ĐỀ SỐ 9. ÔN THI ĐGNL ĐHQG HÀ NỘI 2021-2022

• |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

A. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (35 CÂU)

Câu 1. Có 100 học sinh tham dự kì thi học sinh giỏi Hóa (thang điểm 20). Kết quả như sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

Số trung vị là:

A. $M_e = 15$ **B.** $M_e = 15,50$ **C.** $M_e = 16$ **D.** $M_e = 16,5$

Câu 2. Gọi $h(t)\,(cm)$ là mực nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được t giây. Biết rằng $h'(t) = \frac{1}{5}\sqrt[3]{t+8}$ và lúc đầu bồn không có nước**.** Tìm mức nước ở bồn sau khi bơm nước được 6 giây (làm tròn đến kết quả hàm phần trăm).

A. $2,33(cm)$. **B.** $5,06(cm)$. **C.** $3,33(cm)$. **D.** $2,66(cm)$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2 - x + 2\right) = 1$ là :

A. $\{1\}$ **B.** $\{0\}$ **C.** $\{0;1\}$ **D.** $\{-1;0\}$

Câu 4. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 3x^2 - 4xy + 2y^2 = 17 \\ y^2 - x^2 = 16 \end{cases}$. Hệ thức biểu diễn x theo y rút ra từ hệ phương trình là?

A. $x = \frac{5}{13}y$ hay $x = \frac{3}{5}y$ **B.** $x = \frac{y-3}{2}$ hay $x = \frac{y+3}{2}$.

C. $x = \frac{y-1}{2}$ hay $x = \frac{y+1}{2}$. **D.** $x = \frac{y-2}{2}$ hay $x = \frac{y+2}{2}$.

Câu 5. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$, $z_2 = -4 - 6i$ có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ lần lượt là hai điểm M và N. Gọi z là số phức mà có điểm biểu diễn là trung điểm của đoạn MN. Hỏi $z$là số phức nào trong các số phức dưới đây?

A. $z = -\frac{3}{2} - \frac{9}{2}i$. **B.** $z = -3 - 9i$. **C.** $z = -1 - 3i$. **D.** $z = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}i$.

Câu 6. Phương trình mặt phẳng đi qua $A(1;1;-2)$, song song với $(\alpha): x - 2y + 2z - 1 = 0$ là

A. $x - 2y + 2z - 5 = 0$. **B.** $x - 2y + 2z - 1 = 0$.

C. $x + 2y - 2z + 2 = 0$. **D.** $x - 2y + 2z = 0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của điểm $M(0;1;2)$ qua mặt phẳng $x + y + z = 0$ là:

A. $(2;-1;0)$. **B.** $(0;-1;-2)$. **C.** $(0;1;-2)$. **D.** $(-2;-1;0)$.

Câu 8. Bất phương trình $\sqrt{2x-1} \le 3x - 2$ có tổng năm nghiệm nguyên nhỏ nhất là

A. 20. **B.** 15. **C.** 5. **D.** 10.

Câu 9. Nghiệm của phương trình lượng giác $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ thõa điều kiện $0 \le x < \frac{\pi}{2}$ là:

A. $x = \frac{\pi}{6}$. **B.** $x = \frac{5\pi}{6}$. **C.** $x = \frac{\pi}{3}$. **D.** $x = \frac{\pi}{2}$.

Câu 10. Sinh nhật bạn của An vào ngày 01 tháng năm. An muốn mua một món quà sinh nhật cho bạn nên quyết định bỏ ống heo 100 đồng vào ngày 01 tháng 01 năm 2016, sau đó cứ liên tục ngày sau hơn ngày trước 100 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của bạn, An đã tích lũy được bao nhiêu tiền ? (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 4 năm 2016).

A. 714.000 đồng. **B.** 750.300 đồng. **C.** 738.100 đồng. **D.** 726.000 đồng.

Câu 11. Cho một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$ là $F(x)$ và $F(0)=3$. Khi đó $F(x)$ bằng:

A. $x+2\ln|x-1|+3$. **B.** $x-2\ln|x-1|+3$.

C. $x+2\ln(x-1)-3$. **D.** $x+\frac{2}{(x-1)^2}+3$.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình: $-x^3+3mx-2<-\frac{1}{x^3}$ nghiệm đúng $\forall x\geq 1$?

A. $m\geq\frac{3}{2}$. **B.** $-\frac{1}{3}\leq m\leq\frac{3}{2}$. **C.** $m<\frac{2}{3}$. **D.** $m\geq\frac{2}{3}$.

Câu 13. Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\frac{1}{120}t^2+\frac{58}{45}t\,(m/s)$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng $a\,(m/s^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. $25\,(m/s)$ **B.** $36\,(m/s)$ **C.** $30\,(m/s)$ **D.** $21\,(m/s)$

Câu 14. Hiện tại dân số ở Hà Nội là 7,55 triệu người với tốc độ tăng dân số 2% một năm và dân số Thành phố Hồ Chí Minh là 8,15 triệu người với tốc dộ tăng dân số 1,5% một năm. Hỏi ít nhất sau bao nhiêu năm nữa thì số dân Hà Nội vượt số dân Thành phố Hồ Chí Minh.

