# ĐỀ SỐ 6. ÔN THI ĐGNL ĐHQG HÀ NỘI 2021-2022

• |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

## A. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (35 CÂU)

**Câu 1.** Thống kê điểm môn toán trong một kì thi của 500 em học sinh thấy số bài được điểm 9 tỉ lệ 2%. Hỏi tần số của giá trị $x_i = 9$ là bao nhiêu?

**A.** 10 **B.** 20 **C.** 30 **D.** 5

**Câu 2.** Một ôtô đang chạy thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó, ôtô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -12t + 24\ (m/s)$, trong đó $t$ là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ôtô còn di chuyển bao nhiêu mét?

**A.** $20\ m$. **B.** $18\ m$. **C.** $24\ m$. **D.** $15\ m$.

**Câu 3.** Nghiệm của phương trình $\log(x-1) = 2$ là.

**A.** $1025$. **B.** $2^e + 1$. **C.** $e^2 + 1$. **D.** $101$.

**Câu 4.** Nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} xy + x + y = 5 \\ x^2y + y^2x = 6 \end{cases}$ là:

**A.** $(1;2),(2;1)$. **B.** $(0;1),(1;\ 0)$. **C.** $(0;\ 2),(2;0)$. **D.** $\left(2;\frac{1}{2}\right),\left(\frac{1}{2};2\right)$.

**Câu 5.** Tìm tọa độ điểm $M$ là điểm biểu diễn số phức $z$ biết $z$ thỏa mãn phương trình $(1+i)\overline{z} = 3 - 5i$.

**A.** $M(-1;\ -4)$. **B.** $M(-1;\ 4)$. **C.** $M(1;\ 4)$. **D.** $M(1;\ -4)$.

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua $M$ và song song với $(\alpha)$?

**A.** $3x - y + 2z - 6 = 0$. **B.** $3x - y - 2z + 6 = 0$.

**C.** $3x - y + 2z + 4 = 0$. **D.** $3x + y - 2z - 14 = 0$.

**Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Tọa độ điểm $M$ là điểm đối xứng với điểm $A$ qua $d$ là

**A.** $M(2;-5;3)$. **B.** $M(-1;0;2)$. **C.** $M(2;-3;5)$. **D.** $M(0;-1;2)$.

**Câu 8.** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x+2}{x-1} \ge \frac{x+4}{x-3}$ là:

**A.** $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right] \cup (1;3)$. **B.** $S = \left[-\frac{1}{2};1\right) \cup (1;3)$.

**C.** $S = \left[-\frac{1}{2};1\right) \cup (3;+\infty)$. **D.** $S = \left(-\infty;-\frac{1}{2}\right] \cup [1;3]$.

**Câu 9.** Cho phương trình $\frac{(1+\cos x)(\cos 2x - \cos x) - \sin^2 x}{\cos x + 1} = 0$. Tính tổng các nghiệm nằm trong khoảng $(0;2018\pi)$ của phương trình đã cho?

**A.** $2035153\pi$. **B.** $1017072\pi$. **C.** $1019090\pi$. **D.** $2037171\pi$.

**Câu 10.** Cho cấp số nhân $(u_n)$ có công bội $q$ và $u_1 > 0$. Điều kiện của $q$ để cấp số nhân $(u_n)$ có ba số hạng liên tiếp là độ dài ba cạnh của một tam giác là :

**A.** $0<q\le 1$ **B.** $1<q<\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

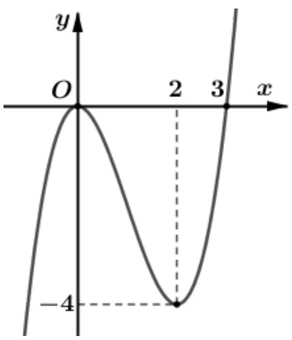
**C.** $q\ge 1$. **D.** $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}<q<\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

**Câu 11.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2x+1}{x-1}$ trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$ là

**A.** $2x+\dfrac{3}{\left(x-1\right)^2}+C$. **B.** $2x+3\ln\left(x-1\right)+C$.

**C.** $2x-\dfrac{3}{\left(x-1\right)^2}+C$. **D.** $2x+3\ln\left(x-1\right)+C$.

**Câu 12.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $R$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để phương trình $f\left(4\left(\sin^6 x+\cos^6 x\right)-1\right)=m$ có nghiệm.




**A.** 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.



**Câu 13.** Một tay đua đang điều khiển chiếc xe đua của mình với vận tốc $180(km/h)$. Tay đua nhấn ga để về đích, kể từ đó xe chạy với gia tốc $a(t)=2t+1\ (m/s^2)$. Hỏi rằng sau $4s$ sau khi tay đua nhấn ga thì xe đua chạy với vận tốc bao nhiêu km/h

**A.** $200(km/h)$. **B.** $252(km/h)$. **C.** $288(km/h)$. **D.** $243(km/h)$.

**Câu 14.** Một người gửi tiết kiệm ngân hàng $20$ triệu với lãi suất không đổi là $7{,}2\%$ trên năm và tiền lãi hàng tháng được nhập vào vốn. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu về được tổng số tiền lớn hơn $345$ triệu đồng?

**A.** $33$ năm. **B.** $41$ năm. **C.** $50$ năm. **D.** $10$ năm.

**Câu 15.** Giải phương trình $\log_3\left(x-2\right)=211$.

**A.** $x=3^{211}-2$. **B.** $x=211^3-2$. **C.** $x=211^3+2$. **D.** $x=3^{211}+2$.

**Câu 16.** Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=-x$ và $x=4$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình $\left(H\right)$ quanh trục hoành nhận giá trị nào sau đây:

**A.** $V=\dfrac{38\pi}{3}$. **B.** $V=\dfrac{41\pi}{3}$. **C.** $V=\dfrac{41\pi}{2}$. **D.** $V=\dfrac{40\pi}{3}$.

**Câu 17.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+4m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$

**A.** 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** Vô số

**Câu 18.** Tìm số phức $z$ thỏa mãn $2\left(\overline{z}+1\right)+z-1=\left(1-i\right)\left|z\right|^2$ và $\left|z\right|<1$.

**A.** $z=-\dfrac{3}{10}-\dfrac{1}{10}i$. **B.** $z=i$. **C.** $z=-\dfrac{3}{10}+\dfrac{1}{10}i$. **D.** $z=-i$.

**Câu 19.** Trên mặt phẳng tạo độ $Oxy$, tập hợp điểm biểu diễn số phức $z$ thỏa mãn $|z-i|=|iz|$ là

**A.** Đường thẳng $y=2$. **B.** Đường thẳng $y=-\frac{1}{2}$.

**C.** Đường thẳng $y=\frac{1}{2}$. **D.** Đường tròn tâm $I(0;\ 1)$.

**Câu 20.** Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-3t\end{cases}$ và 2 điểm $A(1\ ;\ 2)$, $B(-2\ ;\ m)$. Định $m$ để $A$ và $B$ nằm cùng phía đối với $d$.

**A.** $m\ =\ 13$. **B.** $m\ <\ 13$. **C.** $m\geq 13$. **D.** $m>13$.

**Câu 21.** Trong mặt phẳng toạ độ cho ba điểm $A(4;0), B(0;2), \mathrm{C}(1,6;3,2)$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác**.**

**A.** $\sqrt{5}$. **B.** $4,75$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $4,5$.

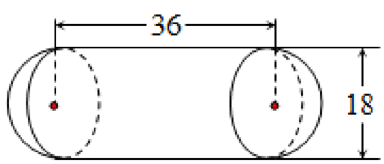
**Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(1;0;1); N(5;2;3)$ và mặt phẳng $(Q):2x-y+z-7=0$. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ đi qua các điểm $M, N$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q)$ là

**A.** $\vec{n}=(-1;0;-2)$. **B.** $\vec{n}=(1;0;-2)$. **C.** $\vec{n}=(4;0;8)$. **D.** $\vec{n}=(8;0;4)$.

**Câu 23.** Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều. Gọi $V_1$, $V_2$ lần lượt là thể tích của khối cầu ngoại tiếp và nội tiếp hình nón đã cho. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

**A.** $4$. **B.** $16$. **C.** $8$. **D.** $2$.

**Câu 24.** Một cái bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ như hình vẽ bên. Các kích thước được ghi (cùng đơn vị $dm$). Tính thể tích của bồn chứa.




.

**A.** $\pi 4^5\cdot 3^2$. **B.** $\pi\frac{4^3}{3^3}$. **C.** $\pi 4^2.3^5$. **D.** $\pi\frac{4^2}{3^5}$.

**Câu 25.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $a$, $AA'=\frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của $A'$ lên $(ABC)$ là trung điểm $BC$. Tính thể tích $V$ của khối lăng trụ đó.

**A.** $V=\frac{2a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$. **C.** $V=a^3\sqrt{\frac{3}{2}}$. **D.** $V=a^3$.

**Câu 26.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $AB=8a$, $SA=SB=SC=SD=8a$. Gọi $N$ là trung điểm cạnh $SD$. Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng $(ABN)$.

**A.** $24a^2$. **B.** $12a^2\sqrt{11}$. **C.** $12a^2$. **D.** $6a^2\sqrt{11}$.

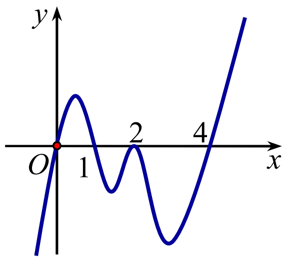
**Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$ và điểm $M(a;b;c)\in(S)$ sao cho biểu thức $P=a+2b+2c$ đạt giái trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị biểu thức $T=a+b+c$ bằng

**A.** $T=-1$. **B.** $T=-2$. **C.** $T=1$. **D.** $T=2$.

**Câu 28.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác $ABC$ có $A(1;1;1)$, $B(4;-3;1)$ và $C(1;1;2)$. Đường phân giác trong của góc $A$ có phương trình là:

**A.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1-4t \\ z=1-5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4+3t \\ y=-3-4t \\ z=6+5t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+4t \\ z=1+5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4+3t \\ y=-3+4t \\ z=6+5t \end{cases}$.

