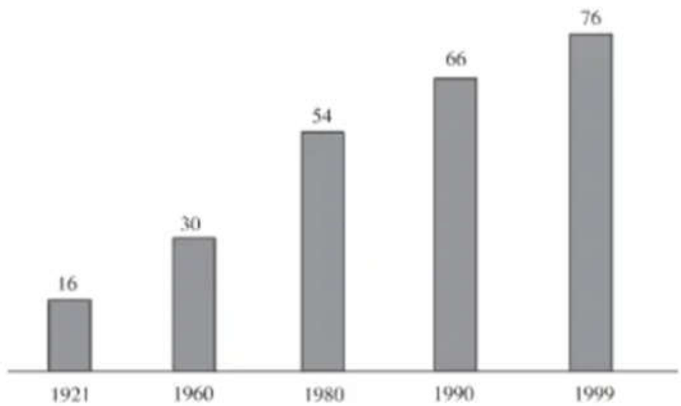
ĐỀ SỐ 5. ÔN THI ĐGNL ĐHQG HÀ NỘI 2021-2022

• |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

A. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (35 CÂU)

Câu 1. Hãy quan sát biểu đồ ở hình 3 (đơn vị của các cột là triệu người) và trả lời câu hỏi sau



Dân số Việt Nam qua tổng điều tra trong thế kỉ XX.

Từ 1980 đến 1999, dân số nước ta tăng thêm bao nhiêu?

A. 54 triệu. **B.** 76 triệu.
C. 22 triệu. **D.** 70 triệu.

Câu 2. Gọi $h(t)$ là mức nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được t giây. Biết rằng $h'(t)=\frac{1}{5}\sqrt[3]{t+8}$ và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mức nước ở bồn sau khi bơm nước được 10 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

A. $4,75cm$. **B.** $4,78cm$. **C.** $4,77cm$. **D.** $4,76cm$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(5x-1)>2$ là

A. $S=\left(-\infty;\frac{1}{5}\right)$. **B.** $S=(-\infty;2)$. **C.** $S=(2;+\infty)$. **D.** $S=\left(\frac{7}{5};+\infty\right)$.

Câu 4. Nếu $(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x^2-4xy+y^2=1 \\ y-4xy=2 \end{cases}$. Thì xy bằng bao nhiêu ?

A. Không tồn tại giá trị của xy. **B.** -4.
C. 1. **D.** 4.

Câu 5. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+2z+3=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức z_1?

A. $N(-1;\sqrt{2})$. **B.** $M(-1;-\sqrt{2})$. **C.** $P(-1;-\sqrt{2}i)$. **D.** $Q(-1;\sqrt{2}i)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1):3x-y+4z+2=0$ và $(Q_2):3x-y+4z+8=0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2) là:

A. $(P):3x-y+4z-10=0$. **B.** $(P):3x-y+4z-5=0$.
C. $(P):3x-y+4z+10=0$. **D.** $(P):3x-y+4z+5=0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng của điểm $M(1;2;3)$ qua trục Ox có tọa độ là

A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;-2;-3)$. **C.** $(1;0;0)$. **D.** $(0;2;3)$.

Câu 8. Bất phương trình $x^3-3x^2-10x+24\ge 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên âm?

A. 1. **B.** 2.

C. Nhiều hơn 2 nhưng hữu hạn. **D.** 0.

Câu 9. Nghiệm dương nhỏ nhất của pt $4\sin^2 x+3\sqrt{3}\sin 2x-2\cos^2 x=4$ là:

A. $x=\dfrac{\pi}{6}$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{4}$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{3}$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 10. Cho tam giác ABC cân tại A, có cạnh đáy BC, đường cao AH, cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội q. Tính giá trị của công bội q.

A. $q=\dfrac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+1}$. **B.** $q=\sqrt{2\left(\sqrt{2}+1\right)}$.

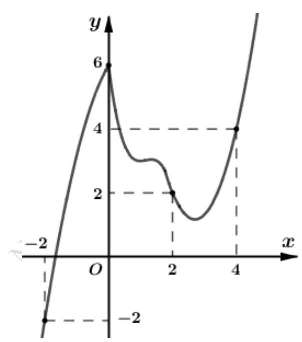
C. $q=\dfrac{1}{2}\sqrt{2\left(\sqrt{2}+1\right)}$. **D.** $q=\sqrt{2}+1$.

Câu 11. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^2-x}$.

A. $F(x)=\ln|x|+\ln|x-1|$. **B.** $F(x)=-\ln|x|-\ln|x-1|$.

C. $F(x)=-\ln|x|+\ln|x-1|$. **D.** $F(x)=\ln|x|-\ln|x-1|$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f\left(2\log_2 x\right)=m$ có nghiệm duy nhất trên $\left[\dfrac{1}{2};2\right)$.



A. 9. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4

Câu 13. Một chất điểm chuyển động trên trục Ox với tốc độ thay đổi theo thời gian $v=f(t)$ (m/s). Quãng đường chất điểm đó chuyển động trên trục Ox từ thời điểm t_1 đến thời điểm t_2 là $s=\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,\mathrm{d}t$. Biết rằng $v(t)=30-5t$ (m/s), quãng đường chất điểm đó đi được từ thời điểm $t_1=1\text{s}$ đến thời điểm $t_2=2\text{s}$ bằng bao nhiêu mét?

A. $32,5$ m. **B.** $22,5$ m. **C.** $42,5$ m. **D.** $52,5$ m.

Câu 14. Anh Bách có 400 triệu đồng vì không đủ tiền để mua nhà, nên anh ta quyết định gửi tiền vào ngân hàng vào ngày 1/1/2017 để sau đó mua nhà với giá 700 triệu đồng. Hỏi nhanh nhất đến năm nào anh Bách để đủ tiền mua nhà. Biết rằng anh Bách chọn hình thức gửi theo năm với lãi suất $7,5\%$ một năm (lãi suất này không đổi trong các năm gửi), tiền lãi sau một năm được nhập vào vốn tính thành vốn gửi mới nếu anh Bách không đến rút và ngân hàng chỉ trả tiền cho anh Bách vào ngày $1/1$ hàng năm nếu anh Bách muốn rút tiền.

A. 2026. **B.** 2024. **C.** 2025. **D.** 2023.

Câu 15. Giải phương trình $\log_3(6x+5)=2$.

A. $x=0$. **B.** $x=\dfrac{2}{3}$. **C.** $x=\dfrac{9}{4}$. **D.** $x=\dfrac{5}{6}$.

Câu 16. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y=\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, trục hoành và đường thẳng $x=\mathrm{e}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\frac{\pi}{3}$. **B.** $V=\frac{\pi}{6}$. **C.** $V=\pi$. **D.** $V=\frac{\pi}{2}$.

Câu 17. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{mx+4m-3}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định là

A. 2. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 18. Tính môđun của số phức z thỏa mãn: $3z.\overline{z}+2017(z-\overline{z})=48-2016i.$

A. $|z|=2$. **B.** $|z|=4$. **C.** $|z|=\sqrt{2016}$. **D.** $|z|=\sqrt{2017}$.

Câu 19. Trong mp tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|z-i|=|(1+i)z|$.

A. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

B. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(2;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

C. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R=\sqrt{3}$.

D. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R=\sqrt{3}$.

Câu 20. Tìm điểm M trên trục Ox sao cho nó cách đều hai đường thẳng: $d_1: 3x+2y-6=0$ và $d_3: 3x+2y+6=0$?

A. $(\sqrt{2};0)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(0;\sqrt{2})$.

Câu 21. Cho ba điểm $A(1;\,4)$, $B(3;\,2)$, $C(5;\,4)$. Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $(2;\,5)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};\,2\right)$. **C.** $(9;\,10)$. **D.** $(3;\,4)$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) có dạng: $ax+by+cz-11=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a\in(b;c)$. **B.** $a+b>c$. **C.** $a+b=c$. **D.** $a+b+c=5$.

Câu 23. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, diện tích mỗi mặt bên bằng a^2. Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{8}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{12}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{18}$.

Câu 24. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4, diện tích đáy bằng diện tích của mặt cầu có bán kính bằng 1. Tính thể tích V khối trụ đó.

A. $V=10$. **B.** $V=8$. **C.** $V=4$. **D.** $V=6$.

Câu 25. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC}=30°$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA,BC,CD. Hỏi thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là hình gì?

