'$ sao cho $PC=3PC'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm $A,B,C,M,N,P$ bằng

**A.** $\frac{2020}{3}$. **B.** $\frac{5353}{3}$. **C.** $\frac{2525}{3}$. **D.** $\frac{3535}{3}$.



## B. ĐIỀN KHUYẾT (15 CÂU)

**Câu 36.** Cho hàm số $y=x^3+3x^2-6x+1$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tung độ tiếp điểm bằng 9

Đáp án: ………….

**Câu 37.** Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x(x-3)^2(x-2)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

Đáp án: ………….

**Câu 38.** Khoảng cách từ điểm $M(-2;-4;3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-3=0$ là:

Đáp án: ………….

**Câu 39.** Trong hộp có $5$ quả cầu đỏ và $7$ quả cầu xanh kích thước giống nhau. Lấy ngẫu nhiên $5$ quả cầu từ hộp. Hỏi có bao nhiêu khả năng lấy được số quả cầu đỏ nhiều hơn số quả cầu xanh.

Đáp án: ………….

**Câu 40.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-16}{x-2}=12$. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt[3]{5f(x)-16}-4}{x^2+2x-8}$.

Đáp án: ………….

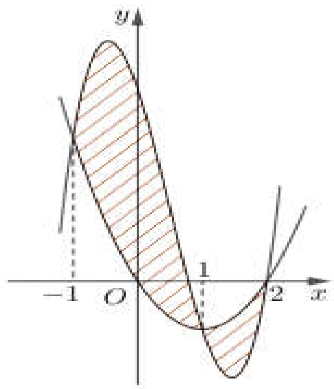
**Câu 41.** Biết rằng hàm số $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{4}$ tại $x=\frac{3}{2}$ và tổng lập phương các nghiệm của phương trình $y=0$ bằng $9$. Tính $P=abc.$

Đáp án: ……………

**Câu 42.** Cho hàm số $y = mx^4 - (m+1)x^2 - 2019$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số có ba điểm cực trị.

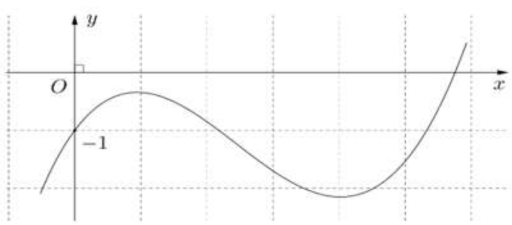
Đáp án: ……………

**Câu 43.** Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 4$ và $g(x) = mx^2 + nx$ có đồ thị trong hình bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số trên (*phần gạch chéo trong hình vẽ*) bằng




Đáp án: ……………

**Câu 44.** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3 f(x)\right) + 1 = 0$ là




Đáp án: ……………

**Câu 45.** Cho các số phức $z$ thỏa mãn $|z| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = 3 - 2i + (2 - i)z$ là một đường tròn. Tính bán kính $r$ của đường tròn đó.

Đáp án: ……………

**Câu 46.** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $4a$, lấy $H$, $K$ lần lượt trên các cạnh $AB$, $AD$ sao cho $BH = 3HA$ $AK = 3KD$. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ tại $H$ lấy điểm $S$ sao cho $\widehat{SBH} = 30^\circ$. Gọi $E$ là giao điểm của $CH$ và $BK$. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $SE$ và $BC$.

Đáp án: ……………

**Câu 47.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y - z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+2}{-1}$. Tam giác $ABC$ có $A(-1;2;1)$, các điểm $B$, $C$ nằm trên $(\alpha)$ và trọng tâm $G$ nằm trên đường thẳng $d$. Tọa độ trung điểm $M$ của $BC$ là:

Đáp án: ……………

**Câu 48.** Cho các số thực $a, b$ thỏa mãn $a \geq b > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \dfrac{1}{\log_{ab} a} + \sqrt{\log_a \dfrac{a}{b}}$ đạt giá trị lớn nhất khi $b = a^k$. Khi $k$ thuộc khoảng nào sau đây:

Đáp án: ……………

**Câu 49.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a$, mặt bên $SAB$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi $H$, $M$, $O$ lần lượt là trung điểm các cạnh $AB$, $SA$, $AC$ và $G$ là trọng tâm tam giác $SBC$. Khoảng cách từ $G$ đến mặt phẳng $(HMO)$ bằng

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Câu 50.** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $A$, $AB = 1$, $AC = 2$.

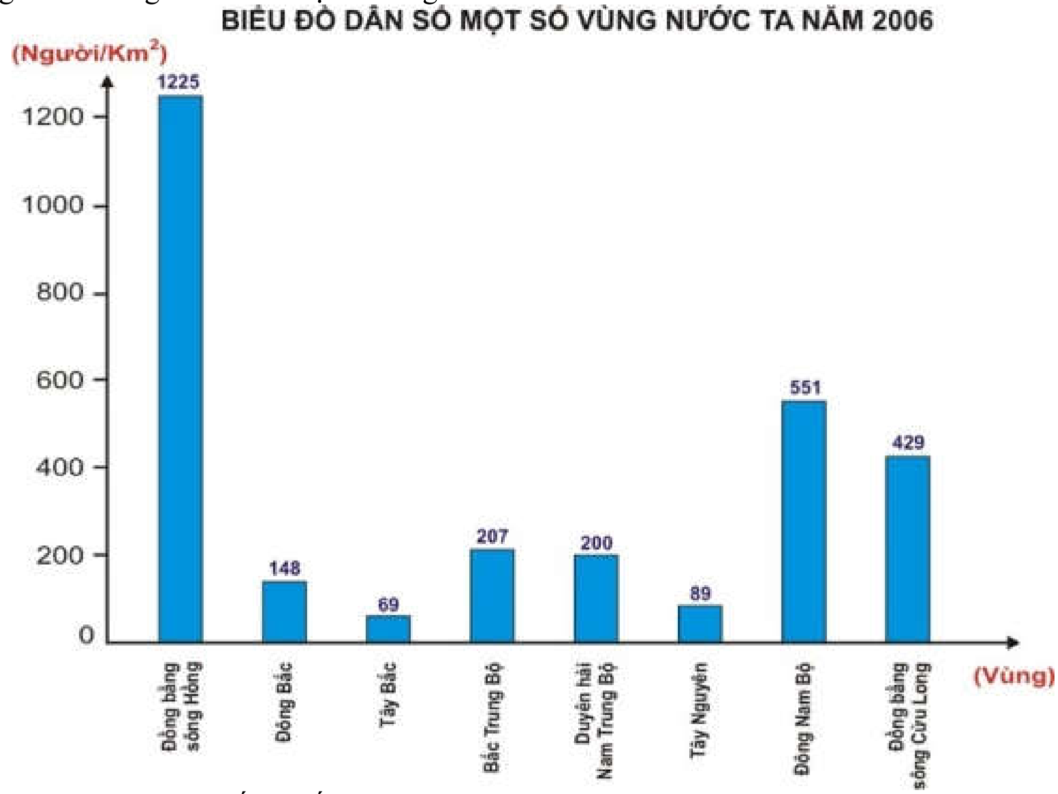
Các mặt bên $(SBC),(SCA),(SAB)$ lần lượt tạo với đáy các góc $90°;\alpha;\beta$ sao cho $\alpha+\beta=90°$.Thể tích khối chóp $S.ABC$ có giá trị lớn nhất bằng

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Lời giải tham khảo**

## A. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (35 CÂU)

**Câu 1.** Người ta thống kê dân số một số vùng nước ta năm 2006 biểu diễn thành biểu đồ ở trên.




Vùng nào có dân số ít nhất?

**A.** Tây Bắc. **B.** Tây Nguyên

**C.** Đồng Bằng Sông Hồng. **D.** Đồng Bắc

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 2.** Một ô tô đang chạy đều với vận tốc $a\ (m/s)$ thì người ta đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + a\ (m/s)$, trong đó $t$ là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn ô tô di chuyển được $40$ mét thì vận tốc ban đầu $a$ bằng bao nhiêu?

**A.** $a = 25$. **B.** $a = 80$. **C.** $a = 20$. **D.** $a = 40$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Khi ôtô dừng hẳn $v(t) = 0 \Rightarrow -5t + a = 0 \Leftrightarrow t = \frac{a}{5}$.

Theo đề bài: $40 = \int_0^{\frac{a}{5}} (-5t + a)\mathrm{d}t \Leftrightarrow 40 = \left(-\frac{5}{2}t^2 + at\right)\Big|_0^{\frac{a}{5}} \Leftrightarrow a = 20$.