**Câu 29.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$, phương trình $f'(x)=0$ có 4 nghiệm thực và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2)$.




**A.** $3$. **B.** $4$. **C.** $5$. **D.** $6$.

**Câu 30.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;1)$, $B(5;0;-1)$, $C(3;1;2)$ và mặt phẳng $(Q): 3x+y-z+3=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc $(Q)$ thỏa mãn $MA^2+MB^2+2MC^2$ nhỏ nhất. Tính tổng $a+b+5c$.

**A.** $14$. **B.** $11$. **C.** $9$. **D.** $15$.

**Câu 31.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình vẽ.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Có bao nhiêu số nguyên $m$ để hàm số $y=f(|x-m|)$ có đúng 3 cực trị.

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Câu 32.** Tìm $m$ để phương trình: $x^4+\left(m-\sqrt{3}\right)x^2+m^2-3=0$ có đúng 3 nghiệm:

**A.** $m\in\varnothing$. **B.** $m=-\sqrt{3}$. **C.** $m=\sqrt{3}$. **D.** $m>\sqrt{3}$.

**Câu 33.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0;1\}$ thoả mãn:

$$x^2(x-1)f'(x)+x(x-2)f(x)=\frac{(x+2)(x-1)^2}{x}, \forall x\neq\{0;1\} \text{ và } f(3)=\frac{4}{9}\ln 3.$$

Biết $f(2)=a+b\ln 2$ $(a,b\in\mathbb{Q})$. Giá trị $a+9b^2$ bằng.

**A.** 4. **B.** 7. **C.** 2. **D.** 8.

**Câu 34.** Một hộp đựng 3 viên bi màu xanh, 5 viên bi màu đỏ, 6 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đen. Chọn ngẫu nhiên đồng thời từ hộp 4 viên bi, tính xác suất để 4 viên được chọn không nhiều hơn 3 màu và luôn có bi màu xanh?

**A.** $\frac{2085}{5985}$. **B.** $\frac{2058}{5985}$. **C.** $\frac{2295}{5985}$. **D.** $\frac{2259}{5985}$.

**Câu 35.** Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình bình hành. Gọi $M$, $N$, $P$, $Q$ lần lượt là trọng tâm các tam giác $A'AD$, $A'CD$, $A'CB$, $A'BA$. Gọi $O$ là điểm bất kỳ trên mặt đáy $ABCD$. Biết thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng $V$. Tính theo $V$ thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

**A.** $\frac{27}{8}V$. **B.** $\frac{81}{4}V$. **C.** $\frac{81}{2}V$. **D.** $\frac{27}{4}V$.

## B. ĐIỀN KHUYẾT (15 CÂU)

**Câu 36.** Tiếp tuyến với đồ thị $y = x^3 - x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ có phương trình là:

Đáp án: ..............

**Câu 37.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(2x+3)$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

Đáp án: ..............

**Câu 38.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác $ABC$ với $A(1;\ 2;\ -1)$, $B(0;\ 3;\ 4)$, $C(2;\ 1;\ -1)$. Độ dài đường cao từ $A$ đến $BC$ bằng:

Đáp án: ..............

**Câu 39.** Lớp 10A4 cử đại diện 3 học sinh, 11A5 cử đại diện 4 học sinh, 12A6 cử đại diện 5 học sinh đi đại hội (ngồi bàn tròn). Hỏi có bao nhiêu cách xếp 12 học sinh vào bàn sao cho các thành viên của mỗi lớp ngồi cạnh nhau ?

Đáp án: ..............

**Câu 40.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x) - 5}{x - 1} = 2$. Tìm $m$ để hàm số

$g(x) = \begin{cases} \dfrac{2f^2(x) - 7f(x) - 15}{x - 1} & khi\, x \neq 1 \\ mx + 2 & khi\, x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$?

Đáp án: ..............

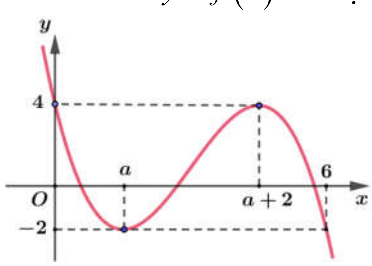
**Câu 41.** Cho $a$, $b$, $c$ là 3 số thực thỏa mãn $\begin{cases} a \neq 0 \\ 4a + 9b + 24c = 0 \end{cases}$. Gọi $x_1$, $x_2$ lần lượt là hoành độ giao điểm của parabol $(P): y = 2ax^2 + 3bx + 4c$ với trục hoành. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = |x_1 - x_2|$.

Đáp án: ..............

**Câu 42.** Tìm tất cả tham số thực của $m$ để hàm số $y = \dfrac{1}{3}(m+2)x^3 + x^2 + \dfrac{1}{3}mx - 2$ có cực đại, cực tiểu.

Đáp án: ..............

**Câu 43.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ




Đặt $S = f(0) + f(6) - f(a) - f(a+2)$. Tập giá trị của $S$ chứa tối đa bao nhiêu số nguyên?

Đáp án: ..............

**Câu 44.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Số nghiệm thuộc đoạn $[-3\pi;3\pi]$ của phương trình $\left|f\left(|\cos x|\right)\right|=1$ là

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Câu 45.** Cho $z_1$, $z_2$ là hai trong các số phức $z$ thỏa mãn điều kiện $|z-5-3i|=5$, đồng thời $|z_1-z_2|=8$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w=z_1+z_2$ trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$ là đường tròn có phương trình nào dưới đây?

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Câu 46.** Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều $SAB$ cạnh $a$ nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Tính sin góc giữa đường thẳng $SC$ và mặt phẳng $(SAD)$.

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(-1;\,2;\,0)$. Khoảng cách từ điểm $A$ đến đường thẳng $\Delta$ bằng:



Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Câu 48.** Cho ba số thực $a$, $b$, $c\in\left(\dfrac{1}{4};1\right)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức.

$$P=\log_a\left(b-\frac{1}{4}\right)+\log_b\left(c-\frac{1}{4}\right)+\log_c\left(a-\frac{1}{4}\right).$$

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Câu 49.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi có $\widehat{ABC}=60°$, mặt bên $SAB$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi $H$, $M$, $N$ lần lượt là trung điểm các cạnh $AB$, $SA$, $SD$ và $G$ là trọng tâm tam giác $SBC$. Tính khoảng cách từ $G$ đến mặt phẳng $(HMN)$ biết khối chóp $S.ABCD$ có thể tích $V=\dfrac{a^3}{4}$

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Câu 50.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'D'=2$, $A'B'=x,(x>0)$. Góc giữa đường thẳng $AC'$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng $60°$. Tính giá trị lớn nhất $V_{\max}$ của thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Lời giải tham khảo**

## A. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (35 CÂU)

**Câu 1.** Thống kê điểm môn toán trong một kì thi của 500 em học sinh thấy số bài được điểm 9 tỉ lệ 2%. Hỏi tần số của giá trị $x_i$ =9 là bao nhiêu?

**A.** 10 **B.** 20 **C.** 30 **D.** 5

***Lời giải:***

**Chọn A**

tần số $x_i$ =9 là: $\frac{2\%.500}{100\%}=10$

**Câu 2.** Một ôtô đang chạy thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó, ôtô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-12t+24\ (m/s)$, trong đó $t$ là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ôtô còn di chuyển bao nhiêu mét?

**A.** $20\ m$. **B.** $18\ m$. **C.** $24\ m$. **D.** $15\ m$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $v(t)=-12t+24=0 \Leftrightarrow t=2$. Quản đường ôtô di chuyển từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn là : $S=\int_0^2(-12t+24)dt=24$.

**Câu 3.** Nghiệm của phương trình $\log(x-1)=2$ là.

**A.** $1025$. **B.** $2^e+1$. **C.** $e^2+1$. **D.** $101$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$\log(x-1)=2 \Leftrightarrow x-1=10^2 \Leftrightarrow x=101$

**Câu 4.** Nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} xy+x+y=5 \\ x^2y+y^2x=6 \end{cases}$ là:

**A.** $(1;2),(2;1)$. **B.** $(0;1),(1;\ 0)$. **C.** $(0;\ 2),(2;0)$. **D.** $\left(2;\frac{1}{2}\right),\left(\frac{1}{2};2\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt $S=x+y, P=xy\left(S^2-4P\geq 0\right)$

Ta có : $\begin{cases} P+S=5 \\ PS=6 \end{cases}$

$\Rightarrow S,P$ là nghiệm của phương trình $X^2-5X+6=0 \Leftrightarrow X=2; X=3$

Khi $S=2, P=3$ (loại)

Khi $S=3, P=2$ thì $x,y$ là nghiệm phương trình $X^2-3X+2=0 \Leftrightarrow X=1; X=2$

Vậy nghiệm của hệ là $(1;2),(2;1)$.

**Câu 5.** Tìm tọa độ điểm $M$ là điểm biểu diễn số phức $z$ biết $z$ thỏa mãn phương trình $(1+i)\overline{z}=3-5i$.

**A.** $M(-1;\ -4)$. **B.** $M(-1;\ 4)$. **C.** $M(1;\ 4)$. **D.** $M(1;\ -4)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $\overline{z}=\frac{3-5i}{1+i}=-1-4i \Rightarrow z=-1+4i \Rightarrow M(-1;4)$.