A. Hình bình hành. **B.** Hình tam giác. **C.** Hình tứ giác. **D.** Hình ngũ giác.

Câu 27. Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=1\\y=2+t\\z=-t\end{cases}$, $\Delta_2:\begin{cases}x=4+t\\y=3-2t\\z=1-t\end{cases}$. Gọi (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2. Bán kính mặt cầu (S).

A. $\dfrac{\sqrt{11}}{2}$ **B.** $\dfrac{3}{2}$ **C.** $\sqrt{2}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

Câu 28. Viết phương trình đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y+z-1=0$ và $(\beta): x-y-z+2=0$

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=2t\\z=-1-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1-2t\\z=3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=1-2t\\z=3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1-3t\\y=1+2t\\z=t\end{cases}$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1)$ và $f(2)=1$. Hàm số $g(x)=\left[f\left(x^2\right)\right]^2$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(3;-2;1)$, $C(-2;1;-2)$. Điểm $M(a;b;c)$ thay đổi trên mặt phẳng Oxy. Khi $2MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất hãy tính $3a+b+2021c$.

A. 2021. **B.** 2020. **C.** 3. **D.** 4.

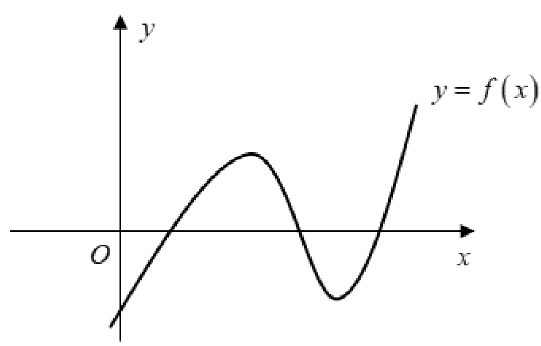
Câu 31. Cho hàm số $f(x)=x^3-4x^2+(1-m)x+2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 32. Giá trị của m làm cho phương trình $(m-2)x^2-2mx+m+3=0$ có 2 nghiệm dương phân biệt là

A. $m>6$. **B.** $m<6$ và $m\neq 2$.
C. $m<0$ hoặc $2<m<6$. **D.** $2<m<6$ hoặc $m<-3$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Đặt $g(x)=\int_0^{x^2} f(x)\,dx$. Số điểm cực trị của hàm số $y=g(x)$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 34. Gọi *S* là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập hợp $A=\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp *S*. Tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 1400.

A. $\dfrac{1}{1500}$ **B.** $\dfrac{18}{5^{10}}$ **C.** $\dfrac{1}{500}$ **D.** $\dfrac{4}{3.10^3}$

Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.DEF$ có chiều cao bằng a và diện tích đáy bằng $4a^2$. Gọi M, N, P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABED$, $BCFE$, $ACFD$ và G, H lần lượt là trọng tâm của hai đáy ABC, DEF. Thể tích khối đa diện có các đỉnh là các điểm G, M, N, P, H bằng

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

B. ĐIỀN KHUYẾT (15 CÂU)

Câu 36. Cho hàm số $y=\frac{x^2-2x}{x+1}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A\left(1;\frac{-1}{2}\right)$.

Đáp án: ....

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2-1)(x-3)^2(x+2),\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

Đáp án: ....

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{-2}$. Khoảng cách từ A đến đường thẳng d là.

Đáp án: ....

Câu 39. Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên của mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ trong 11 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hỏi huấn luyện viên của mỗi đội sẽ có bao nhiêu cách chọn?

Đáp án: ....

Câu 40. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim\limits_{x\to5}\frac{f(x)-8}{x-5}=3$. Tính $T=\lim\limits_{x\to5}\frac{\sqrt{f(x)+1}.\sqrt[3]{f(x)+19}-9}{2x^2-17x+35}$

Đáp án: ....

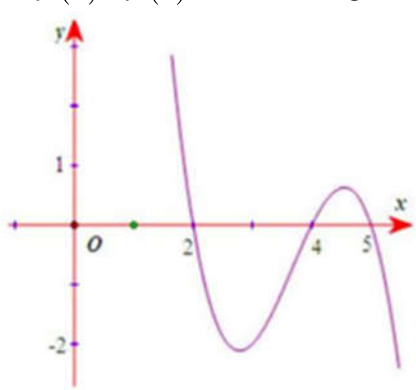
Câu 41. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^2+mx+m^2+2m$ bằng $\frac{13}{4}$. Tính tổng T các phần tử của S.

Đáp án: ....

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=mx^4-(m+1)x^2+2m-1$ có 3 điểm cực trị ?

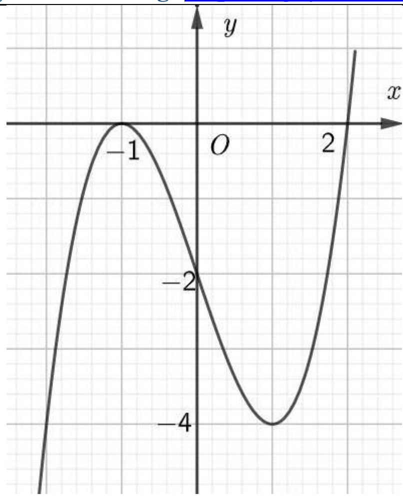
Đáp án: ....

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $S=f(2)-f(5)$, khi đó khẳng định nào là **đúng**?



Đáp án: ....

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ



Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(x)-(m+7)|f(x)|+4m+12=0$ có 7 nghiệm phân biệt là

Đáp án: ....

Câu 45. Xét các số phức z thỏa mãn $(\overline{z}-2i)(z+3)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

Đáp án: ....

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=2a$, $BC=a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm của cạnh AB, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SB và AC.

Đáp án: ....

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $(d):\begin{cases}x=-4+t\\y=1-4t\\z=3+2t\end{cases}$ và mặt phẳng $(Q):x+y-2z+9=0$.

Gọi (Δ) là đường thẳng đi qua điểm $A(-1;2;3)$, vuông góc với (d) và song song với (Q). Tính khoảng cách từ giao điểm của (d) và (Q) đến (Δ) ta được

Đáp án: ....

Câu 48. Cho x,y là số thực dương thỏa mãn $\ln x+\ln y\ge\ln\left(x^2+y\right)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=x+y$.

Đáp án: ....

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình thang cân, AD là cạnh đáy ngắn; $AD=a, bc=2a, \widehat{ABC}=60^0$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc tạo bởi SC và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD).

Đáp án: ....

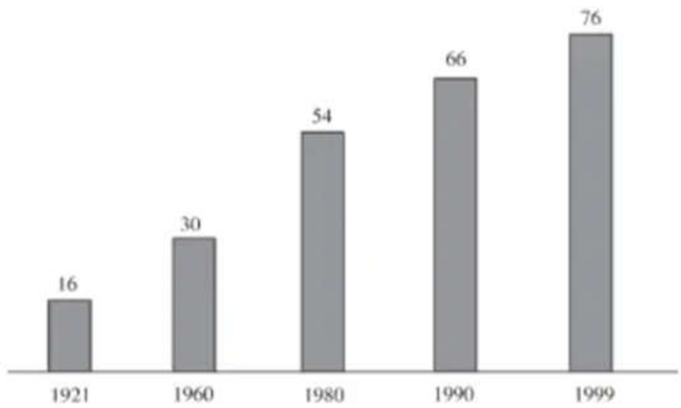
Câu 50. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $S_{ABC'}=4\sqrt{3}$, mặt phẳng (ABC') tạo với mặt đáy góc α. Khi thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ lớn nhất, giá trị của $\cos\alpha$ là

Đáp án: ....

Lời giải tham khảo

A. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (35 CÂU)

Câu 1. Hãy quan sát biểu đồ ở hình 3 (đơn vị của các cột là triệu người) và trả lời câu hỏi sau



Dân số Việt Nam qua tổng điều tra trong thế kỉ XX.

Từ 1980 đến 1999, dân số nước ta tăng thêm bao nhiêu?

A. 54 triệu. **B.** 76 triệu.

C. 22 triệu. **D.** 70 triệu.

Lời giải

Chọn C

Năm 1980 dân số nước ta là 54 triệu người.

Năm 1999 dân số nước ta là 76 triệu người.

Vậy từ năm 1980 đến năm 1999 dân số nước ta tăng 22 triệu.