A. 16 năm. **B.** 20 năm. **C.** 18 năm. **D.** 17 năm.

Câu 15. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5)=4$

A. $x=13$. **B.** $x=11$. **C.** $x=3$. **D.** $x=21$.

Câu 16. Thể tích của vật tròn xoay có được khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm $y=\tan x$, trục Ox, đường thẳng $x=0$, đường thẳng $x=\frac{\pi}{3}$ quanh trục Ox là:

A. $V=\pi\sqrt{3}+\frac{\pi^2}{3}$. **B.** $V=\pi\sqrt{3}-\frac{\pi^2}{3}$. **C.** $V=\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}$. **D.** $V=\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}$.

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{mx+9}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định

A. $-3\leq m<3$. **B.** $-3<m\leq 3$ **C.** $-3\leq m\leq 3$. **D.** $-3<m<3$.

Câu 18. Cho số phức $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+1+3i-|z|i=0$. Tính $S=a+3b$.

A. $S=-\frac{7}{3}$. **B.** $S=5$. **C.** $S=-5$. **D.** $S=\frac{7}{3}$.

Câu 19. Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z|=|\overline{z}-3+4i|$ là?

A. Parabol $y^2=4x$. **B.** Đường tròn $x^2+y^2-4=0$.

C. Elip $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$. **D.** Đường thẳng $6x+8y-25=0$.

Câu 20. Cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=2-3t \\ y=1+2t \end{cases}$. Hoành độ hình chiếu của $M(4;5)$ trên Δ gần nhất với số nào sau đây?

A. $1,5$. **B.** $1,2$. **C.** $1,3$. **D.** $1,1$.

Câu 21. Đường tròn $3x^2+3y^2-6x+9y-9=0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\frac{5}{2}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\frac{25}{2}$. **D.** $\frac{25}{4}$.

Câu 22. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$; $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A,B và vuông góc với (P)

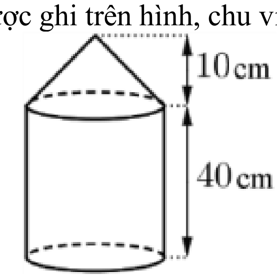
A. $(Q): 3x-y+z=0$ **B.** $(Q): 2x-y+3=0$

C. $(Q): x+z=0$ **D.** $(Q): -x+y+z=0$

Câu 23. Cho một hình nón đỉnh S có chiều cao bằng $8\,\text{cm}$, bán kính đáy bằng $6\,\text{cm}$. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng chứa đáy được một hình nón (N) đỉnh S có đường sinh bằng $4\,\text{cm}$. Tính thể tích của khối nón (N).

A. $V=\frac{768}{125}\pi\,\text{cm}^3$ **B.** $V=\frac{786}{125}\pi\,\text{cm}^3$ **C.** $V=\frac{2304}{125}\pi\,\text{cm}^3$ **D.** $V=\frac{2358}{125}\pi\,\text{cm}^3$

Câu 24. Một cái cột có hình dạng như hình bên (gồm một khối nón và một khối trụ ghép lại). Chiều cao đo được ghi trên hình, chu vi đáy là. Thể tích của cột bằng



A. $\frac{52000p}{\pi}(cm^3)$. **B.** $\frac{13000p}{\pi}(cm^3)$. **C.** $\frac{5000p}{\pi}(cm^3)$. **D.** $\frac{15000p}{\pi}(cm^3)$.

Câu 25. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC}=30^\circ$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là một điểm nằm trong tam giác ABC, (α) là mặt phẳng đi qua H song song với AB và CD. Mệnh đề nào sau đây đúng về thiết diện của (α) của tứ diện?

A. Thiết diện là hình bình hành. **B.** Thiết diện là hình chữ nhật.

C. Thiết diện là hình vuông. **D.** Thiết diện là hình thang cân.

Câu 27. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$, mặt phẳng $(\alpha): 2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x-4y-10z+2=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, nằm trong mặt phẳng (α) và cắt (S) tại hai điểm M,N. Độ dài đoạn MN nhỏ nhất là:

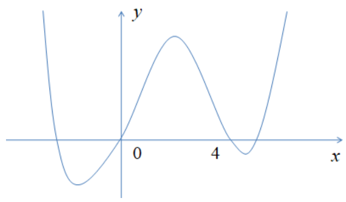
A. $2\sqrt{30}$. **B.** $\sqrt{30}$. **C.** $\frac{\sqrt{30}}{2}$. **D.** $\frac{3\sqrt{30}}{2}$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$. Lập phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$. **D.** $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.