**Câu 3.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x) > \log_{\frac{1}{2}}(2x - 2)$

**A.** $(1;+\infty)$. **B.** $(1;2) \cup (2;+\infty)$. **C.** $[1;2]$. **D.** $(1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x) > \log_{\frac{1}{2}}(2x - 2) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x > 0 \\ x^2 - x < 2x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x > 0 \\ x^2 - 3x + 2 < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<0 \\ x>1 \end{array}\right. \\ 1<x<2 \end{cases} \Leftrightarrow 1<x<2.$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S=(1;2)$.

**Câu 4.** Hệ phương trình $\begin{cases} x-y=9 \\ x.y=90 \end{cases}$ có nghiệm là:

**A.** $(15;\ 6),(-6;-15)$. **B.** $(15;6),(6;15),(-15;-6),(-6;-15)$.

**C.** $(15;6),(6;15)$. **D.** $(-15;-6),(-6;-15)$.

**Lời giải**

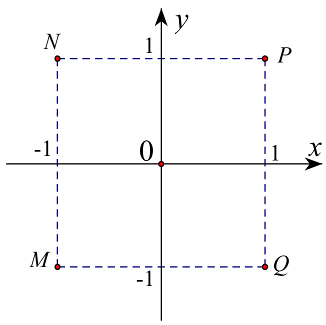
**Chọn A**

Ta có : $y=x-9 \Rightarrow x(x-9)=90 \Rightarrow x^2-9x-90=0 \Rightarrow x=15; x=-6$

$x=15 \Rightarrow y=6$, $x=-6 \Rightarrow y=-15$.

**Câu 5.** Cho các số phức $z=-1+2i$, $\mathrm{w}=2-i$. Điểm nào trong hình bên biểu diễn số phức $z+\mathrm{w}$ ?

**A.** $Q$ **B.** $M$ **C.** $N$ **D.** $P$




**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $z+\mathrm{w}=(-1+2i)+(2-i)=1+i$. Vậy điểm biểu diễn số phức $z+\mathrm{w}$ là điểm $P(1;1)$.

**Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x+y+3z=0$, $(R): 2x-y+z=0$ là

**A.** $4x-5y-3z-12=0$. **B.** $2x+y-3z-14=0$.

**C.** $4x+5y-3z-22=0$. **D.** $4x+5y-3z+22=0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Mặt phẳng $(Q): x+y+3z=0$, $(R): 2x-y+z=0$ có các vectơ pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_1}=(1;1;3)$ và $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;1)$.

Vì $(P)$ vuông góc với hai mặt phẳng $(Q)$, $(R)$ nên $(P)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}\right]=(4;5;-3)$.

Ta lại có $(P)$ đi qua điểm $B(2;1;-3)$ nên $(P): 4(x-2)+5(y-1)-3(z+3)=0$ $\Leftrightarrow 4x+5y-3z-22=0$.

**Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi $H$ hình chiếu vuông góc của $M(2;0;1)$ lên đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$. Tìm tọa độ điểm $H$.

**A.** $H(2;2;3)$. **B.** $H(0;-2;1)$. **C.** $H(1;0;2)$. **D.** $H(-1;-4;0)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}\quad (t\in\mathbb{R})$ mà $H\in\Delta\Rightarrow H(t+1;2t;t+2)\Rightarrow \overrightarrow{MH}=(t-1;2t;t+1)$.

Đường thẳng $\Delta$ có một VTCP là $\vec{u}=(1;2;1)$.

Khi đó $MH\perp\Delta\Leftrightarrow \overrightarrow{MH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow (t-1)+4t+(t+1)=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow H(1;0;2)$.

**Câu 8.** Tìm $m$ để $\left|4x-2m-\frac{1}{2}\right|>-x^2+2x+\frac{1}{2}-m$ với mọi $x$?

**A.** $m>\frac{3}{2}$. **B.** $-2<m<3$ **C.** $m>3$. **D.** $m<\frac{3}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta thấy để $\left|4x-2m-\frac{1}{2}\right|>-x^2+2x+\frac{1}{2}-m$ đúng với mọi $x$ thì $-x^2+2x+\frac{1}{2}-m<0,\forall x\in\mathbb{R}$

Hay $-x^2+2x+\frac{1}{2}<m,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow 1+\frac{1}{2}-m<0\Leftrightarrow m>\frac{3}{2}$.

**Câu 9.** Có bao nhiêu giá trị nguyên $m$ để phương trình dưới đây có nghiệm?

$4\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right).\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=m^2+\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$

**A.** 5 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 7

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình ban đầu tương đương với $2\left(\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+\sin\frac{\pi}{2}\right)=m^2+\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x+2=m^2+\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x\Leftrightarrow \cos 2x=\frac{m^2-2}{2}$.

Phương trình ban đầu có nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases}\frac{m^2-2}{2}\ge -1\\ \frac{m^2-2}{2}\le 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\in(-\infty;+\infty)\\-2\le m\le 2\end{cases}\Leftrightarrow -2\le m\le 2$

**Câu 10.** Người ta trồng $3240$ cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

**A.** $80$. **B.** $79$. **C.** $81$. **D.** $82$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Giả sử trồng được $n$ hàng cây $(n\ge 1,n\in\mathbb{N})$.

Số cây ở mỗi hàng lập thành cấp số cộng có $u_1=1$ và công sai $d=1$.

Theo giả thiết:

$$S_n = 3240 \Leftrightarrow \frac{n}{2}\left[2u_1 + (n-1)d\right] = 3240 \Leftrightarrow n(n+1) = 6480 \Leftrightarrow n^2 + n - 6480 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 80 \\ n = -81 \end{array}\right.$$

So với điều kiện, suy ra: $n = 80$.
Vậy có tất cả $80$ hàng cây.

**Câu 11.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{2x+1}{(x+2)^2}$ trên khoảng $(-2;+\infty)$ là

**A.** $2\ln(x+2) - \dfrac{3}{x+2} + C$.  **B.** $2\ln(x+2) + \dfrac{1}{x+2} + C$.

**C.** $2\ln(x+2) - \dfrac{1}{x+2} + C$.  **D.** $2\ln(x+2) + \dfrac{3}{x+2} + C$.

**Lời giải**

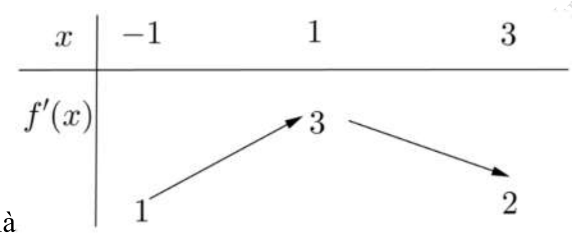
Ta có: $f(x) = \dfrac{2x+1}{(x+2)^2} = \dfrac{2(x+2)-3}{(x+2)^2} = \dfrac{2}{x+2} - \dfrac{3}{(x+2)^2}$.

Khi đó: $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \dfrac{2x+1}{(x+2)^2}\,\mathrm{d}x = \int \left(\dfrac{2}{x+2} - \dfrac{3}{(x+2)^2}\right)\mathrm{d}x = 2\ln|x+2| + \dfrac{3}{x+2} + C$.

Trên khoảng $(-2;+\infty)$ thì $|x+2| = x+2$.

Vậy $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \dfrac{2x+1}{(x+2)^2}\,\mathrm{d}x = 2\ln(x+2) + \dfrac{3}{x+2} + C$.

**Câu 12.** Cho $f(x)$ mà hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Tất cả các giá trị của tham số $m$ để bất phương trình $m + x^2 < f(x) + \frac{1}{3}x^3$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0;3)$




là

**A.** $m \le f(3)$  **B.** $m < f(1) - \frac{2}{3}$  **C.** $m < f(0)$  **D.** $m \le f(0)$

**Lời giải**

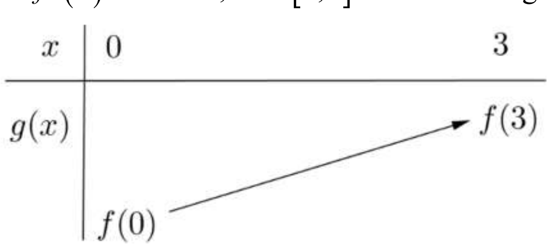
**Chọn D**

Ta có: $m + x^2 < f(x) + \frac{1}{3}x^3 \Leftrightarrow m < f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x^2$.