Câu 2. Gọi $h(t)$ là mức nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được t giây. Biết rằng $h'(t)=\frac{1}{5}\sqrt[3]{t+8}$ và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mức nước ở bồn sau khi bơm nước được 10 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

A. $4,75cm$. **B.** $4,78cm$. **C.** $4,77cm$. **D.** $4,76cm$.

Lời giải

Chọn C

Mực nước sau 10 giây là $\int_0^{10}\frac{1}{5}\sqrt[3]{t+8}dt \approx 4,77cm$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(5x-1)>2$ là

A. $S=\left(-\infty;\frac{1}{5}\right)$. **B.** $S=(-\infty;2)$. **C.** $S=(2;+\infty)$. **D.** $S=\left(\frac{7}{5};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $5x-1>0 \Leftrightarrow x>\frac{1}{5}$.

Bất phương trình đã cho tương đương với $\log_3(5x-1)>\log_3 9$.

Do cơ số $3>1$, suy ra $5x-1>9 \Leftrightarrow x>2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(2;+\infty)$.

Câu 4. Nếu $(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x^2-4xy+y^2=1\\ y-4xy=2\end{cases}$. Thì xy bằng bao nhiêu ?

A. Không tồn tại giá trị của xy. **B.** –4.

C. 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $(1) \Leftrightarrow x^2 - 4xy + y^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} (x-y)^2 = 1 + 2xy \\ (x+y)^2 = 1 + 6xy \end{cases}$.

$(2) \Leftrightarrow y - 3xy = 4 \Leftrightarrow (x+y) - (x-y) - 8xy - 4 = 0$

$\Leftrightarrow (x+y) - (x+y)^2 - (x-y) - (x-y)^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \left(x+y-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(x-y+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} = 0$ không có giá trị của x, y thỏa nên không tồn tại xy.

Câu 5. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức z_1?

A. $N\left(-1;\sqrt{2}\right)$. **B.** $M\left(-1;-\sqrt{2}\right)$. **C.** $P\left(-1;-\sqrt{2}i\right)$. **D.** $Q\left(-1;\sqrt{2}i\right)$.

Lời giải

Chọn B

$z^2 + 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = -1 + \sqrt{2}i \\ z = -1 - \sqrt{2}i \end{array}\right.$.

z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm $\Rightarrow z_1 = -1 - \sqrt{2}i$.

Vậy $M\left(-1;-\sqrt{2}\right)$ là điểm biểu diễn số phức z_1.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(Q_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2) là:

A. $(P): 3x - y + 4z - 10 = 0$. **B.** $(P): 3x - y + 4z - 5 = 0$.

C. $(P): 3x - y + 4z + 10 = 0$. **D.** $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) có dạng $3x - y + 4z + D = 0$.

Lấy $M(0;2;0) \in (Q_1)$ và $N(0;8;0) \in (Q_2)$. Do $(Q_1) // (Q_2)$ trung điểm $I(0;5;0)$ của MN phải thuộc vào (P) nên ta tìm được $D = 5$.

Vậy $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng của điểm $M(1;2;3)$ qua trục Ox có tọa độ là

A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;-2;-3)$. **C.** $(1;0;0)$. **D.** $(0;2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi M' là điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua trục Ox.

Hình chiếu vuông góc của $M(1;2;3)$ lên trục Ox là $H(1;0;0)$

Khi đó $H(1;0;0)$ là trung điểm của $M'M$. Do đó tọa độ của M' là $(1;-2;-3)$

Câu 8. Bất phương trình $x^3 - 3x^2 - 10x + 24 \geq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên âm?

A. 1. **B.** 2.

C. Nhiều hơn 2 nhưng hữu hạn. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x^3-3x^2-10x+24\ge 0 \Leftrightarrow (x+3)(x-2)(x-4)\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge 4 \\ -3\le x\le 2 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có 3 nghiệm nguyên âm.

Câu 9. Nghiệm dương nhỏ nhất của pt $4\sin^2 x+3\sqrt{3}\sin 2x-2\cos^2 x=4$ là:

A. $x=\dfrac{\pi}{6}$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{4}$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{3}$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $4\sin^2 x+3\sqrt{3}\sin 2x-2\cos^2 x=4 \Leftrightarrow 2(1-\cos 2x)+3\sqrt{3}\sin 2x-(1+\cos 2x)=4$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=1 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\dfrac{1}{2}\cos 2x=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ 2x-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi \end{array}\right. \Rightarrow$ nghiệm dương nhỏ nhất là $x=\dfrac{\pi}{6}$.

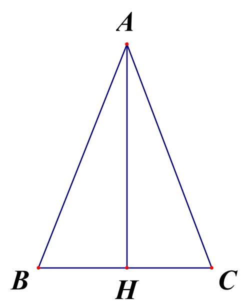
Câu 10. Cho tam giác ABC cân tại A, có cạnh đáy BC, đường cao AH, cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội q. Tính giá trị của công bội q.

A. $q=\dfrac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+1}$. **B.** $q=\sqrt{2\left(\sqrt{2}+1\right)}$.

C. $q=\dfrac{1}{2}\sqrt{2\left(\sqrt{2}+1\right)}$. **D.** $q=\sqrt{2}+1$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $BC=x\,(x>0)$.

Vì cạnh đáy BC, đường cao AH, cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội q nên $\begin{cases} AH=x.q \\ AB=x.q^2 \end{cases}(q>0)$.

Theo Định lý Pytago có:

$AB^2=AH^2+BH^2 \Leftrightarrow x^2.q^4=x^2.q^2+\left(\dfrac{x}{2}\right)^2 \Leftrightarrow q^4-q^2-\dfrac{1}{4}=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} q^2=\dfrac{\sqrt{2}+1}{4} \\ q^2=\dfrac{1-\sqrt{2}}{4}\,(L) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} q=\dfrac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+1} \\ q=-\dfrac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+1}\,(L) \end{array}\right.(q>0)$

Vậy $q=\dfrac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+1}$.

Câu 11. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^2-x}$.

A. $F(x)=\ln|x|+\ln|x-1|$. **B.** $F(x)=-\ln|x|-\ln|x-1|$.

C. $F(x)=-\ln|x|+\ln|x-1|$. **D.** $F(x)=\ln|x|-\ln|x-1|$.

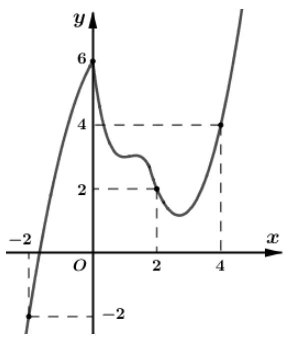
Lời giải

Chọn C

• Phân tích hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x}$.

• Các nguyên hàm là $\ln|x-1|-\ln|x|+C \Rightarrow$ một nguyên hàm là $F(x)=-\ln|x|+\ln|x-1|$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(2\log_2 x)=m$ có nghiệm duy nhất trên $\left[\dfrac{1}{2};2\right)$.



A. 9. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=2\log_2 x$, $x\in\left[\dfrac{1}{2};2\right)\Rightarrow t\in[-2;2)$

Phương trình $f(2\log_2 x)=m$ có nghiệm duy nhất thuộc nửa khoảng $\left[\dfrac{1}{2};2\right)$ khi và chỉ khi phương trình $f(t)=m$ có nghiệm duy nhất thuộc $[-2;2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2\le m\le 2\\ m=6\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ có 6 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 13. Một chất điểm chuyển động trên trục Ox với tốc độ thay đổi theo thời gian $v=f(t)$ (m/s). Quãng đường chất điểm đó chuyển động trên trục Ox từ thời điểm t_1 đến thời điểm t_2 là $s=\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,\mathrm{d}t$. Biết rằng $v(t)=30-5t$ (m/s), quãng đường chất điểm đó đi được từ thời điểm $t_1=1\text{s}$ đến thời điểm $t_2=2\text{s}$ bằng bao nhiêu mét?