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x-y+2z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua $M$ và song song với $(\alpha)$?

**A.** $3x-y+2z-6=0$. **B.** $3x-y-2z+6=0$.

**C.** $3x-y+2z+4=0$. **D.** $3x+y-2z-14=0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

◆ Mặt phẳng đi qua $M(3;-1;-2)$ và song song với $(\alpha)$ có phương trình:

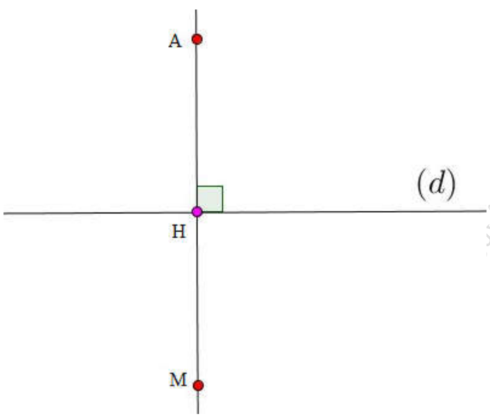
$3(x-3)-(y+1)+2(z+2)=0 \Leftrightarrow 3x-y+2z-6=0$.

**Câu 7.** Trong không gian *Oxyz*, cho điểm $A(4;-1;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{1}$. Tọa độ điểm *M* là điểm đối xứng với điểm *A* qua *d* là

**A.** $M(2;-5;3)$. **B.** $M(-1;0;2)$. **C.** $M(2;-3;5)$. **D.** $M(0;-1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn C**




Đường thẳng *d* có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(2;-1;1)$ và phương trình tham số $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-t \\ z=3+t \end{cases}$.

Gọi *H* là trung điểm của *AM*, khi đó *H* nằm trên đường thẳng *d* nên $H(1+2t;-1-t;3+t)$

$\overrightarrow{AH}=(2t-3;-t;t)$

$AH \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\ \vec{a}=0 \Leftrightarrow 2(2t-3)+t+t=0 \Leftrightarrow 6t-6=0 \Leftrightarrow t=1$

Do đó tọa độ điểm $H(3;-2;4)$.

Mà *H* là trung điểm của *AM* nên $M(2;-3;5)$.

**Câu 8.** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x+2}{x-1} \geq \frac{x+4}{x-3}$ là:

**A.** $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right] \cup (1;3)$. **B.** $S=\left[-\frac{1}{2};1\right) \cup (1;3)$.

**C.** $S=\left[-\frac{1}{2};1\right) \cup (3;+\infty)$. **D.** $S=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right] \cup [1;3]$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\frac{x+2}{x-1}\ge\frac{x+4}{x-3}\Leftrightarrow\frac{x+2}{x-1}-\frac{x+4}{x-3}\ge 0\Leftrightarrow\frac{(x+2)(x-3)-(x-1)(x+4)}{(x-1)(x-3)}\ge 0$

$\Leftrightarrow\frac{x^2-x-6-\left(x^2+3x-4\right)}{(x-1)(x-3)}\ge 0\Leftrightarrow\frac{-4x-2}{(x-1)(x-3)}\ge 0\Leftrightarrow\frac{2x+1}{(x-1)(x-3)}\le 0$

Lập bảng xét dấu ta có $x\in\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right]\cup(1;3)$.

**Câu 9.** Cho phương trình $\frac{(1+\cos x)(\cos 2x-\cos x)-\sin^2 x}{\cos x+1}=0$. Tính tổng các nghiệm nằm trong khoảng $(0;2018\pi)$ của phương trình đã cho?

**A.** $2035153\pi$. **B.** $1017072\pi$. **C.** $1019090\pi$. **D.** $2037171\pi$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện: $x\ne\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

$$\frac{(1+\cos x)(\cos 2x-\cos x)-\sin^2 x}{\cos x+1}=0\Leftrightarrow\frac{(1+\cos x)(\cos 2x-\cos x)-\left(1-\cos^2 x\right)}{\cos x+1}=0$$

$\Leftrightarrow\cos 2x-\cos x-1+\cos x=0\Leftrightarrow\cos 2x=1\Leftrightarrow x=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. Đối chiếu điều kiện ta thấy với $k$ lẻ sẽ không thỏa. Vậy các nghiệm thuộc $(0;2018\pi)$ của phương trình là

Khi đó, $\{2\pi;4\pi;6\pi;...;2016\pi\}$, có tất cả $1008$ nghiệm.

Tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0;2018\pi)$:

$$S=x_1+x_2+...+x_{1008}=\frac{1008}{2}(2\pi+2016\pi)=1017072\pi.$$

**Câu 10.** Cho cấp số nhân $(u_n)$ có công bội $q$ và $u_1>0$. Điều kiện của $q$ để cấp số nhân $(u_n)$ có ba số hạng liên tiếp là độ dài ba cạnh của một tam giác là :

**A.** $0<q\le 1$ **B.** $1<q<\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

**C.** $q\ge 1$. **D.** $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}<q<\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

**Lời giải**

**Chọn D**

Giả sử ba số hạng liên tiếp là $u_1q^n,u_1q^{n+1},u_1q^{n+2}$. Ba số hạng này là độ dài ba cạnh của một tam giác $\Leftrightarrow\begin{cases}u_1q^n+u_1q^{n+2}-u_1q^{n+1}>0\\u_1q^n+u_1q^{n+1}-u_1q^{n+2}>0\\u_1q^{n+1}+u_1q^{n+2}-u_1q^n>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}q^2-q+1>0\\1+q-q^2>0\\q+q^2-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\frac{-1+\sqrt{5}}{2}<q<\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

**Câu 11.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$ trên khoảng $(-\infty;1)$ là

**A.** $2x+\frac{3}{(x-1)^2}+C$. **B.** $2x+3\ln(x-1)+C$.

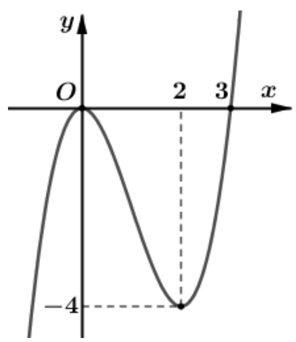
**C.** $2x-\dfrac{3}{(x-1)^2}+C$. **D.** $2x+3\ln(x-1)+C$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\dfrac{2x+1}{x-1}\mathrm{d}x=\int\left(2+\dfrac{3}{x-1}\right)\mathrm{d}x=2x+3\ln(x-1)+C$.

**Câu 12.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $R$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để phương trình $f\left(4\left(\sin^6x+\cos^6x\right)-1\right)=m$ có nghiệm.




**A.** $6$. **B.** $5$. **C.** $4$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt $t=4\left(\sin^6x+\cos^6x\right)-1=4\left(1-\dfrac{3}{4}\sin^2 2x\right)-1=3-3\sin^2 2x\ \Rightarrow t\in[0;3]$

Phương trình $f\left(4\left(\sin^6x+\cos^6x\right)-1\right)=m$ có nghiệm khi và chỉ khi phương trình $f(t)=m$ có nghiệm thuộc $[0;3]\Leftrightarrow -4\le m\le 0\ \Rightarrow$ có 5 giá trị nguyên

**Câu 13.** Một tay đua đang điều khiển chiếc xe đua của mình với vận tốc $180(km/h)$. Tay đua nhấn ga để về đích, kể từ đó xe chạy với gia tốc $a(t)=2t+1\ (m/s^2)$. Hỏi rằng sau $4s$ sau khi tay đua nhấn ga thì xe đua chạy với vận tốc bao nhiêu km/h

**A.** $200(km/h)$. **B.** $252(km/h)$. **C.** $288(km/h)$. **D.** $243(km/h)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đổi đơn vị $180(km/h)=50(\mathrm{m/s})$.

Từ khi tay đua nhấn ga, xe chạy với vận tốc $v(t)=\int(2t+1)dt=t^2+t+C$.

Tại $t=0,\ v(0)=C=50(\mathrm{m/s})\Rightarrow v(t)=t^2+t+50.$

Sau khi tay đua nhấn ga $4s$ thì xe chạy với vận tốc

$v(4)=4^2+4+50=70(m/s).$

Đổi đơn vị $70(m/s)=252(km/h).$

**Câu 14.** Một người gửi tiết kiệm ngân hàng $20$ triệu với lãi suất không đổi là $7{,}2\%$ trên năm và tiền lãi hàng tháng được nhập vào vốn. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu về được tổng số tiền lớn hơn $345$ triệu đồng?

**A.** $33$ năm. **B.** $41$ năm. **C.** $50$ năm. **D.** $10$ năm.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ giả thiết ta suy ra người đó đã gửi ngân hàng theo hình thức lãi kép nên ta có công thức $T = A(1+r)^n$ với $A = 20$ triệu là số tiền ban đầu, $T = 345$ triệu là số tiền người đó nhận được sau $n$ năm gửi, $r = 7,2\% = 0,072$ là lãi xuất hàng năm.

Ta có $345 = 20.1,072^n \Leftrightarrow 1,072^n = \dfrac{69}{4} \Leftrightarrow n = \log_{1,072} \dfrac{69}{4} \approx 40,96$

Vậy sau ít nhất $41$ năm người đó thu về được tổng số tiền lớn hơn $345$ triệu đồng

**Câu 15.** Giải phương trình $\log_3(x-2) = 211$.

**A.** $x = 3^{211} - 2$. **B.** $x = 211^3 - 2$. **C.** $x = 211^3 + 2$. **D.** $x = 3^{211} + 2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $\log_3(x-2) = 211 \Leftrightarrow x - 2 = 3^{211} \Leftrightarrow x = 3^{211} + 2$.