Câu 29. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



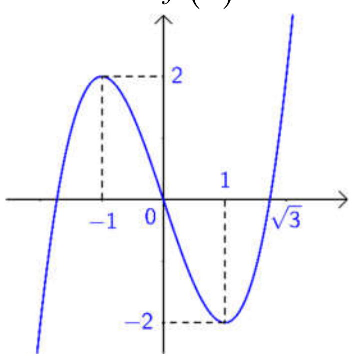
Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(e^{x^2}+3\right)$ là

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;1;1)$, $B(2;1;-1)$, $C(0;4;6)$. Điểm M di chuyển trên trục Ox. Tìm tọa độ M để $P=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $(1;0;0)$. **B.** $(-1;0;0)$. **C.** $(2;0;0)$. **D.** $(-2;0;0)$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$. $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Tập tất cả các giá trị của e để đồ thị hàm số $|f(x)|$ có số điểm cực trị lớn nhất là

A. $\left[0;\dfrac{9}{4}\right]$. **B.** $\left[\dfrac{-9}{4};0\right]$. **C.** $\left(\dfrac{-9}{4};0\right)$. **D.** $\left(0;\dfrac{9}{4}\right)$.

Câu 32. Cho phương trình $(x-1)(x^2-4mx-4)=0$ .Phương trình có ba nghiệm phân biệt khi:

A. $m\neq\dfrac{3}{4}$. **B.** $m\neq-\dfrac{3}{4}$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\neq 0$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ Biết $f(2)=0$ và $3(x^2+1)f'(3x+2)=x^4+2x^2+2xf(3x+2)+1, \forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_2^5 f(x)dx$ bằng

A. $\dfrac{1953}{4}$. **B.** $\dfrac{651}{4}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{9}{4}$.

Câu 34. Từ 12 học sinh gồm 5 học sinh giỏi, 4 học sinh khá, 3 học sinh trung bình, giáo viên muốn thành lập 4 nhóm làm 4 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm có 3 học sinh. Tính xác suất để nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá.

A. $\dfrac{72}{385}$. **B.** $\dfrac{114}{385}$. **C.** $\dfrac{36}{385}$. **D.** $\dfrac{18}{385}$.

Câu 35. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có thể tích là V. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của AC,AD,BD,BC. Thể tích khối chóp $A.MNPQ$ là

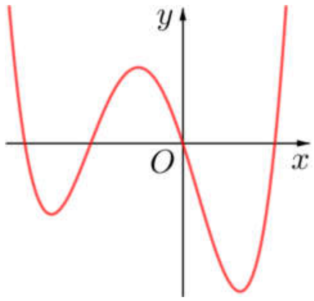
A. $\dfrac{V}{12}$. **B.** $\dfrac{V}{3}$. **C.** $\dfrac{V}{6}$. **D.** $\dfrac{V}{4}$.

B. ĐIỀN KHUYẾT (15 CÂU)

Câu 36. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 7x + 5$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 2 là:

Đáp án: ....

Câu 37. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại.

Đáp án: ....

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$. Tính khoảng cách d từ điểm O đến mặt phẳng (ABC).

Đáp án: ....

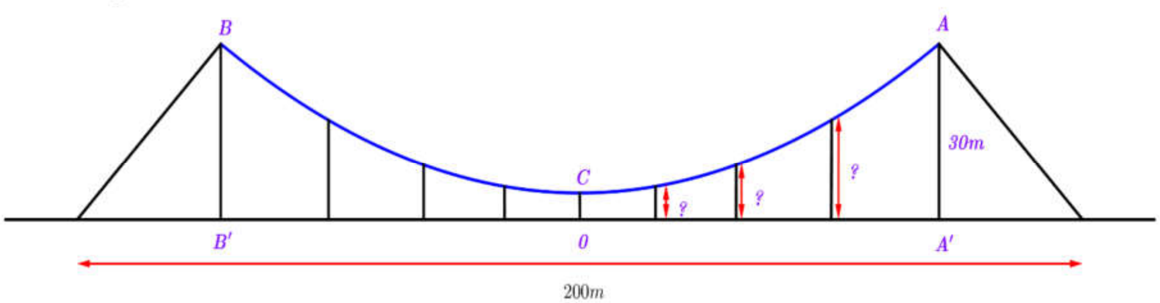
Câu 39. Từ các số của tập $A = \{0,1,2,3,4,5,6\}$ có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 5 chữ số đôi một khác nhau trong đó có hai chữ số lẻ và hai chữ số lẻ đứng cạnh nhau.

Đáp án: ....

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x) + f(1-x) = x^2 + 2x - 1, \forall x \in \mathbb{R}$ Tính $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x+2) - f(2)}{x}$.

Đáp án: ....