A. $32,5$ m. **B.** $22,5$ m. **C.** $42,5$ m. **D.** $52,5$ m.

Lời giải

Chọn B

* Quãng đường chất điểm đó đi được từ thời điểm $t_1=1\text{s}$ đến thời điểm $t_2=2\text{s}$ là:

$$s=\int_1^2(30-5t)\,\mathrm{d}t=\left.\left(30t-\frac{5t^2}{2}\right)\right|_1^2=22,5\ m.$$

Câu 14. Anh Bách có 400 triệu đồng vì không đủ tiền để mua nhà, nên anh ta quyết định gửi tiền vào ngân hàng vào ngày 1/1/2017 để sau đó mua nhà với giá 700 triệu đồng. Hỏi nhanh nhất đến năm nào anh Bách để đủ tiền mua nhà. Biết rằng anh Bách chọn hình thức gửi theo năm với lãi suất $7,5\%$ một năm (lãi suất này không đổi trong các năm gửi), tiền lãi sau một năm được nhập vào vốn tính thành vốn gửi mới nếu anh Bách không đến rút và ngân hàng chỉ trả tiền cho anh Bách vào ngày $1/1$ hàng năm nếu anh Bách muốn rút tiền.

A. 2026. **B.** 2024. **C.** 2025. **D.** 2023.

Lời giải

Chọn C

Số tiền có được vào ngày $1/1/2018$ là $400(1+7,5\%)$ triệu đồng.

Số tiền có được vào ngày $1/1/2019$ là $\left[400(1+7,5\%)\right].(1+7,5\%)=400(1+7,5\%)^2$ triệu đồng.

Suy ra số tiền sau n năm gửi là $400(1+7,5\%)^n$ triệu đồng. Vì cần 700 triệu mua nhà nên ta có phương trình $400(1+7,5\%)^n=700 \Leftrightarrow n=\log_{1,075}\left(\dfrac{7}{4}\right)\approx 7,74$. Vậy sau 8 năm anh Bách có thể mua được nhà tức là nhanh nhất đến năm 2025 anh Bách có thể mua được nhà.

Câu 15. Giải phương trình $\log_3(6x+5)=2$.

A. $x=0$. **B.** $x=\dfrac{2}{3}$. **C.** $x=\dfrac{9}{4}$. **D.** $x=\dfrac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn B

$\log_3(6x+5)=2 \Leftrightarrow 6x+5=3^2 \Leftrightarrow x=\dfrac{2}{3}$.

Câu 16. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y=\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$, trục hoành và đường thẳng $x=\mathrm{e}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\dfrac{\pi}{3}$. **B.** $V=\dfrac{\pi}{6}$. **C.** $V=\pi$. **D.** $V=\dfrac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$ và trục hoành là $\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}=0 \Leftrightarrow x=1$

Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích

$$V=\pi\int_1^{\mathrm{e}}\left(\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{\ln^3 x}{3}\right)\Bigg|_1^{\mathrm{e}}=\frac{\pi}{3}.$$

Câu 17. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+4m-3}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định là

A. 2. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

- Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$. Ta có: $y'=\dfrac{m^2-4m+3}{(x+m)^2}$.
- Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định khi $y'<0 \Leftrightarrow m^2-4m+3<0 \Leftrightarrow 1<m<3$.
- Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{2\}$. Vậy tổng các giá trị nguyên của tham số m bằng 2.

Câu 18. Tính môđun của số phức z thỏa mãn: $3z.\overline{z}+2017\left(z-\overline{z}\right)=48-2016i$.

A. $|z|=2$. **B.** $|z|=4$. **C.** $|z|=\sqrt{2016}$. **D.** $|z|=\sqrt{2017}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=x+yi$, với $x,y\in\mathbb{R}$

Ta có $3z.\overline{z}+2017\left(z-\overline{z}\right)=48-2016i \Leftrightarrow 3|z|^2+2017\left[\left(x+yi\right)-\left(x-yi\right)\right]=48-2016i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3|z|^2=48 \\ 2.2017y=-2016 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z|^2=16 \\ y=-\dfrac{1008}{2017} \end{cases} \Rightarrow |z|=4.$$

Câu 19. Trong mp tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|z-i|=|(1+i)z|$.

A. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

B. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(2;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

C. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R=\sqrt{3}$.

D. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R=\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z=x+yi,\ (x,y\in\mathbb{R})$. Khi đó.

$$|z-i|=|(1+i)z| \Leftrightarrow |x+(y-1)i|=|(1+i)(x+yi)|$$

$$\Leftrightarrow |x+(y-1)i|=|(x-y)+(x+y)i| \Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x-y)^2+(x+y)^2}.$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2+2y-1=0 \Leftrightarrow x^2+(y+1)^2=2.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm I(0, –1), bán kính $R=\sqrt{2}$.

Câu 20. Tìm điểm M trên trục Ox sao cho nó cách đều hai đường thẳng: $d_1:3x+2y-6=0$ và $d_3:3x+2y+6=0$?

A. $\left(\sqrt{2};0\right)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $\left(0;\sqrt{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(a;0)\Rightarrow |3a-6|=|3a+6| \Leftrightarrow a=0 \Rightarrow M(0;0)$

Câu 21. Cho ba điểm $A(1;\ 4)$, $B(3;\ 2)$, $C(5;\ 4)$. Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $(2;\ 5)$. **B.** $\left(\dfrac{3}{2};\ 2\right)$. **C.** $(9;\ 10)$. **D.** $(3;\ 4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$AB=\sqrt{(3-1)^2+(2-4)^2}=\sqrt{8}$$

$$AC=\sqrt{(5-1)^2+(4-4)^2}=\sqrt{16} \Rightarrow AB^2+BC^2=AC^2.$$

$$BC=\sqrt{(5-3)^2+(4-2)^2}=\sqrt{8}$$

Vậy tam giác ABC vuông tại B. Từ đó suy ra, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là trung điểm của đoạn AC, điểm này có tọa độ $(3;\ 4)$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) có dạng: $ax+by+cz-11=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a\in(b;c)$. **B.** $a+b>c$. **C.** $a+b=c$. **D.** $a+b+c=5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-3;-3;2)$.

Véc tơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n}=(1;-3;2)$.

Do mặt phẳng (Q) đi qua AB và vuông góc với (P) nên (Q) nhận véc tơ $\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}\right]=(0;-8;-12)$ làm một véc tơ pháp tuyến nên phương trình của (Q) sẽ là: $2(y-4)+3(z-1)=0 \Leftrightarrow 2y+3z-11=0$.

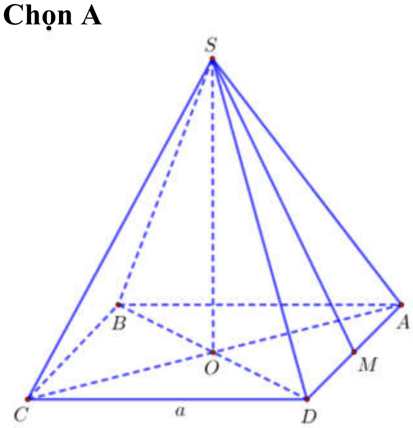
Suy ra $a=0$, $b=2$, $c=3\Rightarrow a+b+c=5$.

Câu 23. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, diện tích mỗi mặt bên bằng a^2. Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{8}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{12}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{18}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $S_{SAD}=SM.AM \Rightarrow SM=\frac{a^2}{\frac{a}{2}}=2a$, $SO=\sqrt{SM^2-OM^2}=\frac{a\sqrt{15}}{2}$

Đường tròn đáy nội tiếp hình vuông có bán kính $r=\frac{a}{2}$.

Thể tích khối nón cần tìm $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi\frac{a^2}{4}.\frac{a\sqrt{15}}{2}=\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$.

Câu 24. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4, diện tích đáy bằng diện tích của mặt cầu có bán kính bằng 1. Tính thể tích V khối trụ đó.

A. $V=10$. **B.** $V=8$. **C.** $V=4$. **D.** $V=6$.

Lời giải

Chọn C

Gọi r, h, S, S_1 lần lượt là bán kính hay đáy, chiều cao, diện tích xung quanh và diện tích một đáy của hình trụ.

Vì diện tích đáy bằng diện tích của mặt cầu có bán kính bằng 1 nên $S_1 = 4\pi$, suy ra $\pi r^2 = 4\pi \Leftrightarrow r = 2$.

Hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4 nên $S = 2\pi rh = 4 \Leftrightarrow \pi rh = 2 \Rightarrow \pi h = 1$.

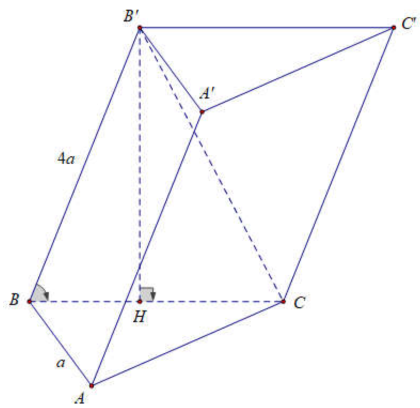
Vậy $V = \pi r^2 h = 4$.