Xét hàm số $g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x^2$ trên $[0;3]$, có $g'(x) = f'(x) + x^2 - 2x$.

$g'(x) \ge 0 \Leftrightarrow f'(x) \ge 2x - x^2\ \forall x \in [0;3]$.

Theo bảng biến thiên $f'(x) > 1$, $\forall x \in [0;3]$, mà $2x - x^2 \le 1, \forall x \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow f'(x) > 2x - x^2, \forall x \in [0;3]$ nên ta có bảng biến thiên của $g(x)$ trên $[0;3]$:




Từ bảng biến thiên ta có $m < g(x), \forall x \in (0;3) \Leftrightarrow m \le f(0)$

**Câu 13.** Một chất điểm thực hiện chuyển động thẳng trên trục $Ox$ với vận tốc được cho bởi công thức $v(t)=3t^2+4t$ $(m/s)$, ($t$ là thời gian). Biết rằng tại thời điểm bắt đầu của chuyển động, chất điểm đang ở vị trí có tọa độ $x=3$. Tọa độ của chất điểm sau $1$ giây chuyển động là ?

**A.** $x=9$. **B.** $x=4$. **C.** $x=5$. **D.** $x=6$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Chọn mốc thời gian khi chất điểm bắt đầu chuyển động là $t=0$.

Khi đó quãng đường chất điểm di chuyển được trong thời gian $1$ giây là $s=\int_0^1\left(3t^2+4t\right)\mathrm{d}t=3$.

Vì tại thời điểm bắt đầu của chuyển động, chất điểm đang ở vị trí có tọa độ $x=3$ nên tọa độ của chất điểm sau 1 giây chuyển động là $x=3+3=6$.

**Câu 14.** Một khách hàng có $100$ triệu đồng gửi vào ngân hàng kì hạn $3$ tháng với lãi suất $0.65\%$ một tháng theo phương thức lãi kép. Hỏi sau bao nhiêu quý thì vị khách này mới có số tiền lãi nhiều hơn số tiền gốc.

**A.** $48$ quý. **B.** $36$ quý. **C.** $12$ quý. **D.** $24$ quý.

**Lời giải**

**Chọn B**

Sau $n$ quý thì ta có tổng số tiền cả vốn và lãi là $T=A(1+3r)^n$.

Với $A$: Số tiền ban đầu, $r$ là lãi suất một tháng.

$\Rightarrow$ Số tiền lãi sau $n$ quý là.

$T-A=A\left[(1+3r)^n-1\right]$.

Theo bài ra.

$T-A=A\left[(1+3r)^n-1\right]>A\Leftrightarrow(1+3r)^n>2\Leftrightarrow n>\log_{1+3r}2\Leftrightarrow n>35,89$.

**Câu 15.** Số nghiệm của phương trình $\log_5(x+4)=3$ là:

**A.** $3$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

- Ta có: $\log_5(x+4)=3\Leftrightarrow x+4=125\Leftrightarrow x=121$

**Câu 16.** Gọi $(H)$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2+1$ và $y=4x-2$. Khi đó thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng $(H)$ quanh trục $Ox$ là:

**A.** $\frac{1016\pi}{15}$. **B.** $\frac{248\pi}{3}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** $\frac{224}{15}\pi$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$x^2+1=4x-2\Leftrightarrow x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$. $V=\pi\int_1^3\left((4x-2)^2-\left(x^2+1\right)^2\right)\mathrm{d}x=\frac{224}{15}\pi$.

**Câu 17.** Giá trị lớn nhất của $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(8-2m)x+m+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là?

**A.** $m=6$ **B.** $m=-2$ **C.** $m=2$ **D.** $m=-4$

**Lời giải**

**Chọn C**

$y'=x^2-2mx+8-2m$. Để hàm số đồng biến trên thì $y'=x^2-2mx+8-2m\geq 0,\forall x$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{3} > 0, \forall m \\ \Delta_{y'} = m^2 + 2m - 8 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 \le m \le 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của $m$ là $m = 2$.

**Câu 18.** Cho 2018 phức $z = a + bi$ (trong đó $a$, $b$ là các 2018 thực thỏa mãn $3z - (4+5i)\overline{z} = -17 + 11i$. Tính $ab$.

**A.** $ab = -6$. **B.** $ab = 6$. **C.** $ab = -3$. **D.** $ab = 3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $z = a + bi \Rightarrow \overline{z} = a - bi$.

Khi đó $3z - (4+5i)\overline{z} = -17 + 11i \Leftrightarrow 3(a+bi) - (4+5i)(a-bi) = -17 + 11i$

$\Leftrightarrow (-a-5b) - (5a-7b)i = -17 + 11i \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 5b = -17 \\ -5a + 7b = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + 3i$.

Vậy $ab = 6$.

**Câu 19.** Tập hợp điểm biểu diễn số phức $z$ thỏa mãn $\left|\dfrac{z}{z-i}\right| = 3$ là đường nào?

**A.** Một đường tròn. **B.** Một đường elip.
**C.** Một đường thẳng. **D.** Một đường parabol.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Gọi** $z = x + yi$**,** $x, y \in \mathbb{R}$.

$\left|\dfrac{z}{z-i}\right| = 3 \Leftrightarrow |z| = 3|z-i| \Leftrightarrow |x+yi| = 3|x+yi-i| \Leftrightarrow \sqrt{x^2+y^2} = 3\sqrt{x^2+(y-1)^2}$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - \dfrac{9}{4}y + \dfrac{9}{8} = 0$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức $z$ là một đường tròn.

**Câu 20.** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$ cho bốn điểm $A(3;-5), B(-3;3), C(-1;-2), D(5;-10)$. Hỏi $G\left(\dfrac{1}{3};-3\right)$ là trọng tâm của tam giác nào dưới đây?

**A.** $ABD$. **B.** $ABC$. **C.** $BCD$. **D.** $ACD$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta thấy $\overrightarrow{BC} = (2;-5), \overrightarrow{BD} = (8;-13)$ nên chúng không cùng phương $\Rightarrow B, C, D$ là 3 đỉnh của một tam giác.

Mặt khác, ta lại có $\begin{cases} \dfrac{x_B + x_C + x_D}{3} = \dfrac{-3-1+5}{3} = \dfrac{1}{3} \\ \dfrac{y_B + y_C + y_D}{3} = \dfrac{3-2-10}{3} = -3 \end{cases}$

Vậy $G\left(\dfrac{1}{3};-3\right)$ là trọng tâm của tam giác $BCD$

**Câu 21.** Với giá trị nào của $m$ thì phương trình sau đây là phương trình sau đây là phương trình của đường tròn $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$?

**A.** $m < 1$ hoặc $m > 2$. **B.** $m < -2$ hoặc $m > 1$.
**C.** $1 < m < 2$. **D.** $-2 \le m \le 1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét phương trình $x^2+y^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0\ (*)$. Để $(*)$ là phương trình đường tròn thì

Ta có $a^2+b^2-c=(m+2)^2+(-2m)^2-(19m-6)=5m^2-15m+10>0 \Leftrightarrow m<1$ hoặc $m>2$.

**Câu 22.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi $A$, $B$, $C$ lần lượt là hình chiếu của $M$ lên các trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$. Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là

**A.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$. **B.** $x+2y+3z-6=0$.

**C.** $6x+3y+2z+6=0$. **D.** $6x+3y+2z-6=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tọa độ hình chiếu của $M$ lên các trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ lần lượt là $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$.

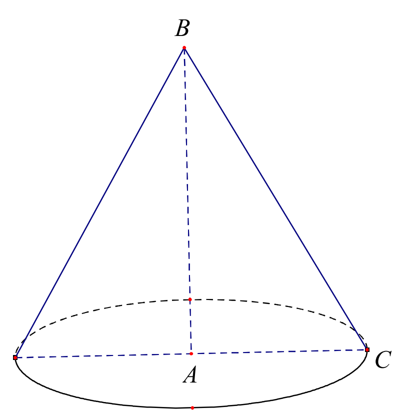
Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là: $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$ hay $6x+3y+2z-6=0$.

**Câu 23.** Cho tam giác $ABC$ vuông cân tại $A$, $AB=2a$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác $ABC$ quanh cạnh $AB$ bằng

**A.** $\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{8\pi a^3}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn D**




Khi quay tam giác $ABC$ quanh cạnh $AB$ ta được một hình nón có bán kính đáy $r=2a$ và chiều cao là $h=2a$.