**Câu 16.** Cho hình phẳng $(H)$ giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}, y = -x$ và $x = 4$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình $(H)$ quanh trục hoành nhận giá trị nào sau đây:

**A.** $V = \dfrac{38\pi}{3}$. **B.** $V = \dfrac{41\pi}{3}$. **C.** $V = \dfrac{41\pi}{2}$. **D.** $V = \dfrac{40\pi}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm: $\sqrt{x} = -x \Leftrightarrow \begin{cases} -x \ge 0 \\ x = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$.

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V_{Ox} = \pi \int_0^4 \left| x^2 - x \right| dx$.

Xét phương trình $x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array} \right.$.

Do đó $V_{Ox} = \pi \int_0^1 \left| x^2 - x \right| dx + \pi \int_1^4 \left| x^2 - x \right| dx = \pi \int_0^1 \left( -x^2 + x \right) dx + \pi \int_1^4 \left( x^2 - x \right) dx$.

$= \pi \left( -\dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 + \pi \left( \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^2}{2} \right) \Big|_1^4 = \dfrac{41\pi}{3}$ (đvtt).

**Câu 17.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số $y = \dfrac{x+3}{x+4m}$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$

**A.** 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** Vô số

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-4m\}$

$y' = \dfrac{4m-3}{(x+4m)^2}$

Hàm số $y = \dfrac{x+3}{x+4m}$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$ $\Leftrightarrow y' < 0 \, \forall x \in (2;+\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m - 3 < 0 \\ -4m \notin (2;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \dfrac{3}{4} \\ -4m \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \dfrac{3}{4} \\ m \ge -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} \le m < \dfrac{3}{4}$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=0$. Vậy có 1 giá trị $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 18.** Tìm số phức $z$ thỏa mãn $2\left(\overline{z}+1\right)+z-1=\left(1-i\right)\left|z\right|^2$ và $\left|z\right|<1$.

**A.** $z=-\frac{3}{10}-\frac{1}{10}i$. **B.** $z=i$. **C.** $z=-\frac{3}{10}+\frac{1}{10}i$. **D.** $z=-i$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $z=x+yi$ với $x$, $y\in\mathbb{R}$.

Ta có $\left|z\right|<1\Leftrightarrow\sqrt{x^2+y^2}<1$.

Và $2\left(\overline{z}+1\right)+z-1=\left(1-i\right)\left|z\right|^2\Leftrightarrow 2\left(x-yi+1\right)+x+yi-1=\left(1-i\right)\left(x^2+y^2\right)$

$\Leftrightarrow\left(x^2+y^2-3x-1\right)+\left(y-x^2-y^2\right)i=0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2-3x-1=0\\x^2+y^2-y=0\end{cases}\begin{cases}10x^2+3x=0\\y=3x+1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-\frac{3}{10}\\y=\frac{1}{10}\end{cases}$$

Vậy $z=-\frac{3}{10}+\frac{1}{10}i$.

**Câu 19.** Trên mặt phẳng tạo độ $Oxy$, tập hợp điểm biểu diễn số phức $z$ thỏa mãn $\left|z-i\right|=\left|iz\right|$ là

**A.** Đường thẳng $y=2$. **B.** Đường thẳng $y=-\frac{1}{2}$.

**C.** Đường thẳng $y=\frac{1}{2}$. **D.** Đường tròn tâm $I\left(0;\ 1\right)$.



**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi số phức $z=a+bi\ \left(a,b\in\mathbb{R}\right)$.

Ta có: $\left|z-i\right|=\left|iz\right|\Leftrightarrow\left|a+bi-i\right|=\left|i\left(a+bi\right)\right|\Leftrightarrow\left|a+\left(b-1\right)i\right|=\left|-b+ai\right|$

$\Leftrightarrow\sqrt{a^2+\left(b-1\right)^2}=\sqrt{b^2+a^2}\Leftrightarrow -2b+1=0$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức $z$ thỏa mãn điều kiện bài toán là đường thẳng $y=\frac{1}{2}$.

**Câu 20.** Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-3t\end{cases}$ và 2 điểm $A\left(1\ ;\ 2\right)$, $B(-2\ ;\ m)$. Định $m$ để $A$ và $B$ nằm cùng phía đối với $d$.

**A.** $m=13$. **B.** $m<13$. **C.** $m\geq 13$. **D.** $m>13$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình tổng quát của đường thẳng $d:3(x-2)+1(y-1)=0$.

hay $d:3x+y-7=0$.

$A$, $B$ cùng phía với $d\Leftrightarrow(3x_A+y_A-7)(3x_B+y_B-7)>0\Leftrightarrow -2(-13+m)>0\Leftrightarrow m<13$.

**Câu 21.** Trong mặt phẳng toạ độ cho ba điểm $A(4;0),B(0;2),C(1,6;3,2)$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác.

**A.** $\sqrt{5}$. **B.** $4,75$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $4,5$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi $I(a;b)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác

Ta có $\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)^2 + y^2 = x^2 + (y-2)^2 \\ (x-4)^2 + y^2 = (x-1,6)^2 + (y-3,2)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 0,3x - 0,4y = 0,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow I(2;1) \Rightarrow \overrightarrow{IA}(2;-1) \Rightarrow R = IA = \sqrt{5}$.

**Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(1;0;1); N(5;2;3)$ và mặt phẳng $(Q): 2x - y + z - 7 = 0$. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ đi qua các điểm $M, N$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q)$ là

**A.** $\vec{n} = (-1;0;-2)$. **B.** $\vec{n} = (1;0;-2)$. **C.** $\vec{n} = (4;0;8)$. **D.** $\vec{n} = (8;0;4)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $\overrightarrow{MN} = (4;2;2)$ và vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Q)$ là $\vec{n}_{(Q)} = (2;-1;1)$.

Mà $MN \subset (P)$ và $(P) \perp (Q)$ nên vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ là $\vec{n}$ thỏa mãn:

$\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{MN} \\ \vec{n} \perp \vec{n}_{(Q)} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = \left[\overrightarrow{MN}, \vec{n}_{(Q)}\right] = (4;0;-8)$.

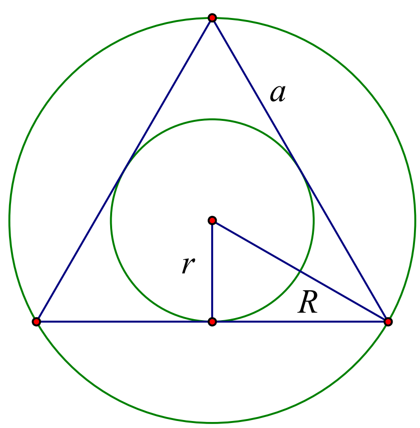
Vậy vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ là $\vec{n} = (1;0;-2)$.

**Câu 23.** Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều. Gọi $V_1$, $V_2$ lần lượt là thể tích của khối cầu ngoại tiếp và nội tiếp hình nón đã cho. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

**A.** 4. **B.** 16. **C.** 8. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn C**



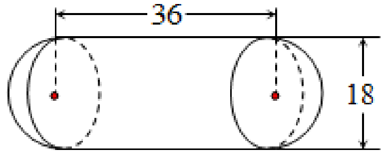

Giả sử hình nón đã cho có đường sinh $l = a$.

Ta có khối cầu ngoại tiếp và khối cầu nội tiếp hình nón có bán kính lần lượt là $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ và $r = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Gọi $V_1$, $V_2$ lần lượt là thể tích của khối cầu ngoại tiếp và nội tiếp hình nón.

Ta có $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \left(\dfrac{R}{r}\right)^3 = 8$.

**Câu 24.** Một cái bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ như hình vẽ bên. Các kích thước được ghi (cùng đơn vị $dm$). Tính thể tích của bồn chứa.




A. $\pi 4^5\cdot 3^2$.  B. $\pi\dfrac{4^3}{3^3}$.  C. $\pi 4^2.3^5$.  D. $\pi\dfrac{4^2}{3^5}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $V_1$ là thể tích hình trụ có đường cao $36\ (\mathrm{dm})$ và bán kính đường tròn đáy 9 (dm).

$V_2$ là thể tích nửa hình cầu có bán kính $9\ (\mathrm{dm})$.

Ta có $V_1=\pi.9^2.36=2916\pi\ \left(\mathrm{dm}^3\right)$ và $V_2=\dfrac{2}{3}\pi.9^3=486\pi\ \left(\mathrm{cm}^3\right)$..

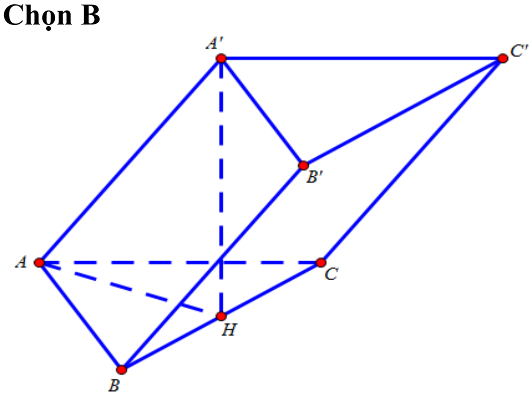
Do đó $V=V_1+2V_2=3888\pi\left(\mathrm{dm}^3\right)=4^2\pi.3^5\left(\mathrm{dm}^3\right)$.