Câu 41. Một kĩ sư thiết kế cây cầu treo bắt ngang dòng sông (như hình vẽ). Ở hai bên dòng sông, kĩ sư thiết kế hai cột trụ đỡ AA' và BB'có độ cao $30m$ và bên trên có bắt một dây truyền có dạng Parabol (ACB)để đỡ nền cầu. Hai đầu của dây truyền được gắn chặt vào hai điểm Avà B. Để chịu sức nặng của cây cầu và các phương tiện giao thông thì ở khoảng giữa cầu phải đặt thêm dây cáp treo thẳng đứng nối nền cầu với dây truyền. Biết khoảng cách giữa các dây cáp treo và hai cột trụ là bằng nhau và dây cáp có độ dài ngắn nhất là $OC = 5m$. Khoảng cách $A'B' = 200m$. Chiều dài các cáp treo còn lại là

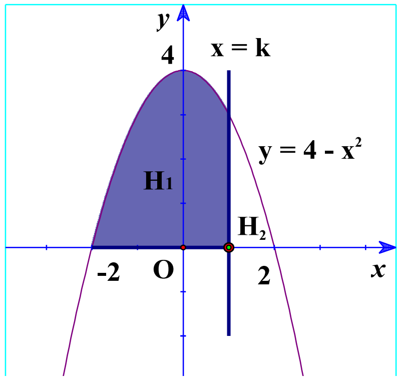


Đáp án: ....

Câu 42. Để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x$ đạt cực đại và cực tiểu thì:

Đáp án: ....

Câu 43. Trong mặt phẳng Oxy cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=4-x^2$ và trục hoành. Đường thẳng $x=k(-2<k<2)$ chia (H) thành hai phần $(H_1),(H_2)$ như hình vẽ.



Biết rằng diện tích hình (H_1) gấp $\frac{20}{7}$ lần diện tích của hình (H_2), hỏi giá trị k bằng bao nhiêu?

Đáp án: ………….

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=x^3-4x^2+m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-5;5]$ để phương trình $\frac{f(f(x))-2f(x)}{f^2(x)-2f(x)}=1$ có 9 nghiệm phân biệt?

Đáp án: ………….

Câu 45. Cho số phức z thỏa mãn $|z-3+4i|=2$ và $w=2z+1\text{-}i$. Trong mặt phẳng phức, tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm I, bán kính R. Tìm tâm I, bán kính R.

Đáp án: ………….

Câu 46. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2\sqrt{2}$, $AA'=4$. Tính góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$.

Đáp án: ………….

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3;1;2)$, $B(-3;-1;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+3z-14=0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho ΔMAB vuông tại M. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng Oxy.

Đáp án: ………….

Câu 48. Cho $a,b\in\mathbb{R}$ thỏa mãn các điều kiện $a^2+b^2>1$ và $\log_{a^2+b^2}(a+b)\geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=2a+4b-3$ là

Đáp án: ………….

Câu 49. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ΔABC đều cạnh a, $AA'=a\sqrt{3}$, M là trung điểm của CC'. Tính khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng $(A'BM)$.

Đáp án: ………….

Câu 50. Cho chóp $S.ABCD$ có $SA=x$ và tất cả các cạnh còn lại đều bằng 1.Tìm x để thể tích của khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất

Đáp án: ………….

Lời giải tham khảo

A. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (35 CÂU)

Câu 1. Có 100 học sinh tham dự kì thi học sinh giỏi Hóa (thang điểm 20). Kết quả như sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

Số trung vị là:

A. $M_e = 15$ **B.** $M_e = 15,50$ **C.** $M_e = 16$ **D.** $M_e = 16,5$

Lời giải:

Chọn B ta thấy N=100 chăn nên số trung vị là: $M_e = \dfrac{15+16}{2} = 15,5$

Câu 2. Gọi $h(t)\ (cm)$ là mực nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được t giây. Biết rằng $h'(t) = \dfrac{1}{5}\sqrt[3]{t+8}$ và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mức nước ở bồn sau khi bơm nước được 6 giây (làm tròn đến kết quả hàm phần trăm).

A. $2,33(cm)$. **B.** $5,06(cm)$. **C.** $3,33(cm)$. **D.** $2,66(cm)$.

Lời giải

Chọn D

$$h(t) = \int_0^6 h'(t)\mathrm{d}t = \int_0^6 \frac{1}{5}\sqrt[3]{t+8}\mathrm{d}t = \frac{1}{5}.\frac{3}{4}(t+8)^{\frac{4}{3}}\Big|_0^6 = 2,66..$$

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2 - x + 2\right) = 1$ là :

A. $\{1\}$ **B.** $\{0\}$ **C.** $\{0;1\}$ **D.** $\{-1;0\}$

Lời giải

Chọn C

$$\log_2\left(x^2 - x + 2\right) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 2 = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$$

Câu 4. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 3x^2 - 4xy + 2y^2 = 17 \\ y^2 - x^2 = 16 \end{cases}$. Hệ thức biểu diễn x theo y rút ra từ hệ phương trình là?