Áp dụng công thức tính thể tích khối nón ta có

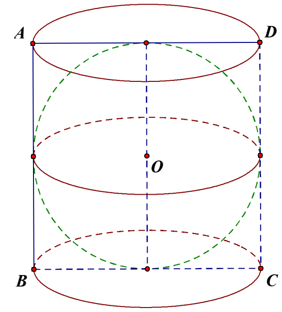
$V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi(2a)^2 2a=\frac{8\pi a^3}{3}$.

**Câu 24.** Hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Một mặt cầu tiếp xúc với các đường sinh của hình trụ và hai đáy của hình trụ. Tỉ số thể tích của khối trụ và khối cầu là.

**A.** $\frac{4}{3}$. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**




.

Do thiết diện đi qua trục của hình trụ là hình vuông cạnh $2a$ nên bán kính đáy, chiều cao của hình trụ lần lượt là và mặt cầu nội tiếp khối trụ có bán kính là $a$ .

Thể tích khối trụ là: $V_T = h.\pi.R^2 = 2.\pi.a^3$.

Thể tích khối cầu là: $V_C = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi a^3$.

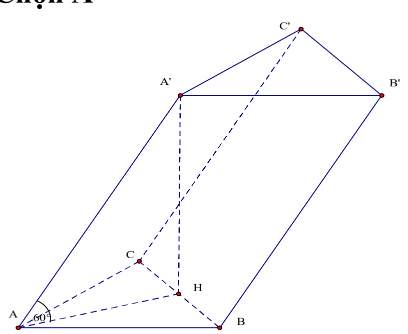
Tỉ số thể tích là $\dfrac{V_T}{V_C} = \dfrac{3}{2}$.

**Câu 25.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $a$. Hình chiếu vuông góc của $A'$ lên mặt phẳng $(ABC)$ trùng với trung điểm cạnh $BC$. Góc giữa $BB'$ và mặt phẳng $(ABC)$ bằng $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

**A.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

**Lời giải**

**Chọn A**




.

Gọi $H$ là trung điểm cạnh $BC$. Theo đề ra: $A'H \perp (ABC)$.

$AH = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. $S_{\Delta ABC} = \dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ $(đvdt)$.

Ta có: $\begin{cases} \widehat{(AA',(ABC))} = \widehat{A'AH} \\ \widehat{(AA',(ABC))} = \widehat{(BB',(ABC))} = 60° \end{cases} \Rightarrow \widehat{A'AH} = 60°$.

Xét $\Delta A'AH$ vuông tại $H$: $A'H = AH.\tan 60° = \dfrac{3}{2}a$.

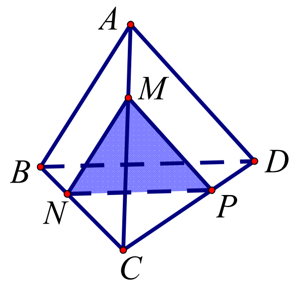
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{\Delta ABC} = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ $(đvtt)$.

**Câu 26.** Cho tứ diện $ABCD$. Điểm $M$ thuộc đoạn $AC$ ($M$ khác $A$, $M$ khác $C$). Mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $M$ song song với $AB$ và $AD$. Thiết diện của $(\alpha)$ với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

**A.** Hình tam giác **B.** Hình bình hành **C.** Hình vuông **D.** Hình chữ nhật

**Lời giải**

**Chọn A**




Ta có $\left.\begin{array}{l}(\alpha)//AB \\ AB\subset(ABC)\end{array}\right\} \Rightarrow (\alpha)\cap(ABC)=MN$ với $MN//AB$ và $N\in BC$.

Ta có $\left.\begin{array}{l}(\alpha)//AD \\ AD\subset(ADC)\end{array}\right\} \Rightarrow (\alpha)\cap(ADC)=MP$ với $MP//AD$ và $P\in CD$.

$(\alpha)\cap(BCD)=NP$.

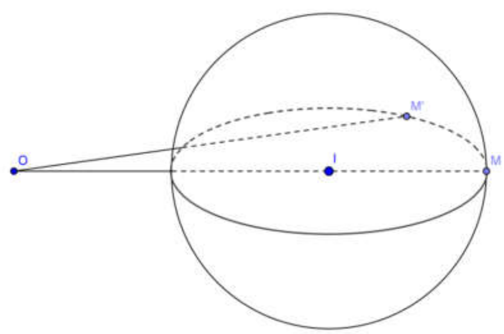
Do đó thiết diện của $(\alpha)$ với tứ diện $ABCD$ là hình tam giác $MNP$.

**Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;2;-2), B(3;-3;3)$. $M$ là điểm thay đổi trong không gian thỏa mãn $\frac{MA}{MB}=\frac{2}{3}$. Khi đó độ dài $OM$ lớn nhất bằng?

**A.** $6\sqrt{3}$. **B.** $5\sqrt{3}$. **C.** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. **D.** $12\sqrt{3}$.

**Lời giải**

**Chọn D**




Gọi $M(x;y;z)$. Ta có:

$\frac{MA}{MB}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow 9MA^2=4MB^2\Leftrightarrow 9\left[(x+2)^2+(y-2)^2+(z+2)^2\right]=4\left[(x-3)^2+(y+3)^2+(z-3)^2\right]$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+12x-12y+12z=0\Rightarrow M\in$ mặt cầu $(S)$ tâm $I(-6;6;-6)$ bán kính $R=6\sqrt{3}$.

Khi đó $OM_{\max}=d(O;I)+R=OI+R=6\sqrt{3}+6\sqrt{3}=12\sqrt{3}$.

**Câu 28.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\ y=-2+4t\\ z=3+t\end{cases}$. Hình chiếu song song của $d$ lên mặt phẳng $(Oxz)$ theo phương $\Delta:\frac{x+1}{-1}=\frac{y-6}{-1}=\frac{z-2}{1}$ có phương trình là

**A.** $\begin{cases}x=3+2t\\ y=0\\ z=1-4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\ y=0\\ z=1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1-2t\\ y=0\\ z=5-4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-2t\\ y=0\\ z=1+t\end{cases}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Giao điểm của d và mặt phẳng $(Oxz)$ là: $M_0(5;0;5)$.

Trên $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+4t\\z=3+t\end{cases}$ chọn $M$ bất kỳ không trùng với $M_0(5;0;5)$; ví dụ: $M(1;-2;3)$. Gọi $A$ là hình chiếu song song của $M$ lên mặt phẳng $(Oxz)$ theo phương $\Delta:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-6}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$.

+/ Lập phương trình *d'* đi qua $M$ và song song hoặc trùng với $\Delta:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-6}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$.

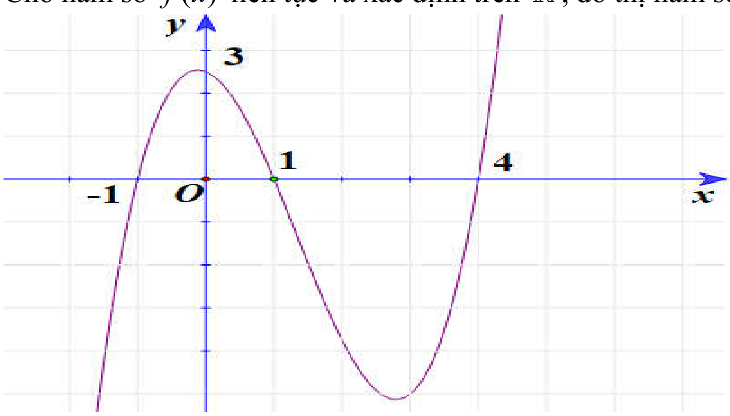
+/ Điểm A chính là giao điểm của *d'* và $(Oxz)$

+/ Ta tìm được $A(3;0;1)$

Hình chiếu song song của $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+4t\\z=3+t\end{cases}$ lên mặt phẳng $(Oxz)$ theo phương $\Delta:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-6}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ là đường thẳng đi qua $M_0(5;0;5)$ và $A(3;0;1)$.

Vậy phương trình là $\begin{cases}x=3+t\\y=0\\z=1+2t\end{cases}$.