Câu 25. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC} = 30°$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của B' trên BC. Từ giả thiết suy ra: $B'H \perp (ABC)$.

$S_{BB'C} = \dfrac{1}{2}BB'.BC.\sin\widehat{B'BC} = \dfrac{1}{2}4a.a.\sin 30° = a^2$.

Mặt khác: $S_{BB'C} = \dfrac{1}{2}B'H.BC \Rightarrow B'H = \dfrac{2S_{BB'C}}{BC} = \dfrac{2a^2}{a} = 2a$.

$V_{LT} = B'H.S_{ABC} = 2a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

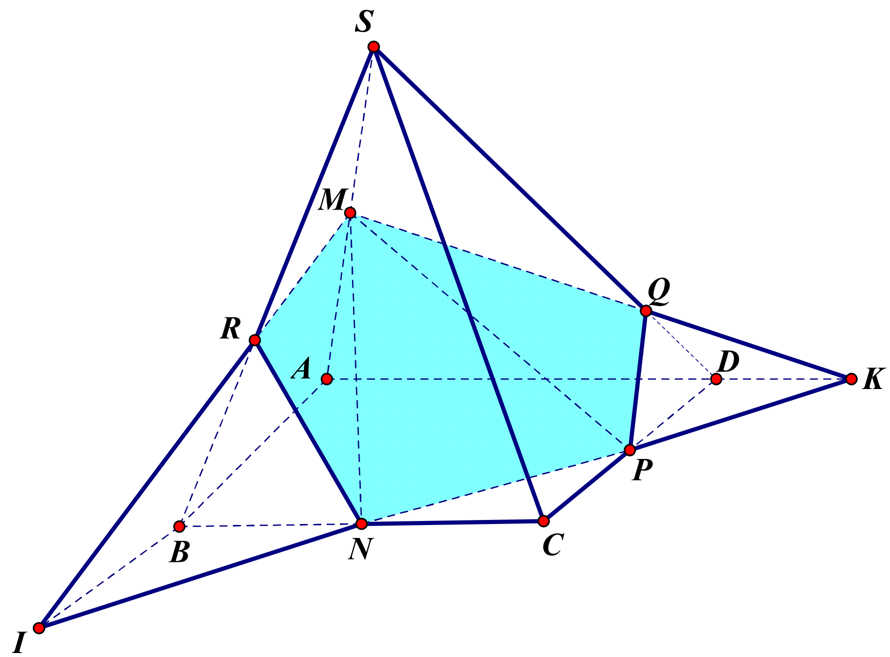
$V_{A.CC'B'} = \dfrac{1}{2}V_{A.CC'B'B} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}V_{LT} = \dfrac{1}{3}V_{LT} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA,BC,CD. Hỏi thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là hình gì?

A. Hình bình hành. **B.** Hình tam giác. **C.** Hình tứ giác. **D.** Hình ngũ giác.

Lời giải

Chọn D



Gọi $PN \cap AB = I$, $NP \cap AD = K$.
Kẻ IM cắt SB tại R, kẻ MK cắt SD tại Q.
Vậy thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là ngũ giác $MPQMR$.

Câu 27. Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng $\Delta_1 : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = -t \end{cases}$, $\Delta_2 : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Gọi (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2. Bán kính mặt cầu (S).

A. $\dfrac{\sqrt{11}}{2}$ **B.** $\dfrac{3}{2}$ **C.** $\sqrt{2}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

Lời giải

Chọn A

$A \in \Delta_1 \Rightarrow A(1;2+t;-t)$, $B \in \Delta_2 \Rightarrow B(4+t';3-2t';1-t')$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3+t';1-2t'-t;1-t'+t)$

VTCP của đường thẳng Δ_1 là $\overrightarrow{u_1} = (0;1;-1)$.

VTCP của đường thẳng Δ_2 là $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;-1)$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_1} = 0 \\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2t'-t-(1-t'+t) = 0 \\ 3+t'-2(1-2t'-t)-(1-t'+t) = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -t'-2t = 0 \\ 6t'+t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = t' = 0$. Suy ra $\overrightarrow{AB} = (3;1;1) \Rightarrow AB = \sqrt{11}$.

Mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 có đường kính bằng độ dài đoạn AB nên có bán kính $r = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{\sqrt{11}}{2}$.

Câu 28. Viết phương trình đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + z - 1 = 0$ và $(\beta): x - y - z + 2 = 0$

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=2t \\ z=-1-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-2t \\ z=3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=1-2t \\ z=3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1-3t \\ y=1+2t \\ z=t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

$(\alpha): x+2y+z-1=0$ có vectơ pháp tuyến là: $\overrightarrow{n_\alpha}=(1;2;1)$.

$(\beta): x-y-z+2=0$ có vectơ pháp tuyến là: $\overrightarrow{n_\beta}=(1;-1;-1)$.

Khi đó: $\left[\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta}\right]=(-1;2;-3)$.

Vì đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y+z-1=0$ và $(\beta): x-y-z+2=0$ nên vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta}\right]$.

Do đó chọn $\vec{u}=(1;-2;3)$.

Tọa độ $M(x;y;z)\in\Delta$ thỏa hệ phương trình: $\begin{cases} x+2y+z-1=0 \\ x-y-z+2=0 \end{cases}$.

Cho $x=-1$ ta được: $\begin{cases} 2y+z=2 \\ y+z=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow M(-1;1;0)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1;1;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$ là:

$\Delta: \begin{cases} x=-1+t \\ y=1-2t \\ z=3t \end{cases}$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1)$ và $f(2)=1$. Hàm số $g(x)=\left[f(x^2)\right]^2$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

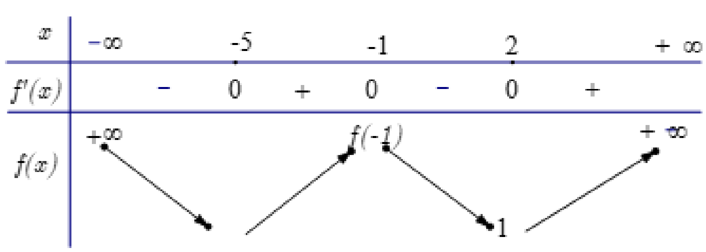
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết ta có $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1) \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-5 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của $y=f(x)$



Từ BBT suy ra $f(x)>0,\ \forall x\geq 0$ nên $f(x^2)>0, \forall x\in\mathbb{R}$

Xét hàm số $g(x)=\left[f(x^2)\right]^2$

$g'(x)=\left(\left(f(x^2)\right)^2\right)'=4x.f(x^2)f'(x^2)=4x(x^2-2)(x^2+5)(x^2+1)f(x^2)$

Xét $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$

BBT của $g(x)=\left[f\left(x^2\right)\right]^2$

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Từ BBT trên suy ra hàm số $g(x)=\left[f\left(x^2\right)\right]^2$ có ba điểm cực trị.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(3;-2;1)$, $C(-2;1;-2)$. Điểm $M(a;b;c)$ thay đổi trên mặt phẳng Oxy. Khi $2MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất hãy tính $3a+b+2021c$.

A. 2021. **B.** 2020. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Gọi $I\left(x_I;y_I;z_I\right)$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

Do đó tọa độ điểm I là $\begin{cases} x_I=\dfrac{2x_A+x_B+x_C}{2+1+1}=\dfrac{2.1+3-2}{4}=\dfrac{3}{4} \\ y_I=\dfrac{2y_A+y_B+y_C}{4}=\dfrac{2.2-2+1}{4}=\dfrac{3}{4} \\ z_I=\dfrac{2z_A+z_B+z_C}{4}=\dfrac{0.2+1-2}{4}=\dfrac{-1}{4} \end{cases} \Rightarrow I\left(\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{4};\dfrac{-1}{4}\right)$.

$2MA^2+MB^2+MC^2=2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$

$=4MI^2+2\overrightarrow{MI}\left(2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)+2IA^2+IB^2+IC^2=4MI^2+2IA^2+IB^2+IC^2$.

Do A,B,C,I là các điểm cố định nên giá trị $2IA^2+IB^2+IC^2$ là không đổi.