**Câu 25.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $a$, $AA'=\dfrac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của $A'$ lên $(ABC)$ là trung điểm $BC$. Tính thể tích $V$ của khối lăng trụ đó.

A. $V=\dfrac{2a^3}{3}$.  B. $V=\dfrac{3a^3}{4\sqrt{2}}$.  C. $V=a^3\sqrt{\dfrac{3}{2}}$.  D. $V=a^3$.

**Lời giải**

**Chọn B**




Gọi $H$ là trung điểm $BC$, ta có: $A'H\perp(ABC)$.

Xét tam giác $ABC$ ta có: $AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác $AA'H$ vuông tại $H$, $A'H=\sqrt{AA'^2-AH^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

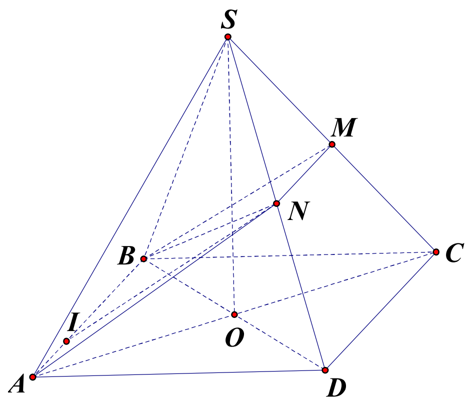
Vậy thể tích khối lăng trụ: $V_{LT}=S_{ABC}.A'H=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{8}=\dfrac{3a^3}{4\sqrt{2}}$.

**Câu 26.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $AB=8a$, $SA=SB=SC=SD=8a$. Gọi $N$ là trung điểm cạnh $SD$. Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng $(ABN)$.

A. $24a^2$.  B. $12a^2\sqrt{11}$.  C. $12a^2$.  D. $6a^2\sqrt{11}$.

**Lời giải**

**Chọn B**




Mặt phẳng $(ABN)$ chứa $AB//CD$ nên cắt mặt phẳng $(SCD)$ theo giao tuyến $NM//CD$ và $M$ cũng là trung điểm của $SC$. Suy ra thiết diện cần tìm là hình thang cân $ABMN$.

Hạ $NI \perp AB$. Ta có $NI^2 = AN^2 - AI^2$ với $AN = \dfrac{8a\sqrt{3}}{2} = 4a\sqrt{3}$.

$2AI = AB - MN = 8a - 4a = 4a \Rightarrow AI = 2a$. Từ đó suy ra $NI = 2a\sqrt{11}$.

Vậy $S_{ABMN} = \dfrac{1}{2}(AB + MN).NI = \dfrac{1}{2}(8a + 4a)2a\sqrt{11} = 12a^2\sqrt{11}$.

**Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$ và điểm $M(a;b;c)\in(S)$ sao cho biểu thức $P=a+2b+2c$ đạt giải trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị biểu thức $T=a+b+c$ bằng

**A.** $T=-1$. **B.** $T=-2$. **C.** $T=1$. **D.** $T=2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $P=a+2b+2c \Rightarrow P-6=(a-2)+2(b-1)+2(c-1)$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopski ta có

$(P-6)^2=\left[(a-2)+2(b-1)+2(c-1)\right]^2 \le (1^2+2^2+2^2)\left[(a-2)^2+(b-1)^2+(c-1)^2\right]$

$\Leftrightarrow (P-6)^2 \le 81 \Leftrightarrow -9 \le P-6 \le 9 \Leftrightarrow -3 \le P \le 15$. Từ đó

$P_{\min}=-3 \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{a-2}{1}=\dfrac{b-1}{2}=\dfrac{c-1}{2} \\ (a-2)+2(b-1)+2(c-1)=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9(a-2)=-9 \\ \dfrac{a-2}{1}=\dfrac{b-1}{2}=\dfrac{c-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=-1 \end{cases}$

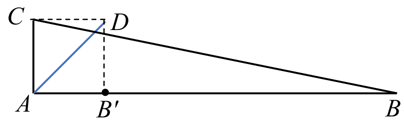
Vậy $P$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $M(1;-1;-1) \Rightarrow T=a+b+c=-1$.

**Câu 28.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác $ABC$ có $A(1;1;1)$, $B(4;-3;1)$ và $C(1;1;2)$. Đường phân giác trong của góc $A$ có phương trình là:

**A.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1-4t \\ z=1-5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4+3t \\ y=-3-4t \\ z=6+5t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+4t \\ z=1+5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4+3t \\ y=-3+4t \\ z=6+5t \end{cases}$.

**Lời giải**

**Chọn B**




◆ $\overrightarrow{AB}=(3;-4;0)$, $\overrightarrow{AC}=(0;0;1)$, $AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=5$, $AC=\left|\overrightarrow{AC}\right|=1$.

Nhận xét: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0 \Rightarrow AB\perp AC \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại $A$.

◆ Trên cạnh $AB$ lấy $B'$ sao cho $AB'=1 \Rightarrow \overrightarrow{AB'}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{5}(3;-4;0)=\left(\frac{3}{5};\frac{-4}{5};0\right)$.

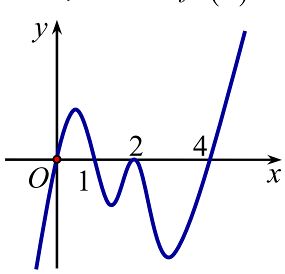
Đường phân giác trong của góc $A$ là $AD$ có một vectơ chỉ phương là:

$$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB'}=\left(\frac{3}{5};-\frac{4}{5};1\right)=\frac{1}{5}(3;-4;5)\equiv(3;-4;5).$$

Vậy phương trình đường phân giác của góc $A$ là: $AD:\begin{cases}x=1+3t\\y=1-4t\\z=1+5t\end{cases}$.

Cho $t=1\Rightarrow E(4;-3;6)\in AD\Rightarrow AD:\begin{cases}x=4+3t\\y=-3-4t\\z=6+5t\end{cases}$.

**Câu 29.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$, phương trình $f'(x)=0$ có 4 nghiệm thực và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2\right)$.




**A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $y'=2x.f'\left(x^2\right)$

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=0\\x^2=0\\x^2=1\\x^2=2\\x^2=4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=0\\x=\pm1\\x=\pm\sqrt{2}\\x=\pm2\end{array}\right.$$

Do $f'\left(x^2\right)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2>4\\0<x^2<1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>2\\x<-2\\-1<x<1\end{array}\right.$

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-\sqrt{2}$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $\sqrt{2}$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x$ | | $-$ | \| | $-$ | \| | $-$ | \| | $-$ | $0$ | $+$ | \| | $+$ | \| | $+$ | \| | $+$ | |
| $f'(x^2)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Vậy hàm số có 5 điểm cực trị.

**Câu 30.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;1)$, $B(5;0;-1)$, $C(3;1;2)$ và mặt phẳng $(Q): 3x+y-z+3=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc $(Q)$ thỏa mãn $MA^2+MB^2+2MC^2$ nhỏ nhất. Tính tổng $a+b+5c$.

**A.** $14$. **B.** $11$. **C.** $9$. **D.** $15$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $E$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}+2\overrightarrow{EC}=\vec{0} \Rightarrow E(3;0;1)$.

Ta có: $S=MA^2+MB^2+2MC^2=\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2+2\overrightarrow{MC}^2$

$=\left(\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{EA}\right)^2+\left(\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{EB}\right)^2+2\left(\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{EC}\right)^2=4ME^2+EA^2+EB^2+2EC^2$.

Vì $EA^2+EB^2+2EC^2$ không đổi nên $S$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $ME$ nhỏ nhất.

$\Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của $E$ lên $(Q)$.

Phương trình đường thẳng $ME: \begin{cases} x=3+3t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$.

Tọa độ điểm $M$ là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x=3+3t \\ y=t \\ z=1-t \\ 3x+y-z+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-1 \\ z=2 \\ t=-1 \end{cases}$.

$\Rightarrow M(0;-1;2) \Rightarrow a=0,\ b=-1,\ c=2$.

$\Rightarrow a+b+5c=0-1+5.2=9$.

**Câu 31.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình vẽ.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Có bao nhiêu số nguyên $m$ để hàm số $y=f(|x-m|)$ có đúng $3$ cực trị.

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có bảng xét dấu của hàm số $y=f'(x-m)$:

| $x$ | $-\infty$ | | $m-1$ | | $m+2$ | | $m+4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x-m)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Hàm số $y=f(|x-m|)$ có đúng $3$ cực trị khi và chỉ khi hàm số $y=f(x-m)$ có đúng $1$ cực trị dương $\Leftrightarrow \begin{cases} m+4>0 \\ m+2\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4<m\le -2$.

Vì $m$ nguyên nên $m\in\{-3;-2\}$.

Vậy có 2 giá trị $m$ cần tìm.

**Câu 32.** Tìm $m$ để phương trình: $x^4+\left(m-\sqrt{3}\right)x^2+m^2-3=0$ có đúng 3 nghiệm:

**A.** $m\in\varnothing$. **B.** $m=-\sqrt{3}$. **C.** $m=\sqrt{3}$. **D.** $m>\sqrt{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt $t=x^2, t\ge 0$, phương trình trở thành $t^2+\left(m-\sqrt{3}\right)t+m^2-3=0$ (*)

Phương trình đã cho có đúng 3 nghiệm khi phương trình (*) có 1 nghiệm bằng 0 và 1 nghiệm dương.

Khi $t=0\Rightarrow x=0\Rightarrow m^2-3=0\Rightarrow m=\pm\sqrt{3}$.