**Câu 29.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.




Hàm số $y=f\left(|3-x|\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=4\end{array}\right.$

Đặt $g(x)=f\left(|3-x|\right)$

$g'(x)=\left(|3-x|\right)'.f'\left(|3-x|\right)=\dfrac{x-3}{|3-x|}.f'\left(|3-x|\right)$

Điều kiện của $g'(x)$: $x\neq 3$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(|3-x|)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|3-x|=-1\\|3-x|=1\\|3-x|=4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\x=4\\x=-1\\x=7\end{array}\right.$$

Bảng xét dấu $g'(x)$:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $3$ | | $4$ | | $7$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Từ bảng xét dấu $g'(x)$ ta thấy hàm số $y=f(|3-x|)$ đạt cực trị tại 5 điểm.

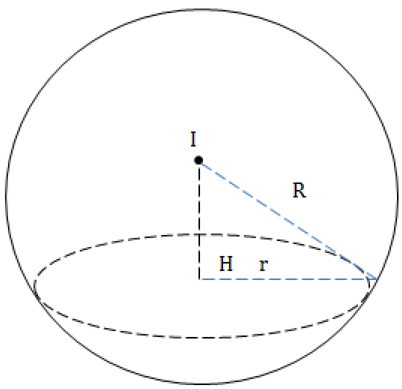
**Câu 30.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=12$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$. Gọi $(Q)$ là mặt phẳng song song với $(P)$ và cắt $(S)$ theo thiết diện là đường tròn $(C)$ sao cho khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi $(C)$ có thể tích lớn nhất. Phương trình của mặt phẳng $(Q)$ là

**A.** $2x+2y-z-6=0$ hoặc $2x+2y-z+3=0$. **B.** $2x+2y-z-4=0$ hoặc $2x+2y-z+17=0$.

**C.** $2x+2y-z+2=0$ hoặc $2x+2y-z+8=0$. **D.** $2x+2y-z-1=0$ hoặc $2x+2y-z+11=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**




Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=2\sqrt{3}$.

Gọi $r$ là bán kính đường tròn $(C)$ và $H$ là hình chiếu của $I$ lên $(Q)$.

Đặt $IH=x$ ta có $r=\sqrt{R^2-x^2}=\sqrt{12-x^2}$

Vậy thể tích khối nón tạo được là $V=\frac{1}{3}.IH.S_{((C))}=\frac{1}{3}.x.\pi\left(\sqrt{12-x^2}\right)^2=\frac{1}{3}\pi\left(12x-x^3\right)$.

Gọi $f(x)=12x-x^3$ với $x\in\left(0;2\sqrt{3}\right)$. Thể tích nón lớn nhất khi $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất

Ta có $f'(x)=12-3x^2$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 12-3x^2=0 \Leftrightarrow x=\pm 2 \Leftrightarrow x=2$.

Bảng biến thiên :

| $x$ | $0$ | | $2$ | | $2\sqrt{3}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f$ | $0$ | $\nearrow$ | $16$ | $\searrow$ | $0$ |

Vậy $V_{\max}=\dfrac{1}{3}\pi 16=\dfrac{16\pi}{3}$ khi $x=IH=2$.

Mặt phẳng $(Q)//(P)$ nên $(Q): 2x+2y-z+a=0$

Và $d(I;(Q))=IH \Leftrightarrow \dfrac{|2.1+2(-2)-3+a|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=2 \Leftrightarrow |a-5|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=11 \\ a=-1 \end{array}\right.$.

Vậy mặt phẳng $(Q)$ có phương trình $2x+2y-z-1=0$ hoặc $2x+2y-z+11=0$.

**Câu 31.** Cho hàm số $f(x)=mx^3-3mx^2+(3m-2)x-m+2$ với $m$ là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương nhỏ hơn 10 của tham số $m$ để hàm số $g(x)=|f(x)|$ có **đúng** 5 điểm cực trị ?

**A.** 9. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 11.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số $g(x)=|f(x)|=|mx^3-3mx^2+(3m-2)x-m+2|$ có 5 điểm cực trị

$\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số $f(x)=mx^3-3mx^2+(3m-2)x-m+2$ cắt trục $Ox$ tại 3 điểm phân biệt.

$\Leftrightarrow$ phương trình $mx^3-3mx^2+(3m-2)x-m+2=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có $mx^3-3mx^2+(3m-2)x-m+2=0 \Leftrightarrow (x-1)(mx^2-2mx+m-2)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ h(x)=mx^2-2mx+m-2=0 \ \ (2) \end{array}\right.$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $(2)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta'=m^2-m(m-2)>0 \\ h(1)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m>0 \\ -2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m>0$.

Vì $m$ là số nguyên dương nhỏ hơn 10 nên $m\in\{1,2,3,...,9\}$.

Vậy có tất cả 9 giá trị $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 32.** Cho phương trình: $\left(x^2-2x+3\right)^2+2(3-m)\left(x^2-2x+3\right)+m^2-6m=0$. Tìm m để phương trình có nghiệm:

**A.** $m\geq 2$. **B.** $m\leq 4$. **C.** $m\leq -2$. **D.** $\forall m$.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Cách 1:** Đặt $t=x^2-2x+3$ $(t\geq 2)$. Ta có phương trình $t^2+2(3-m)t+m^2-6m=0$ (2)

Phương trình ban đầu có nghiệm khi PT (2) có nghiệm $t\geq 2$.

Trường hợp 1: PT (2) có 2 nghiệm $t_1,t_2$ thỏa mãn $2\leq t_1\leq t_2$. Khi đó ta tìm được $m\geq 8$.

Trường hợp 2:: PT (2) có 2 nghiệm $t_1,t_2$ thỏa mãn $t_1<2\leq t_2$. Khi đó ta tìm được $2\leq m\leq 8$

Suy ra $m\geq 2$.

**Cách 2:**

$(x^2-2x+3)^2+2(3-m)(x^2-2x+3)+m^2-6m=0$ (1)

Đặt $t=x^2-2x+3,\ t>0$. Phương trình (1) trở thành: $t^2+2(3-m)t+m^2-6m=0$.

Ta có: $\Delta'=(3-m)^2-(m^2-6m)=9$

Suy ta: $t_1=m;\ t_2=m-6$.

+ Với $t_1=m$, suy ra: $x^2-2x+3=m$ $(2)$. Xét parabol $y=x^2-2x+3$ $(P)$ và đường thẳng $y=m$ $(d)$.

Để (2) có nghiệm thì (P) và (d) phải có điểm chung.

Mà (P) có đỉnh $I(1;2)$ và có bề lõm hướng lên nên $m\geq 2$. (*)

+ Với $t_2 = m-6$, suy ra: $x^2-2x+3=m-6 \Rightarrow x^2-2x+9=m$ (3)

Xét parabol $y=x^2-2x+9$ $(P')$ và đường thẳng $y=m$ $(d')$.

Để (3) có nghiệm thì (P') và (d') phải có điểm chung.

Mà (P') có đỉnh $I(1;8)$ và có bề lõm hướng lên nên $m \ge 8$. (**)

Kết hợp (*) và (**) ta được $m \ge 2$.

**Câu 33.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn các điều kiện sau: $f(0)=-2$ và $(x^2+1)f'(x)+xf(x)=-x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính tích phân $I=\int_0^{\sqrt{3}} xf(x)dx.$

**A.** $I=\frac{5}{2}$. **B.** $I=-\frac{3}{2}$. **C.** $I=\frac{3}{2}$. **D.** $I=-\frac{5}{2}$.

**Lời giải**

Ta có: $(x^2+1)f'(x)+xf(x)=-x, \forall x \in \mathbb{R}$

Suy ra: $(x^2+1)f'(x)=-x(f(x)+1) \Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)+1}=\frac{-x}{x^2+1}$

Nên: $\int \frac{f'(x)}{f(x)+1}dx=\int \frac{-x}{x^2+1}dx \Rightarrow \ln|f(x)+1|=-\frac{1}{2}\ln(x^2+1)+C.$

Do đó: $\ln|f(0)+1|=-\frac{1}{2}\ln(0^2+1)+C \Leftrightarrow C=0.$

Khi đó: $\ln|f(x)+1|=-\frac{1}{2}\ln(x^2+1) \Leftrightarrow |f(x)+1|=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)+1=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \\ f(x)+1=-\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \end{array}\right.$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}-1 \\ f(x)=-\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}-1 \end{array}\right.$

Vì $f(0)=-2$ nên $f(x)=-\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}-1$

Suy ra: $I=\int_0^{\sqrt{3}} x\left(-\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}-1\right)dx=\int_0^{\sqrt{3}} -\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx-\int_0^{\sqrt{3}} xdx=-\int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}d(x^2+1)-\int_0^{\sqrt{3}} xdx$

$=\left.\left(-\sqrt{x^2+1}-\frac{x^2}{2}\right)\right|_0^{\sqrt{3}}=\left(-2-\frac{3}{2}\right)-(-1)=-\frac{5}{2}.$

**Câu 34.** Cho tập $A=\{1,2,3,4,5,6\}$. Trong các số tự nhiên gồm 6 chữ số được lập từ các chữ số thuộc tập $A$, chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để trong số đó luôn xuất hiện $3$ chữ số $2$, các chữ số còn lại đôi một khác nhau.