Vì vậy $2MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất

$\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên mặt phẳng $Oxy \Rightarrow M\left(\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{4};0\right)$

$\Rightarrow 3a+b+2021c=\dfrac{3}{4}.3+\dfrac{3}{4}=3$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)=x^3-4x^2+(1-m)x+2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=3x^2-8x+1-m$.

Để hàm số $y=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị thì hàm số $f(x)=x^3-4x^2+(1-m)x+2$ có 2 điểm cực trị dương, khi đó phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm dương phân biệt. Nên ta có

$$\begin{cases}\Delta' > 0\\ S > 0\\ P > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}16-3(1-m) > 0\\ \dfrac{8}{3} > 0\\ \dfrac{1-m}{3} > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}13+3m > 0\\ 1-m > 0\end{cases} \Leftrightarrow -\frac{13}{3} < m < 1$$

Do m nguyên âm nên $m \in \{-4;-3;-2;-1\}$.

Câu 32. Giá trị của m làm cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt là

A. $m > 6$. **B.** $m < 6$ và $m \neq 2$.

C. $m < 0$ hoặc $2 < m < 6$. **D.** $2 < m < 6$ hoặc $m < -3$.

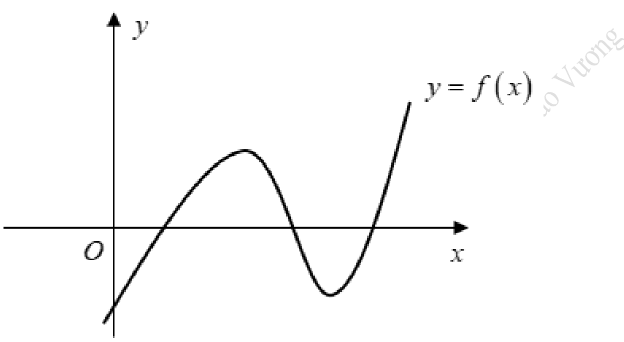
Lời giải

Chọn D

$$\Leftrightarrow \begin{cases}a \neq 0\\ \Delta' = m^2 - (m-2)(m+3) > 0\\ x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} = \dfrac{2m}{m-2} > 0\\ x_1.x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{m+3}{m-2} > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m-2 \neq 0\\ -m+6 > 0\\ \dfrac{2m}{m-2} > 0\\ \dfrac{m+3}{m-2} > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m \neq 2\\ m \in (-\infty;\ 6)\\ m \in (-\infty;\ 0) \cup (2;\ +\infty)\\ m \in (-\infty;\ -3) \cup (2;\ +\infty)\end{cases}$$

$\Leftrightarrow m \in (-\infty;\ -3) \cup (2;\ 6)$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Đặt $g(x) = \int_0^{x^2} f(x)dx$. Số điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$, suy ra $F'(x) = f(x)$.

Khi đó $g(x) = \int_0^{x^2} f(t)dt = F(t)\Big|_0^{x^2} = F(x^2) - F(0)$.

Xét $g'(x) = \left(F(x^2) - F(0)\right)' = 2xf(x^2)$.

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 0\\ x^2 = x_1\\ x^2 = x_2\\ x^2 = x_3\end{array}\right.$ (x_1, x_2, x_3 là hoành độ giao điểm của đồ thị $f(x)$ và trục Ox)

Dễ thấy phương trình $g'(x)=0$ có 7 nghiệm và $g'(x)$ đều đổi dấu qua các nghiệm. Ta có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		$-\sqrt{x_3}$		$-\sqrt{x_2}$		$-\sqrt{x_1}$		0		$\sqrt{x_1}$		$\sqrt{x_2}$		$\sqrt{x_3}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Do đó hàm số $y=g(x)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 34. Gọi *S* là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập hợp $A=\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp *S*. Tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 1400.

A. $\frac{1}{1500}$ **B.** $\frac{18}{5^{10}}$ **C.** $\frac{1}{500}$ **D.** $\frac{4}{3.10^3}$

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu là $n(S)=9.10.10.10.10.10=9.10^5$.

Gọi A là biến cố: "Số được chọn có tích các chữ số bằng 1400".

Ta có $1400=2^3.5^2.7=1.2.4.5.5.7=1.1.8.5.5.7$.

Số phần tử của A bằng $\frac{6!}{3!2!}+\frac{6!}{2!}+\frac{6!}{2!2!}=600$.

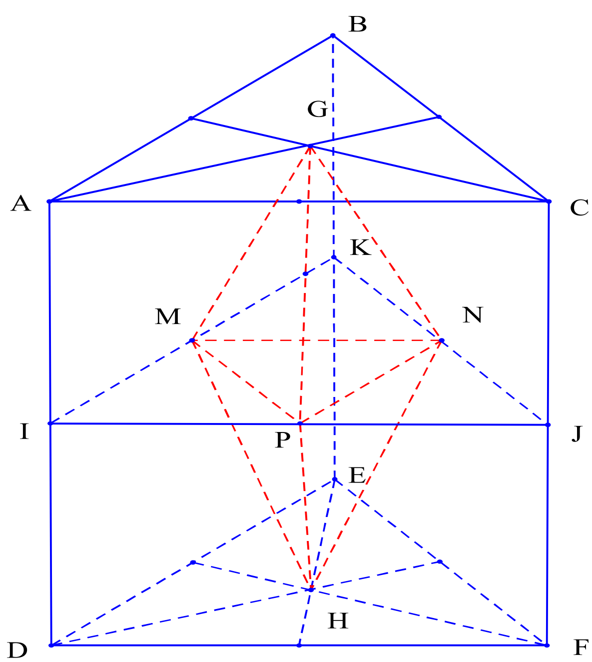
Xác suất cần tính là $P(A)=\frac{600}{9.10^5}=\frac{1}{1500}$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.DEF$ có chiều cao bằng a và diện tích đáy bằng $4a^2$. Gọi M, N, P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABED$, $BCFE$, $ACFD$ và G, H lần lượt là trọng tâm của hai đáy ABC, DEF. Thể tích khối đa diện có các đỉnh là các điểm G, M, N, P, H bằng

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi thể tích khối đa diện có các đỉnh là các điểm G, M, N, P, H là V.

Ta có $V = 2.V_{G.MNP}$.

Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của AD, CF, BE.

$\Rightarrow S_{\Delta MNP} = \dfrac{1}{4} S_{\Delta IJK}$.

Khi đó $V_{G.MNP} = \dfrac{1}{4} V_{G.IJK} = \dfrac{1}{4}.\dfrac{1}{3} AI.S_{IJK} = \dfrac{1}{12}.\dfrac{a}{2}.S_{ABC} = \dfrac{1}{12}.\dfrac{a}{2}.4\text{a}^2 = \dfrac{a^3}{6}$.

Suy ra $V = 2.V_{G.MNP} = 2.\dfrac{a^3}{6} = \dfrac{a^3}{3}$.

B. ĐIỀN KHUYẾT (15 CÂU)

Câu 36. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2x}{x+1}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A\left(1; \dfrac{-1}{2}\right)$.

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

Lời giải

TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Ta có $y' = \dfrac{x^2 + 2x - 2}{(x+1)^2}$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A\left(1; \dfrac{-1}{2}\right)$ là: $y = y'(1)(x-1) - \dfrac{1}{2}$

Vậy (d): $y = \dfrac{1}{4}(x-1) - \dfrac{1}{2}$.

Từ bảng xét dấu $f'(x)$ suy ra hàm số có 2 cực tiểu.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)(x-3)^2(x+2), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x-3)^2(x+2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 3 \\ x = -2 \end{array}\right.$, với $x = 3$ là nghiệm bội 2.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực tiểu.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{-2}$. Khoảng cách từ A đến đường thẳng d là.

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

Lời giải

Ta có $M(1;2;3) \in d \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-1;1;2)$.

$\left[\vec{u}, \overrightarrow{AM}\right] = (-6;0;-3)$.

Khi đó $d(A,d) = \dfrac{\left|\left[\vec{u}, \overrightarrow{AM}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|} = \dfrac{3\sqrt{5}}{3} = \sqrt{5}$.

Câu 39. Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên của mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ trong 11 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hỏi huấn luyện viên của mỗi đội sẽ có bao nhiêu cách chọn?

Đáp án: ....

Lời giải

Số cách chọn của huấn luyện viên của mỗi đội là $A_{11}^{5} = 55440$.

Câu 40. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{f(x)-8}{x-5} = 3$. Tính $T = \lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{f(x)+1}.\sqrt[3]{f(x)+19}-9}{2x^2-17x+35}$

Đáp án: ....