- $m=\sqrt{3}\Rightarrow$ phương trình $x^4=0\Rightarrow x=0$ (không thỏa).
- $m=-\sqrt{3}\Rightarrow$ phương trình $x^4-2\sqrt{3}x^2=0\Leftrightarrow x^2\left(x^2-2\sqrt{3}\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2\sqrt{3}}\end{array}\right.$ (thỏa).

Vậy $m=-\sqrt{3}$ thỏa yêu cầu.

**Câu 33.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\{0;1\}$ thoả mãn:

$x^2(x-1)f'(x)+x(x-2)f(x)=\dfrac{(x+2)(x-1)^2}{x},\forall x\ne\{0;1\}$ và $f(3)=\dfrac{4}{9}\ln 3$.

Biết $f(2)=a+b\ln 2\ (a,b\in\mathbb{Q})$. Giá trị $a+9b^2$ bằng.

**A.** 4. **B.** 7. **C.** 2. **D.** 8.

**Lời giải**

Xét $x>1$ ta có:

$$x^2(x-1)f'(x)+x(x-2)f(x)=\frac{(x+2)(x-1)^2}{x}.$$

$$\Rightarrow f'(x)+\frac{x-2}{x(x-1)}f(x)=\frac{(x+2)(x-1)}{x^3}$$

$$\Rightarrow\left[f'(x)+\frac{x-2}{x(x-1)}f(x)\right]\frac{x^2}{x-1}=\frac{(x+2)(x-1)}{x^3}.\frac{x^2}{x-1}$$

$$\Rightarrow\frac{x^2}{x-1}f'(x)+\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}f(x)=\frac{x+2}{x}$$

$$\Rightarrow\left[\frac{x^2}{x-1}f(x)\right]'=\frac{x+2}{x}$$

$$\Rightarrow\frac{x^2}{x-1}f(x)=\int\left(\frac{x+2}{x}\right)dx$$

$$\Rightarrow\frac{x^2}{x-1}f(x)=x+2\ln x+C$$

Mà $f(3)=\dfrac{9}{4}\ln 3$ nên ta có $\dfrac{9}{2}.\dfrac{9}{4}\ln 3=3+2\ln 3+C\Rightarrow C=-3$.

Suy ra $f(x)=\dfrac{(x+2\ln x-3)(x-1)}{x^2}\Rightarrow f(2)=-\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\ln 2\Rightarrow a+9b^2=2.$

**Câu 34.** Một hộp đựng 3 viên bi màu xanh, 5 viên bi màu đỏ, 6 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đen. Chọn ngẫu nhiên đồng thời từ hộp 4 viên bi, tính xác suất để 4 viên được chọn không nhiều hơn 3 màu và luôn có bi màu xanh?

**A.** $\dfrac{2085}{5985}$. **B.** $\dfrac{2058}{5985}$. **C.** $\dfrac{2295}{5985}$. **D.** $\dfrac{2259}{5985}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tổng số bi là: $3+5+6+7=21$ (viên).

Tổng số bi không tính màu xanh là: $5+6+7=18$ (viên).

Chọn ngẫu nhiên 4 viên có: $C_{21}^{4}=5985$ (cách).

Số cách chọn 4 viên có đủ 4 màu là: $3.5.6.7=630$ (cách).

Số cách chọn 4 viên không có viên bi màu xanh là: $C_{18}^{4}=3060$ (cách).

Số cách chọn để 4 viên được chọn không nhiều hơn 3 màu và luôn có bi màu xanh là: $5985-630-3060=2295$.

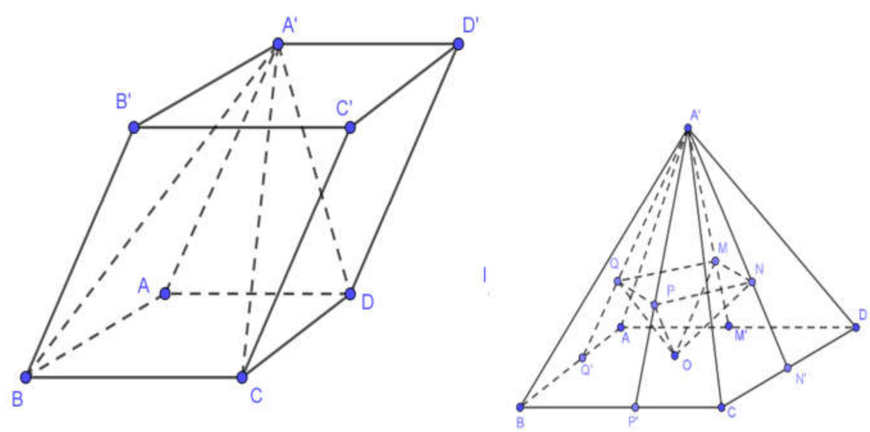
Vậy xác suất cần tìm là: $\dfrac{2295}{5985}$.

**Câu 35.** Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình bình hành. Gọi $M$, $N$, $P$, $Q$ lần lượt là trọng tâm các tam giác $A'AD$, $A'CD$, $A'CB$, $A'BA$. Gọi $O$ là điểm bất kỳ trên mặt đáy $ABCD$. Biết thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng $V$. Tính theo $V$ thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

**A.** $\dfrac{27}{8}V$. **B.** $\dfrac{81}{4}V$. **C.** $\dfrac{81}{2}V$. **D.** $\dfrac{27}{4}V$.

**Lời giải**

**Chọn C**




Gọi $M'$, $N'$, $P'$, $Q'$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $AD, DC, CB, BA$.

Ta có $S_{MNPQ}=\left(\dfrac{2}{3}\right)^2.S_{M'N'P'Q'}=\dfrac{4}{9}.\dfrac{1}{2}.S_{ABCD}=\dfrac{2}{9}.S_{ABCD}$.

Đường cao của khối chóp $O.MNPQ$ là: $h_{O.MNPQ}=\dfrac{1}{3}h_{A'.ABCD}\Rightarrow V=\dfrac{2}{27}V_{A'.ABCD}$.

Ta lại có $V_{A'.ABCD}=\dfrac{1}{3}V_{ABCDA'B'C'D'}$.

Suy ra $V=\dfrac{2}{81}V_{ABCD.A'B'C'D'}\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'}=\dfrac{81}{2}V$.

## B. ĐIỀN KHUYẾT (15 CÂU)

**Câu 36.** Tiếp tuyến với đồ thị $y=x^3-x^2+1$ tại điểm có hoành độ $x_0=1$ có phương trình là:

Đáp án: ………….

**Lời giải.**

Tọa độ tiếp điểm: $x_0=1\Rightarrow y_0=1$. Tiếp điểm $M(1;\,1)$.

Hệ số góc của tiếp tuyến: $y'=3x^2-2x\Rightarrow y'(1)=1$.

Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0=1$ có phương trình: $y=(x-1)+1\Leftrightarrow y=x$.

**Câu 37.** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x\left(x-1\right)^2\left(2x+3\right)$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Lời giải**

Số điểm cực trị của hàm số là số nghiệm đơn của $f'\left(x\right)=0$

$$\Leftrightarrow x\left(x-1\right)^2\left(2x+3\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$$

$x=1$ là nghiệm kép, $x=0, x=-\dfrac{3}{2}$ là nghiệm đơn.

**Câu 38.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác $ABC$ với $A\left(1;\ 2;\ -1\right)$, $B\left(0;\ 3;\ 4\right)$, $C\left(2;\ 1;\ -1\right)$. Độ dài đường cao từ $A$ đến $BC$ bằng:

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Lời giải**

$\overrightarrow{BC}=\left(2;-2;-5\right),\overrightarrow{BA}=\left(1;-1;-5\right)$.

$$AH=\frac{\left|\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{BC}\right|}=\sqrt{\frac{50}{33}}.$$

**Câu 39.** Lớp 10A4 cử đại diện 3 học sinh, 11A5 cử đại diện 4 học sinh, 12A6 cử đại diện 5 học sinh đi đại hội (ngồi bàn tròn). Hỏi có bao nhiêu cách xếp 12 học sinh vào bàn sao cho các thành viên của mỗi lớp ngồi cạnh nhau ?

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Lời giải**

Ghép 3 học sinh lớp 10A4 thành một nhóm.
Ghép 4 học sinh lớp 11A5 thành một nhóm.
Ghép 5 học sinh lớp 12A6 thành một nhóm.
Xếp 3 nhóm quanh bàn tròn có $2!$cách, hoán vị 3 học sinh lớp 10A4 có $3!$cách, hoán vị 4 học sinh lớp 11A5 có $4!$cách, hoán vị 5 học sinh lớp 12A6 có $5!$cách. Theo quy tắc nhân có $2.3!4!5!$ cách xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 40.** Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-5}{x-1}=2$. Tìm $m$ để hàm số

$$g\left(x\right)=\begin{cases} \dfrac{2f^2(x)-7f(x)-15}{x-1} & khi\, x\neq 1 \\ mx+2 & khi\, x=1 \end{cases}$$ liên tục tại $x=1$?

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Lời giải.**

Vì $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-5}{x-1}=2 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 1}[f(x)-5]=0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 1}f(x)=5$

Ta có: +) $g\left(1\right)=m+2$

+) $\lim\limits_{x\to 1}g\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2f^2(x)-7f(x)-15}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{[2f(x)+3][f(x)-5]}{x-1}$

$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-5}{x-1}\cdot\lim\limits_{x\to 1}[2f(x)+3]=2(2.5+3)=26$

Hàm số $g(x)$ liên tục tại $x=1$ khi: $\lim\limits_{x\to 1} g(x)=g(1)$

$\Rightarrow m+2=26 \Leftrightarrow m=24$

**Câu 41.** Cho $a$, $b$, $c$ là 3 số thực thỏa mãn $\begin{cases} a\neq 0 \\ 4a+9b+24c=0 \end{cases}$. Gọi $x_1$, $x_2$ lần lượt là hoành độ giao điểm của parabol $(P): y=2ax^2+3bx+4c$ với trục hoành. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|x_1-x_2|$.