A. $x = \dfrac{5}{13}y$ hay $x = \dfrac{3}{5}y$ **B.** $x = \dfrac{y-3}{2}$ hay $x = \dfrac{y+3}{2}$.

C. $x = \dfrac{y-1}{2}$ hay $x = \dfrac{y+1}{2}$. **D.** $x = \dfrac{y-2}{2}$ hay $x = \dfrac{y+2}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có :

$$\begin{cases} 3x^2 - 4xy + 2y^2 = 17 \\ y^2 - x^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow 16\left(3x^2 - 4xy + 2y^2\right) = 17\left(y^2 - x^2\right) \Leftrightarrow 65x^2 - 64xy + 15y^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (13x - 5y)(5x - 3y) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{13}y \text{ hay } x = \frac{3}{5}y.$$

Câu 5. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$, $z_2 = -4 - 6i$ có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ lần lượt là hai điểm M và N. Gọi z là số phức mà có điểm biểu diễn là trung điểm của đoạn MN. Hỏi $z$là số phức nào trong các số phức dưới đây?

A. $z = -\dfrac{3}{2} - \dfrac{9}{2}i$. **B.** $z = -3 - 9i$. **C.** $z = -1 - 3i$. **D.** $z = \dfrac{5}{2} + \dfrac{3}{2}i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $M(1;-3)$, $N(-4;-6)$. Suy ra trung điểm I của MN là $\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{9}{2}\right)$.

Do đó I là điểm biểu diễn của số phức $z=-\frac{3}{2}-\frac{9}{2}i$.

Câu 6. Phương trình mặt phẳng đi qua $A(1;1;-2)$, song song với $(\alpha): x-2y+2z-1=0$ là

A. $x-2y+2z-5=0$. **B.** $x-2y+2z-1=0$.

C. $x+2y-2z+2=0$. **D.** $x-2y+2z=0$.

Lời giải

Chọn A

- Ta có phương trình mặt phẳng ở dạng: $x-2y+2z+C=0\,(C\neq -1)$.
- $A(1;1;-2)$ thuộc mặt phẳng khi $1-2.1+2(-2)+C=0 \Leftrightarrow C=-5$ (thỏa mãn).
- Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm: $x-2y+2z-5=0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của điểm $M(0;1;2)$ qua mặt phẳng $x+y+z=0$ là:

A. $(2;-1;0)$. **B.** $(0;-1;-2)$. **C.** $(0;1;-2)$. **D.** $(-2;-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+y+z=0$ có phương trình là $\begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=2+t \end{cases}$.

Tọa độ giao điểm I của đường thẳng d và mặt phẳng $x+y+z=0$ thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=2+t \\ x+y+z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ x=-1 \\ y=0 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow I(-1;0;1)$$

Gọi M' đối xứng với $M(0;1;2)$ qua mặt phẳng $x+y+z=0$ nên I là trung điểm MM'

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{M'}=2x_I-x_M=-2 \\ y_{M'}=2y_I-y_M=-1 \\ z_{M'}=2z_I-z_M=0 \end{cases} \Rightarrow M'(-2;-1;0)$$

Câu 8. Bất phương trình $\sqrt{2x-1}\leq 3x-2$ có tổng năm nghiệm nguyên nhỏ nhất là

A. 20. **B.** 15. **C.** 5. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1\geq 0 \\ 3x-2\geq 0 \\ 2x-1\leq (3x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq \frac{2}{3} \\ 9x^2-14x+5\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq \frac{2}{3} \\ \left[\begin{array}{l} x\geq 1 \\ x\leq \frac{5}{9} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x\geq 1.$

Do đó năm nghiệm nguyên nhỏ nhất là $\{1;2;3;4;5\}$. Vậy tổng năm nghiệm là $1+2+3+4+5=15$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình lượng giác $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ thõa điều kiện $0 \le x < \frac{\pi}{2}$ là:

A. $x = \frac{\pi}{6}$. **B.** $x = \frac{5\pi}{6}$. **C.** $x = \frac{\pi}{3}$. **D.** $x = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} sinx = 1 \\ sinx = \frac{1}{2} \end{array}\right.$. Thay $x = \frac{\pi}{6}$ vào $\begin{cases} sinx = \frac{1}{2} \\ 0 \le x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$ thỏa mãn.

Câu 10. Sinh nhật bạn của An vào ngày 01 tháng năm. An muốn mua một món quà sinh nhật cho bạn nên quyết định bỏ ống heo 100 đồng vào ngày 01 tháng 01 năm 2016, sau đó cứ liên tục ngày sau hơn ngày trước 100 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của bạn, An đã tích lũy được bao nhiêu tiền ? (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 4 năm 2016).