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{f(x)-8}{x-5} = 3$. Do đó $f(5)-8=0 \Leftrightarrow f(5)=8$.

$$T = \lim_{x\to5}\frac{\sqrt{f(x)+1}.\sqrt[3]{f(x)+19}-9}{2x^2-17x+35} = \lim_{x\to5}\left[\frac{\sqrt{f(x)+1}.\left(\sqrt[3]{f(x)+19}-3\right)}{(x-5)(2x-7)} + \frac{3\left(\sqrt{f(x)+1}-3\right)}{(x-5)(2x-7)}\right]$$

$$= \lim_{x\to5}\left[\frac{\sqrt{f(x)+1}.\left(f(x)+19-27\right)}{(x-5)(2x-7)\left[\sqrt[3]{\left(f(x)+19\right)^2}+3\sqrt[3]{f(x)+19}+9\right]} + \frac{3\left(f(x)+1-9\right)}{(x-5)(2x-7)\left(\sqrt{f(x)+19}+3\right)}\right]$$

$$= \lim_{x\to5}\left[\frac{\sqrt{f(x)+1}.\dfrac{\left(f(x)-8\right)}{(x-5)}}{(2x-7)\left[\sqrt[3]{\left(f(x)+19\right)^2}+3\sqrt[3]{f(x)+19}+9\right]} + \frac{3.\dfrac{\left(f(x)-8\right)}{(x-5)}}{(2x-7)\left(\sqrt{f(x)+19}+3\right)}\right]$$

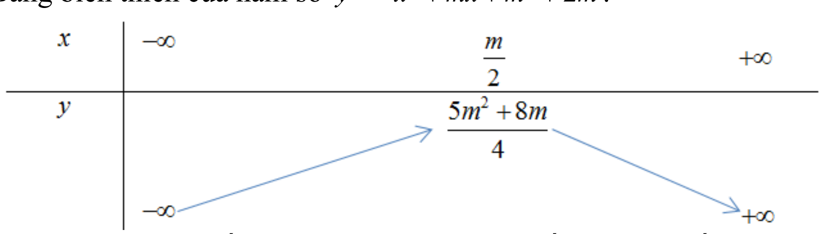
$$= \frac{3.3}{3(9+9+9)} + \frac{3.3}{3(3+3)} = \frac{11}{18}.$$

Câu 41. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^2+mx+m^2+2m$ bằng $\dfrac{13}{4}$. Tính tổng T các phần tử của S.

Đáp án: ....

Lời giải

Bảng biến thiên của hàm số $y=-x^2+mx+m^2+2m$:



Căn cứ vào bảng biến thiên ta có giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^2+mx+m^2+2m$ là $y_{\max} = \dfrac{5m^2+8m}{4}$.

Theo bài $y_{\max}=\dfrac{13}{4}$ nên ta có $\dfrac{5m^2+8m}{4}=\dfrac{13}{4}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=\dfrac{-13}{5}\end{array}\right.$.

Vậy $S=\left\{1;-\dfrac{8}{5}\right\}$. Tổng các phần tử của S bằng $1+\left(-\dfrac{13}{5}\right)=-\dfrac{8}{5}$.

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=mx^4-(m+1)x^2+2m-1$ có 3 điểm cực trị ?

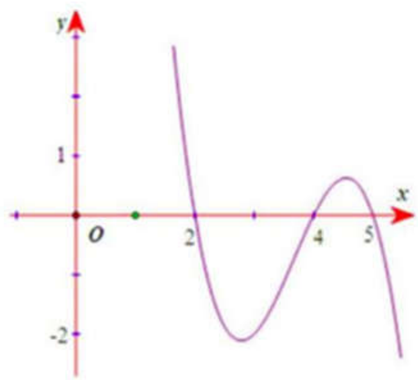
Đáp án: ………….

Lời giải

$y'=4mx^3-2(m+1)x$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m(m+1)<0\Leftrightarrow -1<m<0$

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $S=f(2)-f(5)$, khi đó khẳng định nào là **đúng**?



Đáp án: ………….

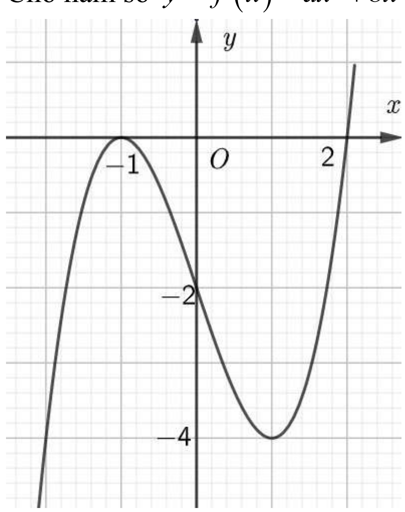
Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có

$S_1=\int\limits_2^4 -f'(x)\mathrm{d}x=f(2)-f(4)<4$ và $S_2=\int\limits_4^5 f'(x)\mathrm{d}x=f(5)-f(4)<1$

$\Rightarrow f(2)-f(5)=S_1-S_2<S_1+S_2=5$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ



Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(x)-(m+7)\left|f(x)\right|+4m+12=0$ có 7 nghiệm phân biệt là

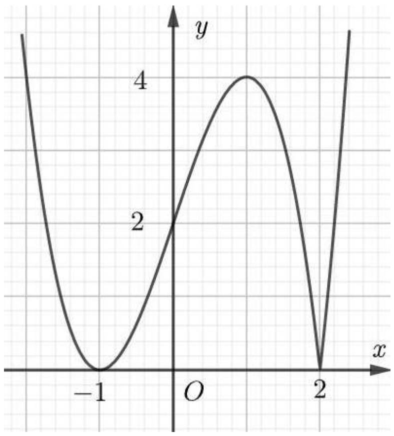
Đáp án: ………….

Lời giải

Ta có phương trình đã cho tương đương với $\left|f(x)\right|^2-(m+7)\left|f(x)\right|+4m+12=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left|f(x)\right|=4\\ \left|f(x)\right|=m+3\end{array}\right.$.

Do cách lấy đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$ từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ nên ta thấy phương trình $\left|f(x)\right|=4$ có 3 nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2=1, x_3$.



Vậy để thỏa mãn bài toán thì ta phải có phương trình $\left|f(x)\right|=m+3$ có bốn nghiệm phân biệt và các nghiệm này khác với ba nghiệm $x_1,\ x_2=1, x_3$ ở trên. Khi đó ta phải có

$0<m+3<4 \Leftrightarrow -3<m<1$.

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=-2,\ m=-1, m=0$. Do đó có tổng là $-2+(-1)+0=-3$.

Câu 45. Xét các số phức z thỏa mãn $(\overline{z}-2i)(z+3)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots..}$

Lời giải

Gọi $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$.

Khi đó:

$w=(\overline{z}-2i)(z+3)=\left[x+(-y-2)i\right]\left[(x+3)+yi\right]=x(x+3)+y(y+2)+\left[xy+(x+3)(-y-2)\right]i$

Do w là số thuần ảo

$\Leftrightarrow x(x+3)+y(y+2)=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+3x+2y=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{3}{2}\right)^2+(y+1)^2=\frac{13}{4}$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I\left(-\frac{3}{2};-1\right)$, bán kính $R=\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=2a$, $BC=a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm của cạnh AB, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SB và AC.

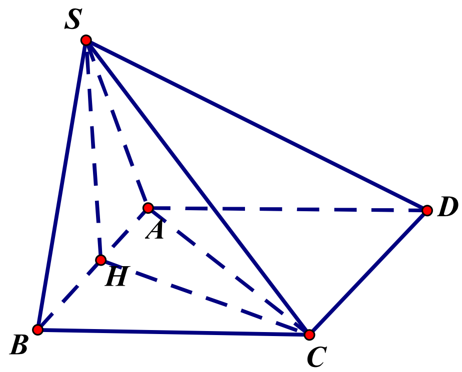
Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots..}$

Lời giải

+) Ta có:

$\left(SC,(ABCD)\right)=(SC,CH)=\widehat{SCH}=60^0$.