**A.** $\frac{55}{972}$. **B.** $\frac{35}{972}$. **C.** $\frac{25}{972}$. **D.** $\frac{45}{972}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $n(\Omega)=6^6$.

Gọi $A$ là biến cố: "Chọn được số tự nhiên có 6 chữ số trong đó luôn có $3$ chữ số $2$ và các chữ số còn lại đôi một khác nhau ".

Chọn vị trí để xếp $3$ chữ số $2$ là: $C_6^3$, chọn $3$ chữ số cho $3$ vị trí còn lại là $A_5^3$

Vậy $n(A)=C_6^3.A_5^3 \Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_6^3.A_5^3}{6^6}=\dfrac{25}{972}$.

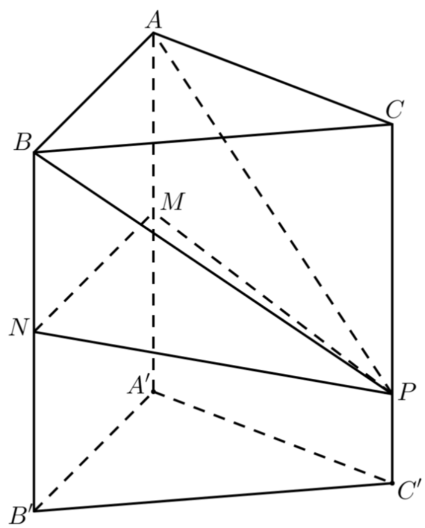
**Câu 35.** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2020. Gọi $M,N$ lần lượt là trung điểm của $AA'$; $BB'$ và điểm $P$ nằm trên cạnh $CC'$ sao cho $PC=3PC'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm $A,B,C,M,N,P$ bằng

**A.** $\dfrac{2020}{3}$. **B.** $\dfrac{5353}{3}$. **C.** $\dfrac{2525}{3}$. **D.** $\dfrac{3535}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Giả sử $V=V_{ABC.A'B'C'}=2020$.






Ta có $V_{C'.ABC}=\dfrac{1}{3}d\left(C';(ABC)\right).S_{\Delta ABC}=\dfrac{V}{3}\Rightarrow V_{C'.ABB'A'}=\dfrac{2}{3}V$.

Lại có $\dfrac{V_{P.ABC}}{V_{C'.ABC}}=\dfrac{\frac{1}{3}.d\left(P;(ABC)\right).S_{\Delta ABC}}{\frac{1}{3}.d\left(C';(ABC)\right).S_{\Delta ABC}}=\dfrac{d\left(P;(ABC)\right)}{d\left(C';(ABC)\right)}=\dfrac{PC}{CC'}=\dfrac{3}{4}\Rightarrow V_{P.ABC}=\dfrac{1}{4}V$.

Ta có $\dfrac{V_{P.ABNM}}{V_{C'.ABB'A'}}=\dfrac{\frac{1}{3}.d\left(P;(ABB'A')\right).S_{ABNM}}{\frac{1}{3}.d\left(C;(ABB'A')\right).S_{ABB'A'}}$.

Mà $d\left(P;(ABB'A')\right)=d\left(C;(ABB'A')\right)$ và $S_{ABNM}=\dfrac{1}{2}S_{ABB'A'}$.

Suy ra $\dfrac{V_{P.ABNM}}{V_{C'.ABB'A'}}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow V_{P.ABNM}=\dfrac{1}{3}V$.

Vậy $V_{ABC.MNP}=V_{P.ABNM}+V_{P.ABC}=\dfrac{7}{12}V=\dfrac{3535}{3}$.

## B. ĐIỀN KHUYẾT (15 CÂU)

**Câu 36.** Cho hàm số $y=x^3+3x^2-6x+1$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tung độ tiếp điểm bằng 9

Đáp án: .............

**Lời giải**

Gọi $M\left(x_0;y_0\right)$ là tiếp điểm

Ta có: $y'=3x^2+6x-6$.

Ta có: $y_0=9\Leftrightarrow x_0^3+3x_0^2-6x_0-8=0\Leftrightarrow x_0=-1,x_0=2,x_0=-4$.

- $x_0=-4\Rightarrow y'(x_0)=18$. Phương trình tiếp tuyến là: $y=18(x+4)+9=18x+81$
- $x_0=-1\Rightarrow y'(x_0)=-9$. Phương trình tiếp tuyến là: $y=-9(x+1)+9=-9x$
- $x_0=2\Rightarrow y'(x_0)=18$. Phương trình tiếp tuyến là: $y=18(x-2)+9=18x-27$.

**Câu 37.** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có $f'\left(x\right)=x\left(x-3\right)^2\left(x-2\right)^3,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

Đáp án: .............

**Lời giải**

Ta có: $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\\x=2\end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu của $f\left(x\right)$

Vậy hàm số có 1 điểm cực tiểu

**Câu 38.** Khoảng cách từ điểm $M\left(-2;-4;3\right)$ đến mặt phẳng $\left(P\right):2x-y+2z-3=0$ là:

Đáp án: .............

**Lời giải**

$d=\dfrac{\left|2.(-2)+4+2.3-3\right|}{\sqrt{2^2+\left(-1\right)^2+2^2}}=1$.

**Câu 39.** Trong hộp có 5 quả cầu đỏ và 7 quả cầu xanh kích thước giống nhau. Lấy ngẫu nhiên 5 quả cầu từ hộp. Hỏi có bao nhiêu khả năng lấy được số quả cầu đỏ nhiều hơn số quả cầu xanh.

Đáp án: .............

**Lời giải**

Lấy ngẫu nhiên 5 quả cầu từ hộp 12 quả cầu, để số quả cầu đỏ nhiều hơn số quả cầu xanh, những trường hợp có thể xảy ra là

*Trường hợp 1:* 5 cầu đỏ

Số khả năng: $C_5^5=1$ khả năng.

*Trường hợp 1:* 4 cầu đỏ, 1 cầu xanh

Số khả năng: $C_5^4.C_7^1=35$ khả năng.

*Trường hợp 2:* 3 cầu đỏ, 2 cầu xanh

Số khả năng: $C_5^3.C_7^2=210$ khả năng.

Áp dụng quy tắc cộng: có tất cả: $35+210+1=246$ khả năng.

**Câu 40.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{f\left(x\right)-16}{x-2}=12$.Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt[3]{5f\left(x\right)-16}-4}{x^2+2x-8}$.

Đáp án: .............

**Lời giải**

Theo giả thiết có $\lim\limits_{x\to 2}\left(f(x)-16\right)=0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 2} f(x)-16=0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 2} f(x)=16$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{5f(x)-16}-4}{x^2+2x-8}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\left(5f(x)-16\right)-64}{(x-2)(x+4)\left[\left(\sqrt[3]{5f(x)-16}\right)^2+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+4^2\right]}$

$=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5\left(f(x)-16\right)}{(x-2)(x+4)\left[\left(\sqrt[3]{5f(x)-16}\right)^2+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+4^2\right]}$

$=\lim\limits_{x\to 2}\left[\dfrac{f(x)-16}{x-2}.\dfrac{5}{(x+4)\left(\left(\sqrt[3]{5f(x)-16}\right)^2+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+4^2\right)}\right]$

$=12.\dfrac{5}{6\left[\left(\sqrt[3]{5.16-16}\right)^2+4\sqrt[3]{5.16-16}+16\right]}=\dfrac{5}{24}$.

**Câu 41.** Biết rằng hàm số $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{1}{4}$ tại $x=\dfrac{3}{2}$ và tổng lập phương các nghiệm của phương trình $y=0$ bằng $9$. Tính $P=abc$.

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Lời giải**

Hàm số $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{1}{4}$ tại $x=\dfrac{3}{2}$ nên ta có $-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{3}{2}$ $(a<0)$ và điểm $\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{4}\right)$ thuộc đồ thị $\Rightarrow \dfrac{9}{4}a+\dfrac{3}{2}b+c=\dfrac{1}{4}$.