Đáp án: ………….

**Lời giải**

◆ Phương trình hoành độ giao điểm của $(P)$ với trục hoành là $2ax^2+3bx+4c=0$ (1).

◆ $(P)$ cắt trục hoành tại hai điểm khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm, tức là ta có

$\Delta=9b^2-32ac\geq 0$

◆ Khi đó hoành độ giao điểm $x_1$, $x_2$ của $(P)$ với trục hoành là nghiệm của (1), suy ra

$T=|x_1-x_2|=\dfrac{\sqrt{\Delta}}{2|a|}=\sqrt{\dfrac{9b^2-32ac}{4a^2}}$ (2)

◆ Theo bài ra ta có $4a+9b+24c=0 \Leftrightarrow c=-\dfrac{1}{6}a-\dfrac{9}{24}b$ (3).

◆ Thay (3) vào (2) ta có $T=\sqrt{\dfrac{9b^2}{4a^2}+3\dfrac{b}{a}+\dfrac{4}{3}}=\sqrt{\left(\dfrac{3b}{2a}+1\right)^2+\dfrac{1}{3}}\geq\dfrac{1}{\sqrt{3}}$,

◆ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{3b}{2a}+1=0 \Leftrightarrow a=-\dfrac{3}{2}b=12c$.

◆ Vậy giá trị nhỏ nhất của $T$ bằng $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

**Câu 42.** Tìm tất cả tham số thực của $m$ để hàm số $y=\dfrac{1}{3}(m+2)x^3+x^2+\dfrac{1}{3}mx-2$ có cực đại, cực tiểu.

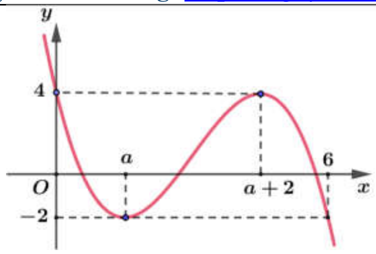
Đáp án: ………….

**Lời giải**

$y'=(m+2)x^2+2x+\dfrac{1}{3}m$.

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ m+2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-\dfrac{1}{3}m^2-\dfrac{2}{3}m>0 \\ m\neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3<m<1 \\ m\neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -3<m<-2$ hoặc $-2<m<1$.

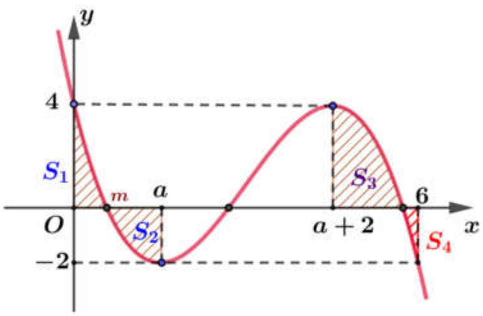
**Câu 43.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ




Đặt $S = f(0) + f(6) - f(a) - f(a+2)$. Tập giá trị của $S$ chứa tối đa bao nhiêu số nguyên?

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Lời giải**




Ta có: $S = -\int\limits_0^a f'(x)\mathrm{d}x + \int\limits_{a+2}^6 f'(x)\mathrm{d}x \; = -S_1 + S_2 + S_3 - S_4$.

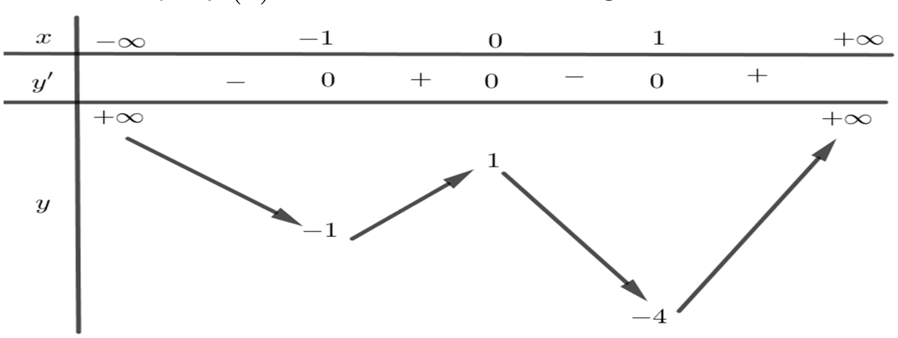
Do đó: $S \approx \dfrac{-(m-0)4}{2} + \dfrac{(a-m)2}{2} + \dfrac{(n-a-2)4}{2} - \dfrac{(6-n)2}{2} \approx 3(n-m) - a - 10$.

Do $\begin{cases} 0 < m < a \\ a+2 < n < 6 \end{cases}$ nên $2 < n - m < 6$

Suy ra: $-4 - a < 3(n-m) - a - 10 < 8 - a$

Vậy $S$ có tối đa 11 giá trị nguyên.

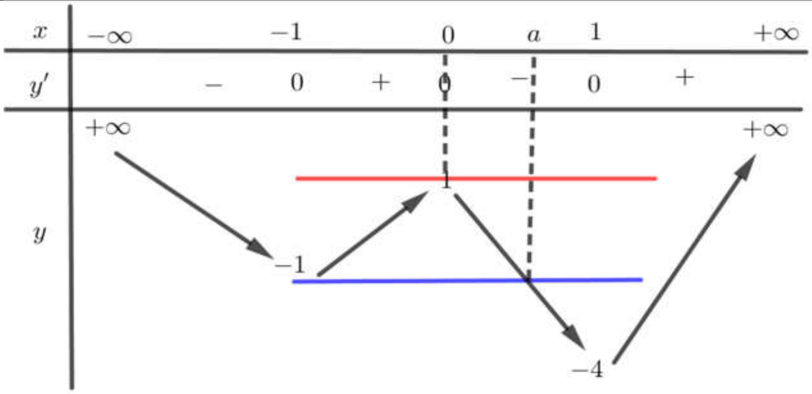
**Câu 44.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau




Số nghiệm thuộc đoạn $[-3\pi; 3\pi]$ của phương trình $\left|f(|\cos x|)\right| = 1$ là

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

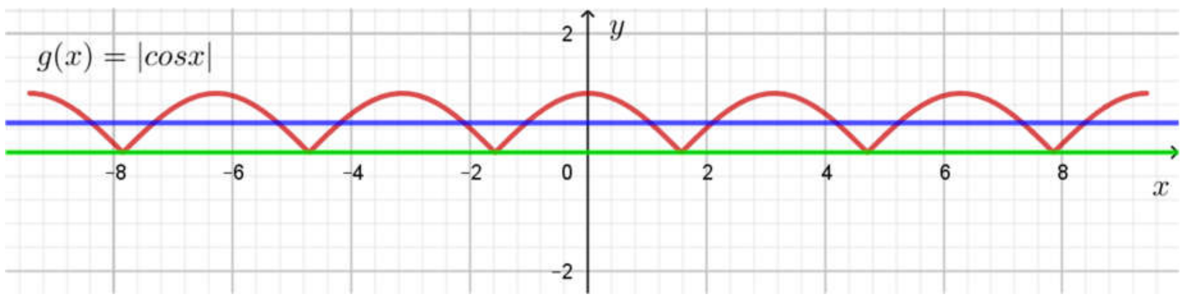
**Lời giải**




Ta có $0 \le |\cos x| \le 1$. Khi đó từ bảng biến thiên ta được

$$\left|f\left(|\cos x|\right)\right| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(|\cos x|\right) = 1 \\ f\left(|\cos x|\right) = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |\cos x| = 0 \\ |\cos x| = a\ (0 < a < 1) \end{array}\right.$$

Vẽ đồ thị hàm số $g(x) = |\cos x|$ ; $x \in [-3\pi; 3\pi]$.




Từ đồ thị ta có

Phương trình $|\cos x| = 0$ có 6 nghiệm.

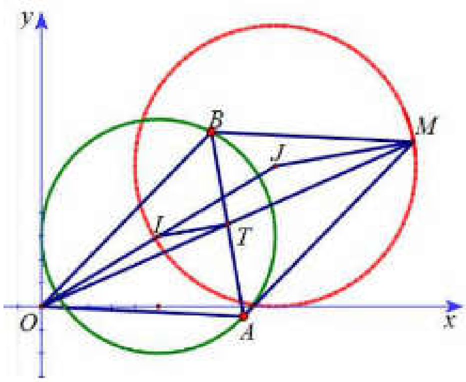
Phương trình $|\cos x| = a$ $(0 < a < 1)$ có 12 nghiệm.

Vậy ta có tổng cộng 18 nghiệm.

**Câu 45.** Cho $z_1$, $z_2$ là hai trong các số phức $z$ thỏa mãn điều kiện $|z - 5 - 3i| = 5$, đồng thời $|z_1 - z_2| = 8$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = z_1 + z_2$ trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$ là đường tròn có phương trình nào dưới đây?

Đáp án: …………..

**Lời giải**




Gọi $A$, $B$, $M$ là các điểm biểu diễn của $z_1$, $z_2$, $w$. Khi đó $A$, $B$ thuộc đường tròn $(C):(x-5)^2+(y-3)^2=25$ và $AB=|z_1-z_2|=8$.

$(C)$ có tâm $I(5;3)$ và bán kính $R=5$, gọi $T$ là trung điểm của $AB$ khi đó $T$ là trung điểm của $OM$ và $IT=\sqrt{IA^2-TA^2}=3$.