+) $\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AC}=AB.AB.\cos\left(\overrightarrow{SB},\overrightarrow{AC}\right)\Rightarrow\ \cos(SB,AC)=\frac{\left|\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AC}\right|}{SB.AC}$



+) Ta thấy

$\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AC}=\left(\overrightarrow{SH}+\overrightarrow{HB}\right)\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)=\overrightarrow{SH}.\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{SH}.\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{HB}.\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{HB}.\overrightarrow{BC}$

$=\overrightarrow{HB}.\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{HB}.\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}AB^2=2a^2$

+) Mặt khác

$AC=a\sqrt{5}$, $CH=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}$, $SH=CH.\tan\widehat{SCH}=a\sqrt{6}$.

$SB=\sqrt{SH^2+HB^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{6}\right)^2+a^2}=a\sqrt{7}$.

+) Vậy: $\cos\left(SB,AC\right)=\frac{\left|\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AC}\right|}{SB.AC}=\frac{2a^2}{a\sqrt{7}.a\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{35}}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $(d):\begin{cases}x=-4+t\\y=1-4t\\z=3+2t\end{cases}$ và mặt phẳng $(Q):x+y-2z+9=0$.

Gọi (Δ) là đường thẳng đi qua điểm $A(-1;2;3)$, vuông góc với (d) và song song với (Q). Tính khoảng cách từ giao điểm của (d) và (Q) đến (Δ) ta được

Đáp án: …………..

Lời giải

Đường thẳng (d) có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=(1;-4;2)$.

Mặt phẳng (Q) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-2)$.

Do (Δ) vuông góc với (d) và song song với (Q) nên (Δ) có véc tơ chỉ phương là: $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_d};\vec{n}\right]=(6;4;5)$.

Ta có $d\cap(Q)=I(-4;1;3)$ và $\left[\overrightarrow{IA},\overrightarrow{u_\Delta}\right]=(5;-15;6)$.

Vậy $d(I,\Delta)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{IA},\overrightarrow{u_\Delta}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_\Delta}\right|}=\frac{\sqrt{5^2+15^2+6^2}}{\sqrt{6^2+4^2+5^2}}=\frac{\sqrt{182}}{7}$.

Câu 48. Cho x,y là số thực dương thỏa mãn $\ln x+\ln y\ge\ln\left(x^2+y\right)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=x+y$.

Đáp án: …………..

Lời giải

Từ $\ln x+\ln y\ge\ln\left(x^2+y\right)\Leftrightarrow xy\ge x^2+y$. Ta xét:

Nếu $0 < x \le 1$ thì $y \ge xy \ge x^2 + y \Leftrightarrow 0 \ge x^2$ mâu thuẫn.

Nếu $x > 1$ thì $xy \ge x^2 + y \Leftrightarrow y(x-1) \ge x^2 \Leftrightarrow y \ge \dfrac{x^2}{x-1}$.

Vậy $P = x + y \ge x + \dfrac{x^2}{x-1}$.

Ta có $f(x) = x + \dfrac{x^2}{x-1}$ xét trên $(1;+\infty)$.

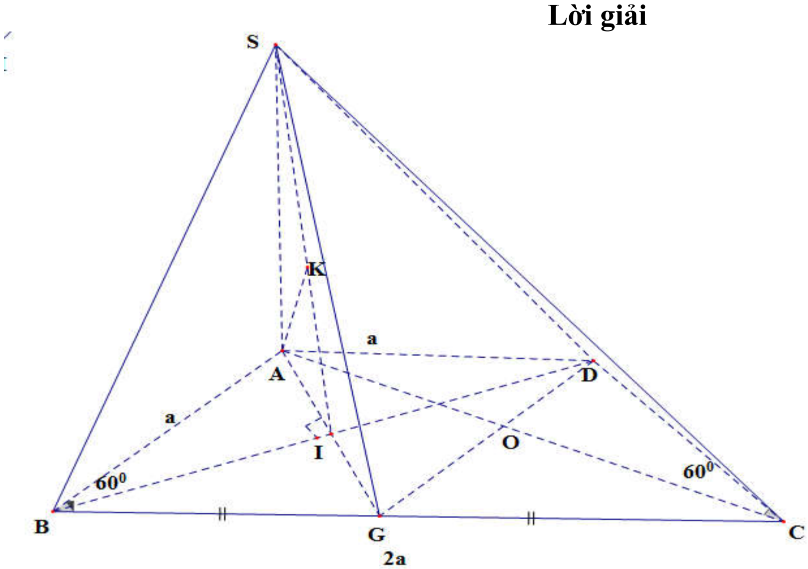
Có $f'(x) = \dfrac{2x^2 - 4x + 1}{x^2 - 2x + 1} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{2-\sqrt{2}}{2} (l) \\ x = \dfrac{2+\sqrt{2}}{2} (n) \end{array}\right.$.

Vậy $\min\limits_{(1;+\infty)} f(x) = f\left(\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}\right) = 2\sqrt{2} + 3$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình thang cân, AD là cạnh đáy ngắn; $AD = a, bc = 2a, \widehat{ABC} = 60^0$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc tạo bởi SC và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD).

Đáp án: …………..

Lời giải



Gọi G là trung điểm của BC. Khi đó $ADGB$ là hình thoi, nên $AG \perp DB, I = AG \cap DB$.

Khi đó $AG \perp DB, SA \perp DB \Rightarrow (SAG) \perp (SDB), (SAG) \cap (SDB) = SI$

Kẻ $AK \perp SI = K$.

$d(A,(SBD)) = d(A, SI) = AK$

$\widehat{(SC,(ABCD))} = \widehat{(SC, AC)} = \widehat{SCA} = 60^0$

$ADCG$ là hình thoi. Gọi $O = AC \cap GD$ thì $OG = OD$, ADG là tam giác đều nên $AC = 2AO = 2.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

Tam giác SAC vuông tại A: $SA = AC.\tan C = a\sqrt{3}.\tan 60^0 = 3a$.

ABG là tam giác đều nên $AI = \dfrac{AG}{2} = \dfrac{a}{2}$.

$\dfrac{1}{AK^2} = \dfrac{1}{AS^2} + \dfrac{1}{AI^2} = \dfrac{1}{9a^2} + \dfrac{4}{a^2} = \dfrac{37}{9a^2} \Rightarrow AK = \dfrac{3a}{\sqrt{37}}$;

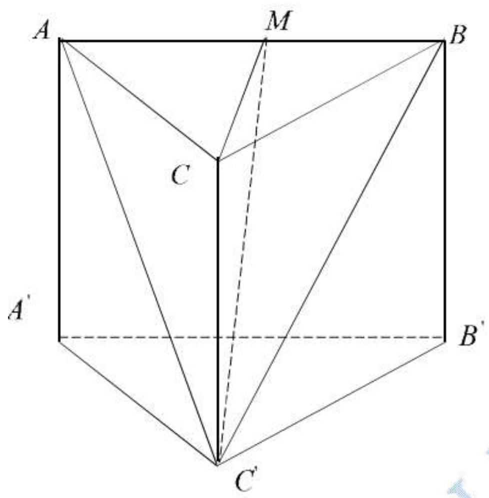
Ta có: $DC//GI, DC=2GI$,

nên $d\left(C,(SBD)\right)=2d\left(G,(SDB)\right)=2d\left(A,(SDB)\right)=2AK=\dfrac{6a}{\sqrt{37}}$

Câu 50. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $S_{ABC'}=4\sqrt{3}$, mặt phẳng (ABC') tạo với mặt đáy góc α. Khi thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ lớn nhất, giá trị của $\cos\alpha$ là

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

Lời giải



Gọi M là trung điểm AB $\Rightarrow$ góc giữa (ABC') và (ABC) là $\widehat{C'MC}=\alpha$. Theo công thức diện tích hình chiếu ta có $S_{ABC}=S_{ABC'}.\cos\alpha=4\sqrt{3}.\cos\alpha$

mà $S_{ABC}=\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow AB=4\sqrt{\cos\alpha}\Rightarrow CM=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3\cos\alpha}$

$\Rightarrow CC'=CM\tan\alpha=\dfrac{2\sqrt{3}\sin\alpha}{\sqrt{\cos\alpha}}$

$\Rightarrow V=CC'.S_{ABC}=24\sin\alpha\sqrt{\cos\alpha}=24\sqrt{\cos\alpha\left(1-\cos^2\alpha\right)}$.

Đặt $\cos\alpha=t, 0<t<1\Rightarrow V=24\sqrt{t\left(1-t^2\right)}$.

Xét hàm số $f(t)=t\left(1-t^2\right)$ trên $(0;1)$ ta thu được $V_{\max}\Leftrightarrow\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.