A. 714.000 đồng. **B.** 750.300 đồng. **C.** 738.100 đồng. **D.** 726.000 đồng.

Lời giải

Chọn C

Số ngày bạn An để dành tiền (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 4 năm 2016) là $31+29+31+30=121$ ngày.

Số tiền bỏ ống heo ngày đầu tiên là: $u_1 = 100$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ hai là: $u_2 = 100 + 1.100$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ ba là: $u_3 = 100 + 2.100$.

…

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ n là: $u_n = u_1 + (n-1)d = 100 + (n-1)100 = 100n$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ 121 là: $u_{121} = 100.121 = 12100$.

Sau 121 ngày thì số tiền An tích lũy được là tổng của 121 số hạng đầu của cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 100$, công sai $d = 100$.

Vậy số tiền An tích lũy được là $S_{121} = \frac{121}{2}(u_1 + u_{121}) = \frac{121}{2}(100 + 12100) = 738100$ đồng.

Câu 11. Cho một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ là $F(x)$ và $F(0) = 3$. Khi đó $F(x)$ bằng:

A. $x + 2\ln|x-1| + 3$. **B.** $x - 2\ln|x-1| + 3$.

C. $x + 2\ln(x-1) - 3$. **D.** $x + \frac{2}{(x-1)^2} + 3$.

Lời giải

Chọn A

- Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x = \int \frac{x+1}{x-1}\mathrm{d}x = \int\left(1 + \frac{2}{x-1}\right)\mathrm{d}x = x + 2\ln|x-1| + C$.
- Khi đó $F(x) = x + 2\ln|x-1| + C$.
- Do $F(0) = 3$ nên $F(0) = 0 + 2\ln|0-1| + C = 3 \Leftrightarrow C = 3$.
- Vậy $F(x) = x + 2\ln|x-1| + 3$.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình: $-x^3 + 3mx - 2 < -\frac{1}{x^3}$ nghiệm đúng $\forall x \ge 1$?

A. $m \ge \frac{3}{2}$. **B.** $-\frac{1}{3} \le m \le \frac{3}{2}$. **C.** $m < \frac{2}{3}$. **D.** $m \ge \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Bpt $\Leftrightarrow 3mx < x^3 - \frac{1}{x^3} + 2, \forall x \ge 1 \Leftrightarrow 3m < x^2 - \frac{1}{x^4} + \frac{2}{x} = f(x), \forall x \ge 1$.

Ta có $f'(x) = 2x + \frac{4}{x^5} - \frac{2}{x^2} \ge 2\sqrt{2x\left(\frac{4}{x^5}\right)} - \frac{2}{x^2} = \frac{4\sqrt{2}-2}{x^2} > 0$ suy ra $f(x)$ tăng.

Ycbt $\Leftrightarrow f(x) > 3m, \forall x \ge 1 \Leftrightarrow \min\limits_{x \ge 1} f(x) = f(1) = 2 > 3m \Leftrightarrow \frac{2}{3} > m$

Câu 13. Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t\,(m/s)$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng $a\left(m/s^2\right)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. $25(m/s)$ **B.** $36(m/s)$ **C.** $30(m/s)$ **D.** $21(m/s)$

Lời giải

Chọn C

Thời điểm chất điểm B đuổi kịp chất điểm A thì chất điểm B đi được 15 giây, chất điểm A đi được 18 giây.

Biểu thức vận tốc của chất điểm B có dạng $v_B(t) = \int a\mathrm{d}t = at + C$ mà $v_B(0) = 0$ nên $v_B(t) = at$.

Do từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi chất điểm B đuổi kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được bằng nhau. Do đó

$$\int_0^{18}\left(\frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}\right)\mathrm{d}t = \int_0^{15} at\mathrm{d}t \Leftrightarrow 225 = a.\frac{225}{2} \Leftrightarrow a = 2$$

Vậy, vận tốc của chất điểm B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_B(t) = 2.15 = 30(m/s)$.

Câu 14. Hiện tại dân số ở Hà Nội là $7{,}55$ triệu người với tốc độ tăng dân số 2% một năm và dân số Thành phố Hồ Chí Minh là $8{,}15$ triệu người với tốc dộ tăng dân số $1{,}5\%$ một năm. Hỏi ít nhất sau bao nhiêu năm nữa thì số dân Hà Nội vượt số dân Thành phố Hồ Chí Minh.

A. 16 năm. **B.** 20 năm. **C.** 18 năm. **D.** 17 năm.

Lời giải

Chọn A

Số dân của Hà Nội sau n năm là $X_1 = 7{,}55(1+0{,}02)^n = 7{,}55.(1{,}02)^n$.