Gọi $x_1$, $x_2$ là hai nghiệm của phương trình $y=0$. Theo giả thiết: $x_1^3+x_2^3=9$

$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)=9 \xrightarrow{\text{Viet}} \left(-\dfrac{b}{a}\right)^3-3\left(-\dfrac{b}{a}\right)\left(\dfrac{c}{a}\right)=9$. Từ đó ta có hệ:

$$\begin{cases}-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{3}{2}\\ \dfrac{9}{4}a+\dfrac{3}{2}b+c=\dfrac{1}{4}\\ \left(-\dfrac{b}{a}\right)^3-3\left(-\dfrac{b}{a}\right)\left(\dfrac{c}{a}\right)=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=-3a\\ \dfrac{9}{4}a+\dfrac{3}{2}b+c=\dfrac{1}{4}\\ \dfrac{c}{a}=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-1\\ b=3\\ c=-2\end{cases} \longrightarrow P=abc=6.$$

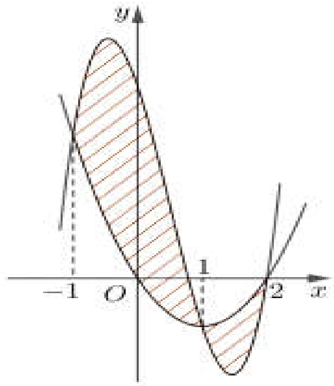
**Câu 42.** Cho hàm số $y=mx^4-(m+1)x^2-2019$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số có ba điểm cực trị.

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Lời giải**

Ta có hàm số $y=mx^4-(m+1)x^2-2019$ có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow -m.(m+1)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m<-1\\ m>0\end{array}\right.$.

**Câu 43.** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+4$ và $g(x)=mx^2+nx$ có đồ thị trong hình bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số trên (*phần gạch chéo trong hình vẽ*) bằng




Đáp án: ..............

**Lời giải**

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$ax^3+bx^2+cx+4=mx^2+nx \Leftrightarrow \underbrace{ax^3+(b-m)x^2+(c-n)x+4}_{h(x)}=0.$$

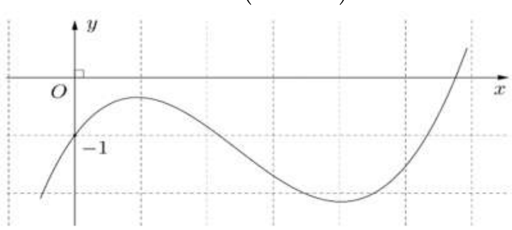
Vì $h(x)=0$ có ba nghiệm $x=-1$, $x=1$, $x=2$ nên $h(x)=a(x+1)(x-1)(x-2)$.

Ta có $h(0)=4 \Rightarrow 2a=4 \Rightarrow a=2$.

Vậy $h(x)=2(x+1)(x-1)(x-2)$.

Diện tích hình phẳng $S=\int_{-1}^{2}|h(x)|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}\left|2(x^2-1)(x-2)\right|\mathrm{d}x=\frac{37}{6}$.

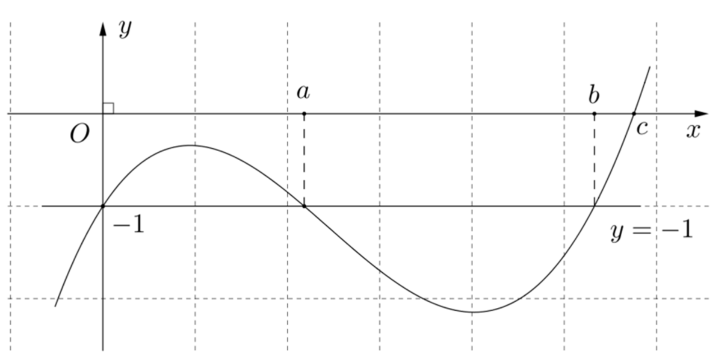
**Câu 44.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3f(x)\right)+1=0$ là




Đáp án: ..............

**Lời giải**

$$f\left(x^3f(x)\right)+1=0 \Leftrightarrow f\left(x^3f(x)\right)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3f(x)=0 \\ x^3f(x)=a>0 \\ x^3f(x)=b>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x)=0 \\ f(x)=\dfrac{a}{x^3}\text{(do } x\neq 0) \\ f(x)=\dfrac{b}{x^3}\text{(do } x\neq 0) \end{array}\right.$$



$f(x)=0$ có một nghiệm dương $x=c$.

Xét phương trình $f(x)=\dfrac{k}{x^3}$ với $x\neq 0,\ k>0$.

Đặt $g(x)=f(x)-\dfrac{k}{x^3}$.

$g'(x)=f'(x)+\dfrac{3k}{x^4}$.

Với $x>c$, nhìn hình ta ta thấy $f'(x)>0\Rightarrow g'(x)=f'(x)+\dfrac{3k}{x^4}>0$

$\Rightarrow g(x)=0$ có tối đa một nghiệm.

Mặt khác $\begin{cases} g(c)<0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty \end{cases}$ và $g(x)$ liên tục trên $(c;+\infty)$

$\Rightarrow g(x)=0$ có duy nhất nghiệm trên $(c;+\infty)$.

Với $0<x<c$ thì $f(x)<0<\dfrac{k}{x^3}\Rightarrow g(x)=0$ vô nghiệm.

Với $x<0$, nhìn hình ta ta thấy $f'(x)>0\Rightarrow g'(x)=f'(x)+\dfrac{3k}{x^4}>0$

$\Rightarrow g(x)=0$ có tối đa một nghiệm.

Mặt khác $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^-} g(x)>0 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty \end{cases}$ và $g(x)$ liên tục trên $(-\infty;0)$.

$\Rightarrow g(x)=0$ có duy nhất nghiệm trên $(-\infty;0)$.

Tóm lại $g(x)=0$ có đúng hai nghiệm trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Suy ra hai phương trình $f(x)=\dfrac{a}{x^3}$, $f(x)=\dfrac{b}{x^3}$ có 4 nghiệm phân biệt khác 0 và khác $c$.

Vậy phương trình $f\left(x^3f(x)\right)+1=0$ có đúng 6 nghiệm.

**Câu 45.** Cho các số phức $z$ thỏa mãn $|z|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=3-2i+(2-i)z$ là một đường tròn. Tính bán kính $r$ của đường tròn đó.

Đáp án: ..............

**Lời giải**

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức $w=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có: $w=3-2i+(2-i)z\Rightarrow z=\dfrac{w-3+2i}{2-i}$.

Theo đề bài ta có: $|z|=2\Leftrightarrow\left|\dfrac{w-3+2i}{2-i}\right|=2\Leftrightarrow\dfrac{|w-3+2i|}{|2-i|}=2\Leftrightarrow\dfrac{|w-3+2i|}{\sqrt{5}}=2\Leftrightarrow|w-3+2i|=2\sqrt{5}$.

$\Leftrightarrow|x-3+(y+2)i|=10\Leftrightarrow\sqrt{(x-3)^2+(y+2)^2}=10\Leftrightarrow(x-3)^2+(y+2)^2=20$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w$ là đường tròn tâm $I(3;-2)$, bán kính $R=\sqrt{20}$.

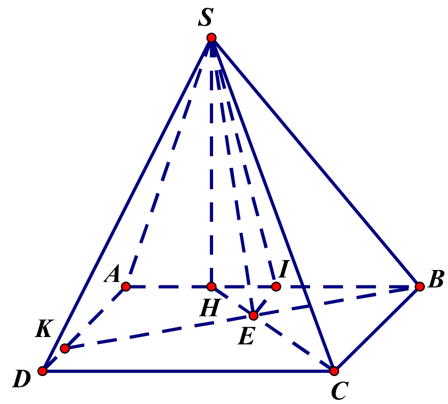
**Câu 46.** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $4a$, lấy $H,K$ lần lượt trên các cạnh $AB$, $AD$ sao cho $BH=3HA$ $AK=3KD$. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ tại $H$ lấy điểm $S$ sao cho $\widehat{SBH}=30^\circ$. Gọi $E$ là giao điểm của $CH$ và $BK$. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $SE$ và $BC$.

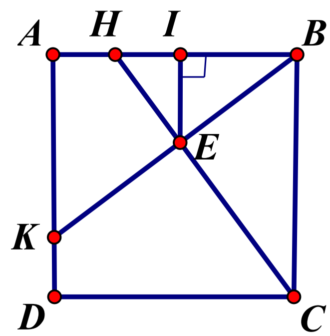
Đáp án: ..............