Gọi $J$ là điểm đối xứng của $O$ qua $I$ suy ra $J(10;6)$ và $IT$ là đường trung bình của tam giác $OJM$, do đó $JM=2IT=6$.

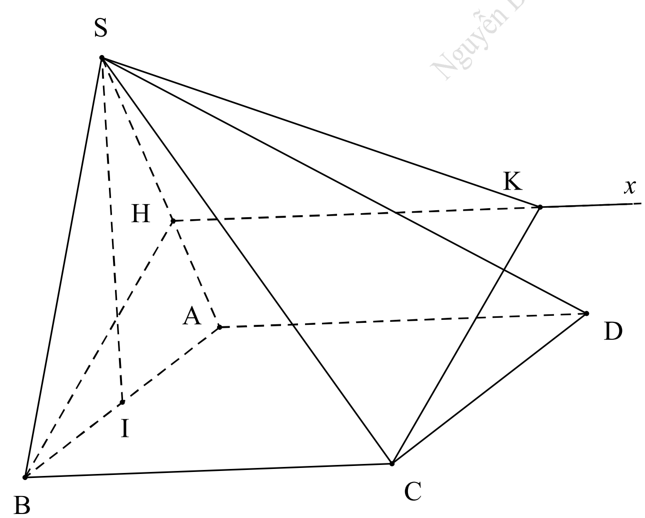
Vậy $M$ thuộc đường tròn tâm $J$ bán kính bằng $6$ và có phương trình $(x-10)^2+(y-6)^2=36$.

**Câu 46.** Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều $SAB$ cạnh $a$ nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Tính sin góc giữa đường thẳng $SC$ và mặt phẳng $(SAD)$.

Đáp án: ………….



**Lời giải**




Gọi $I$ là trung điểm của $AB$. Khi đó $SI\perp(ABCD)$.

Ta có $\begin{cases}AD\perp AB\\AD\perp SI\end{cases}\Rightarrow AD\perp(SAB)$ mà $AD\subset(SAD)$ suy ra $(SAD)\perp(SAB)$.

Dựng $BH\perp SA$ tại $H$ suy ra $SH\perp(SAD)$.

Trong mặt phẳng $(SAD)$ kẻ $Hx//AD$. Trong mặt phẳng $(BC,Hx)$ qua $C$ kẻ đường thẳng song song với $BH$ cắt $Hx$ tại $K$ thì $CK\perp(SAD)$. Suy ra $SK$ là hình chiếu vuông góc của $SC$ trên mặt phẳng $(SAD)$ nên góc giữa đường thẳng $SC$ và mặt phẳng $(SAD)$ là góc $\widehat{CSK}$. Ta có $BH = CK = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Trong tam giác $SCI$ có $SC = \sqrt{SI^2 + IC^2} = \sqrt{\dfrac{3a^2}{4} + \dfrac{5a^2}{4}} = a\sqrt{2}$.

Suy ra $\sin\widehat{CSK} = \dfrac{CK}{SC} = \dfrac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$

**Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(-1;\ 2;\ 0)$. Khoảng cách từ điểm $A$ đến đường thẳng $\Delta$ bằng:

Đáp án: …………..

**Lời giải**

Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $A$ trên $\Delta$, ta có $H(1+2t;\ 2-2t;\ 3+t)$, $t \in \mathbb{R}$.

$\overrightarrow{AH} = (2+2t;\ -2t;\ 3+t)$

Một vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{u} = (2;\ -2;\ 1)$.

$\overrightarrow{AH}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow 4+4t+4t+3+t = 0 \Leftrightarrow t = -\dfrac{7}{9}$.

$\overrightarrow{AH} = \left(\dfrac{4}{9}; \dfrac{14}{9}; \dfrac{20}{9}\right) \Rightarrow AH = \sqrt{\dfrac{16}{81} + \dfrac{196}{81} + \dfrac{400}{81}} = \dfrac{2\sqrt{17}}{3}$.

Vậy $d(A;\ \Delta) = \dfrac{2\sqrt{17}}{3}$.

**Câu 48.** Cho ba số thực $a$, $b$, $c \in \left(\dfrac{1}{4};1\right)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức.

$P = \log_a\left(b - \dfrac{1}{4}\right) + \log_b\left(c - \dfrac{1}{4}\right) + \log_c\left(a - \dfrac{1}{4}\right)$.

Đáp án: …………..

**Lời giải**

Vợi mọi $x \in \left(\dfrac{1}{4};1\right)$ ta có $x^2 - x + \dfrac{1}{4} = \left(x - \dfrac{1}{2}\right)^2 \ge 0 \Rightarrow x^2 \ge x - \dfrac{1}{4}$.

Lấy logarit 2 vế, ta được $\log_t x^2 \le \log_t\left(x - \dfrac{1}{4}\right)$ (với $t \in (0;1)$ (*).

Áp dụng BĐT (*) ta được: $\log_a\left(b - \dfrac{1}{4}\right) \ge \log_a b^2 = 2\log_a b$.

$\log_b\left(c - \dfrac{1}{4}\right) \ge \log_b c^2 = 2\log_b c$.

$\log_c\left(a - \dfrac{1}{4}\right) \ge \log_c a^2 = 2\log_c a$.

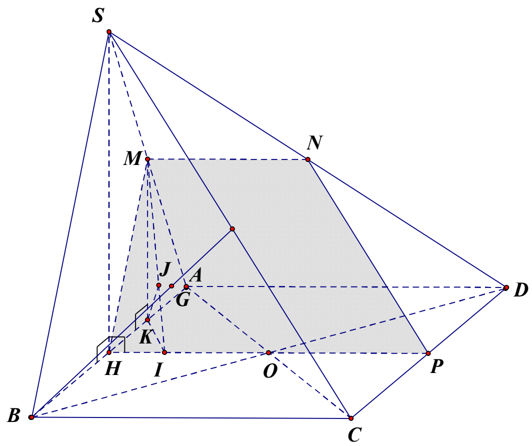
Suy ra $P \ge 2\left[\log_a b + \log_b c + \log_c a\right] \ge 2.3\sqrt[3]{\log_a b.\log_b c.\log_c a} = 6 = P_{\min}$.

**Câu 49.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi có $\widehat{ABC} = 60°$, mặt bên $SAB$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi $H, M, N$ lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, SA, SD$

và $G$ là trọng tâm tam giác $SBC$. Tính khoảng cách từ $G$ đến mặt phẳng $(HMN)$ biết khối chóp $S.ABCD$ có thể tích $V=\dfrac{a^3}{4}$

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Lời giải**




Gọi $x$ là cạnh hình thoi, ta có:

$AC=x, BD=x\sqrt{3}, SH=\dfrac{x\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow V=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}AC.BD.SH=\dfrac{x^3}{4}=\dfrac{a^3}{4}\Rightarrow x=a$

Dựng $MK//SH$, $KI\perp HO$, $KJ\perp MI\Rightarrow KJ\perp(HMN)\equiv(\alpha)$.

Chứng minh được $(SBC)//(\alpha)\Rightarrow d\left(G;(\alpha)\right)=d\left(S;(\alpha)\right)=d\left(A;(\alpha)\right)=2d\left(K;(\alpha)\right)=2KJ$.

Tính được $KI=\dfrac{1}{4}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{8}$, $MK=\dfrac{SH}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

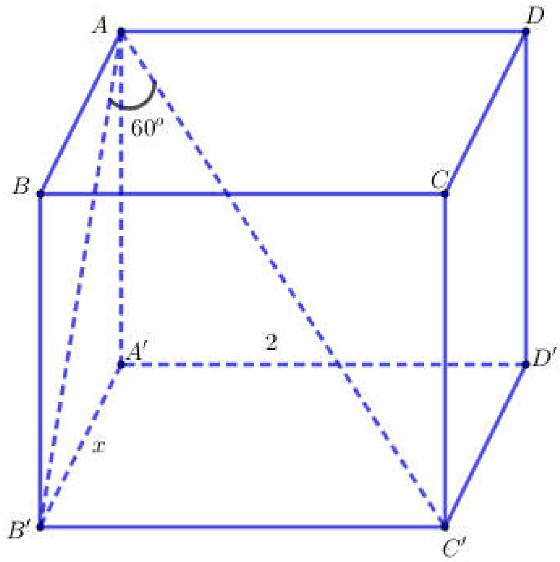
Suy ra $KJ=\dfrac{KI.KM}{\sqrt{KI^2+KM^2}}=\dfrac{a\sqrt{15}}{20}$.

Vậy $d\left(G;(\alpha)\right)=2KJ=2.\dfrac{a\sqrt{15}}{20}=\dfrac{a\sqrt{15}}{10}$.

**Câu 50.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'D'=2$, $A'B'=x,(x>0)$. Góc giữa đường thẳng $AC'$ và mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$ bằng $60°$. Tính giá trị lớn nhất $V_{max}$ của thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

**Lời giải**




Ta có $\left(\widehat{AC',(ABB'A')}\right)=\left(\widehat{AC',AB'}\right)=\widehat{B'AC'}=60°$.

Xét tam giác $AB'C'$ vuông tại $B'$ có

$AB'=B'C'.\cot 60°=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

Xét tam giác $ABB'$ vuông tại $B$ có

$BB'=\sqrt{AB'^2-AB^2}=\sqrt{\dfrac{4}{3}-x^2}$.

Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là

$V=AA'.A'D'.BB'=2x\sqrt{\dfrac{4}{3}-x^2}\le 2.\dfrac{x^2+\dfrac{4}{3}-x^2}{2}=\dfrac{4}{3}$

Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $V_{\max}=\dfrac{4}{3}$.