Số dân của thành phố Hồ Chí Minh sau n năm là $X_2 = 8{,}15(1+0{,}015)^n = 8{,}15.(1{,}015)^n$.

$$X_1 > X_2 \Rightarrow 7{,}55.(1{,}02)^n > 8{,}15.(1.015)^n \Rightarrow \left(\frac{1{,}02}{1{,}015}\right)^n > \frac{8{,}15}{7{,}55} \Rightarrow n > \log_{\frac{1{,}02}{1{,}015}}\left(\frac{8{,}15}{7{,}55}\right) \approx 15{,}56.$$

Vậy sau ít nhất 16 năm.

Câu 15. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$

A. $x = 13$. **B.** $x = 11$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 21$.

Lời giải

Chọn D

+) Điều kiện $x - 5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$.

+) $pt \Leftrightarrow x - 5 = 2^4 \Leftrightarrow x = 21$ (tmđk)

Câu 16. Thể tích của vật tròn xoay có được khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm $y=\tan x$, trục Ox, đường thẳng $x=0$, đường thẳng $x=\frac{\pi}{3}$ quanh trục Ox là:

A. $V=\pi\sqrt{3}+\frac{\pi^2}{3}$. **B.** $V=\pi\sqrt{3}-\frac{\pi^2}{3}$. **C.** $V=\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}$. **D.** $V=\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của vật tròn xoay là:

$$V=\pi\int_0^{\frac{\pi}{3}}\tan^2 x\mathrm{d}x=\pi\int_0^{\frac{\pi}{3}}\left(\frac{1}{\cos^2 x}-1\right)\mathrm{d}x=\pi\left(\tan x-x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}=\pi\left(\tan\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{3}\right)=\pi\sqrt{3}-\frac{\pi^2}{3}.$$

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{mx+9}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định

A. $-3\le m<3$. **B.** $-3<m\le 3$ **C.** $-3\le m\le 3$. **D.** $-3<m<3$.

Lời giải

Chọn D

ĐKXĐ: $x\ne -m$

Ta có $y'=\frac{m^2-9}{(x+m)^2}$, hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định $\Rightarrow y'<0\ \forall x\ne -m$

$\Leftrightarrow m^2-9<0\Leftrightarrow -3<m<3$.

Câu 18. Cho số phức $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+1+3i-|z|i=0$. Tính $S=a+3b$.

A. $S=-\frac{7}{3}$. **B.** $S=5$. **C.** $S=-5$. **D.** $S=\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $z+1+3i-|z|i=0\Leftrightarrow a+bi+1+3i-i\sqrt{a^2+b^2}=0\Leftrightarrow a+1+\left(b+3-\sqrt{a^2+b^2}\right)i=0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a+1=0\\ b+3-\sqrt{a^2+b^2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\ \sqrt{1+b^2}=b+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\ b\ge -3\\ 1+b^2=(b+3)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\ b=-\frac{4}{3}\end{cases}.$$

Vậy $S=a+3b=-1-4=-5$.

Câu 19. Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z|=|\bar{z}-3+4i|$ là?

A. Parabol $y^2=4x$. **B.** Đường tròn $x^2+y^2-4=0$.

C. Elip $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$. **D.** Đường thẳng $6x+8y-25=0$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của z.

Ta có $\begin{cases}|z|=\sqrt{x^2+y^2}\\ \bar{z}-3+4i=x-iy-3+4i=(x-3)(-y+4)i\end{cases}$.

$\Rightarrow|\bar{z}-3+4i|=\sqrt{(x-3)^2+(-y+4)^2}$.

Vậy $|z|=|\bar{z}-3+4i|\Leftrightarrow x^2+y^2=(x-3)^2+(-y+4)^2\Leftrightarrow 6x+8y-25=0$.

Câu 20. Cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2-3t\\y=1+2t\end{cases}$. Hoành độ hình chiếu của $M(4;5)$ trên Δ gần nhất với số nào sau đây?

A. $1,5$. **B.** $1,2$. **C.** $1,3$. **D.** $1,1$.

Lời giải.

Chọn A

Gọi H là hình chiếu của M trên Δ. Ta có:

$H\in\Delta\Rightarrow H(2-3t;1+2t)$, $\overrightarrow{MH}=(-2-3t;-4+2t)$.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;-2)$.

$\overrightarrow{MH}\perp\vec{u}\Leftrightarrow\overrightarrow{MH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 3(-2-3t)-2(-4+2t)=0\Leftrightarrow -13t+2=0\Leftrightarrow t=\dfrac{2}{13}\Rightarrow H\left(\dfrac{20}{13};\dfrac{17}{13}\right)$.

Câu 21. Đường tròn $3x^2+3y^2-6x+9y-9=0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{25}{2}$. **D.** $\dfrac{25}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$3x^2+3y^2-6x+9y-9=0\Leftrightarrow x^2+y^2-2x+3y-3=0$.

Đường tròn có tâm $I\left(1;-\dfrac{3}{2}\right)$, bán kính $R=\sqrt{1+\dfrac{9}{4}+3}=\dfrac{5}{2}$.