**Lời giải**

Gọi $I$ là hình chiếu vuông góc của $E$ lên $AB$ ta có $\Delta ABK = \Delta BCH$.

$\Rightarrow \widehat{ABK} = \widehat{BCH} \Rightarrow \widehat{HEB} = 90°$.




Ta có: $\cos(SE;BC) = \cos(SE;EI) = \left|\cos\widehat{SEI}\right|$, $SH = BH.\tan 30° = 3a.\frac{\sqrt{3}}{3} = a\sqrt{3}$.

$\frac{HB}{HC} = \frac{HE}{HB} \Rightarrow HE = \frac{HB^2}{HC} = \frac{9a}{5}$, $SE = \sqrt{SH^2 + HE^2} = \sqrt{3a^2 + \frac{81a^2}{25}} = \frac{2a\sqrt{39}}{5}$.

$\frac{HE}{HB} = \frac{HI}{HE} \Rightarrow HI = \frac{HE^2}{HB} = \frac{27a}{25}$, $SI = \sqrt{SH^2 + HI^2} = \sqrt{3a^2 + \left(\frac{27a}{25}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{651}}{25}$.

Trong tam giác vuông $SEI$ có: $EI = \sqrt{SE^2 - SI^2} = \frac{36a}{25}$

Vậy: $\cos\widehat{SEI} = \frac{EI}{SE} = \frac{18}{5\sqrt{39}}$.

**Câu 47.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y - z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-1}$. Tam giác $ABC$ có $A(-1;2;1)$, các điểm $B$, $C$ nằm trên $(\alpha)$ và trọng tâm $G$ nằm trên đường thẳng $d$. Tọa độ trung điểm $M$ của $BC$ là:

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Lời giải**

Gọi $G(t+2, 2t+2, -t-2)$ là trọng tâm. Vì $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}t + \frac{7}{2}; 3t+2; -\frac{3}{2}t - \frac{7}{2}\right)$.

Lại có $M \in (\alpha) \Rightarrow t = -1 \Rightarrow M(2,-1,-2)$.

**Câu 48.** Cho các số thực $a, b$ thỏa mãn $a \geq b > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \frac{1}{\log_{ab} a} + \sqrt{\log_a \frac{a}{b}}$ đạt giá trị lớn nhất khi $b = a^k$. Khi $k$ thuộc khoảng nào sau đây:

Đáp án: ………….

**Lời giải**

Ta có $P=\dfrac{1}{\log_{ab}a}+\sqrt{\log_a\dfrac{a}{b}}=\log_a ab+\sqrt{1-\log_a b}=1+\log_a b+\sqrt{1-\log_a b}$.

Với $b=a^k$ suy ra $P=1+k+\sqrt{1-k}$.

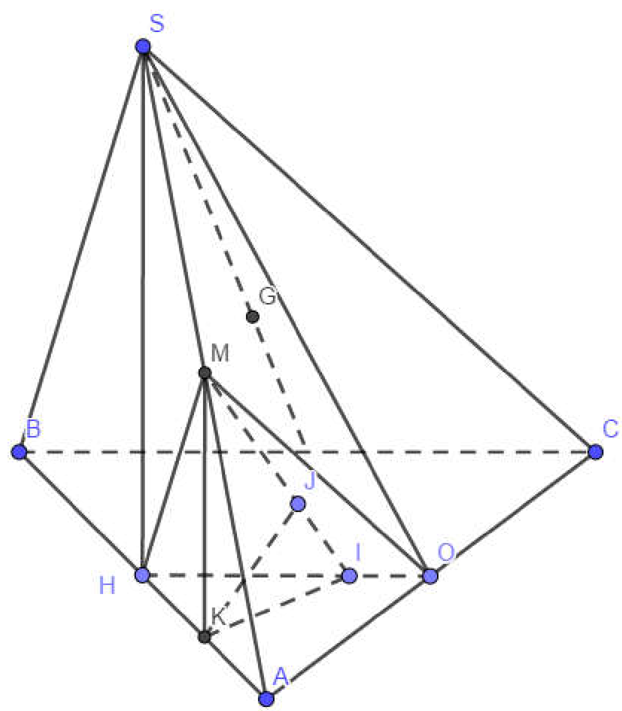
Đặt $t=\sqrt{1-k}\,(k\le 1)$ suy ra $P=-t^2+t+2=-\left(t-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{9}{4}\le\dfrac{9}{4}$.

Vậy $P_{\max}=\dfrac{9}{4}\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\sqrt{1-k}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 1-k=\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow k=\dfrac{3}{4}$.

**Câu 49.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a$, mặt bên $SAB$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi $H$, $M$, $O$ lần lượt là trung điểm các cạnh $AB$, $SA$, $AC$ và $G$ là trọng tâm tam giác $SBC$. Khoảng cách từ $G$ đến mặt phẳng $(HMO)$ bằng

Đáp án: ………….

**Lời giải**




Dựng $MK//SH\,(K\in AB)$, $KI\perp HO\,(I\in HO)$, $KJ\perp MI\,(J\in MI)\Rightarrow KJ\perp(HMO)\equiv(\alpha)$.

Chứng minh được $(SBC)//(\alpha)\Rightarrow d(G;(\alpha))=d(S;(\alpha))=d(A;(\alpha))=2d(K;(\alpha))=2KJ$.

Tính được $KI=KH.\sin(60^\circ)=\dfrac{AH}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1}{4}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{8}$, $MK=\dfrac{SH}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

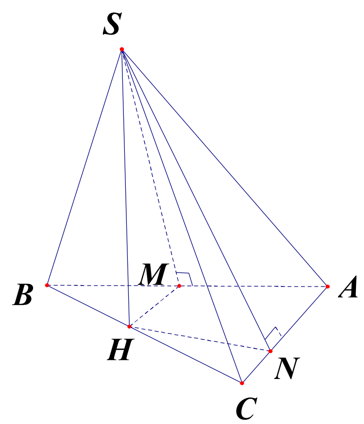
Suy ra $KJ=\dfrac{KI.KM}{\sqrt{KI^2+KM^2}}=\dfrac{a\sqrt{15}}{20}$. Vậy $d(G;(\alpha))=2KJ=2.\dfrac{a\sqrt{15}}{20}=\dfrac{a\sqrt{15}}{10}$.

**Câu 50.** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $A$, $AB=1$, $AC=2$.

Các mặt bên $(SBC),(SCA),(SAB)$ lần lượt tạo với đáy các góc $90°;\alpha;\beta$ sao cho $\alpha+\beta=90°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ có giá trị lớn nhất bằng

Đáp án: ………….

**Lời giải**




Tam giác $ABC$ vuông tại $A \Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=1$.

Gọi $SH\,(H\in BC)$ là đường cao của $SBC$, theo giả thiết $(SBC)\perp(ABC)\Rightarrow SH\perp(ABC)$.

Gọi $M,N$ lần lượt là hình chiếu của $S$ trên $AB,AC \Rightarrow \begin{cases}\widehat{SMH}=\widehat{((SAB),(ABC))}\\ \widehat{SNH}=\widehat{((SAC),(ABC))}\end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases}\widehat{SMH}=\beta\\ \widehat{SNH}=\alpha\end{cases}$.

Ta có: $S_{\Delta ABC}=S_{\Delta AHB}+S_{\Delta AHC}=\frac{1}{2}.HM.AB+\frac{1}{2}.HN.AC=\frac{1}{2}.(SH.\cot\beta+2.SH.\cot\alpha)$

Do đó: $SH=\frac{2}{\cot\beta+2.\cot\alpha}=\frac{2}{2.\cot\alpha+\tan\alpha}\le\frac{2}{2\sqrt{2.\cot\alpha.\tan\alpha}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(Vì $\alpha+\beta=90°$ nên $\cot\beta=\tan\alpha$)

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SH.S_{\Delta ABC}\le\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{2}}{2}.1=\frac{\sqrt{2}}{6}$.

Dấu bằng xảy ra khi $2\cot\alpha=\tan\alpha \Leftrightarrow \tan^2\alpha=2 \Leftrightarrow \tan\alpha=\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ có giá trị lớn nhất bằng $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

- **XEM THÊM ĐỀ CƯƠNG ÔN THI TẠI:**

- https://www.nbv.edu.vn/2022/01/de-cuong-danh-gia-nang-luc-dhqg-ha-noi.html