Câu 22. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$; $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A,B và vuông góc với (P)

A. $(Q):3x-y+z=0$ **B.** $(Q):2x-y+3=0$

C. $(Q):x+z=0$ **D.** $(Q):-x+y+z=0$

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB}=(-2;-2;2)=-2(1;1;-1),\vec{u}=(1;1;-1)$

$\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;2;-1)$

$\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(1;0;1)$

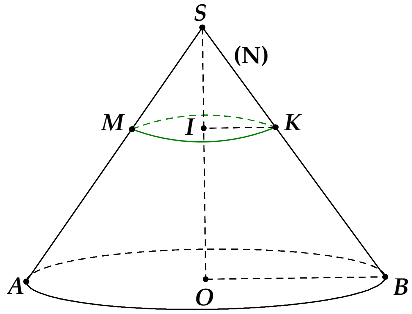
Vậy $(Q):x+z=0$.

Câu 23. Cho một hình nón đỉnh S có chiều cao bằng $8\,\text{cm}$, bán kính đáy bằng $6\,\text{cm}$. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng chứa đáy được một hình nón (N) đỉnh S có đường sinh bằng $4\,\text{cm}$. Tính thể tích của khối nón (N).

A. $V=\dfrac{768}{125}\pi\,\text{cm}^3$ **B.** $V=\dfrac{786}{125}\pi\,\text{cm}^3$ **C.** $V=\dfrac{2304}{125}\pi\,\text{cm}^3$ **D.** $V=\dfrac{2358}{125}\pi\,\text{cm}^3$

Lời giải

Chọn A



Đường sinh của hình nón lớn là: $l = SB = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\,\text{cm}$.

Gọi l_2, r_2, h_2 lần lượt là đường sinh, bán kính đáy và chiều cao của hình nón (N).

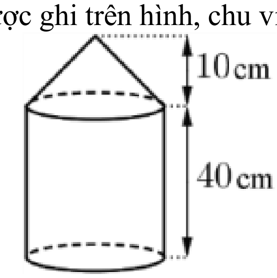
$l_2 = SK = 4\,\text{cm}$

Ta có: ΔSOB và ΔSIK đồng dạng nên: $\dfrac{SI}{SO} = \dfrac{IK}{OB} = \dfrac{SK}{SB} = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5}$.

$$\Rightarrow \frac{h_2}{h} = \frac{r_2}{r} = \frac{l_2}{l} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} h_2 = \frac{2}{5}h = \frac{16}{5} \\ r_2 = \frac{2}{5}.r = \frac{12}{5} \end{array}\right.$$

Thể tích khối nón (N) là: $V_{(N)} = \dfrac{1}{3}.\pi.r_2^2.h_2 = \dfrac{1}{3}.\pi.\left(\dfrac{12}{5}\right)^2.\dfrac{16}{5} = \dfrac{768}{125}\pi\,\text{cm}^3$.

Câu 24. Một cái cột có hình dạng như hình bên (gồm một khối nón và một khối trụ ghép lại). Chiều cao đo được ghi trên hình, chu vi đáy là. Thể tích của cột bằng



A. $\dfrac{52000p}{\pi}\left(cm^3\right)$. **B.** $\dfrac{13000p}{\pi}\left(cm^3\right)$. **C.** $\dfrac{5000p}{\pi}\left(cm^3\right)$. **D.** $\dfrac{15000p}{\pi}\left(cm^3\right)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi R là bán kính đường tròn đáy của hình nón và hình trụ.

Theo đề: $2\pi R = 20\sqrt{3}p \Leftrightarrow R = \dfrac{10\sqrt{3}p}{\pi}$.

Thể tích khối trụ là $V_1 = \pi R^2 h_1 = \pi\left(\dfrac{10\sqrt{3}p}{\pi}\right)^2.40 = \dfrac{12000p}{\pi}$

Thể tích khối nón là $V_2 = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h_2 = \dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{10\sqrt{3}p}{\pi}\right)^2.10 = \dfrac{3000p}{\pi}$

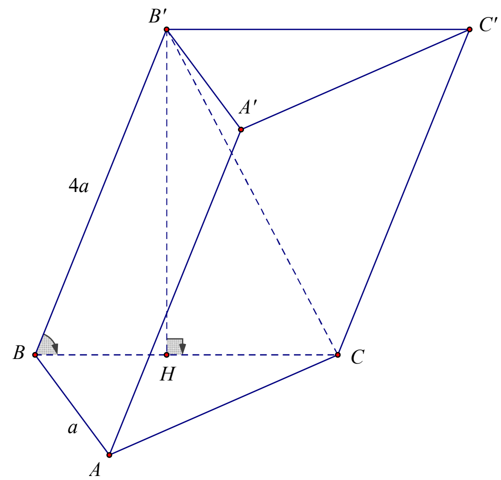
Thể tích của cột là $V = \dfrac{12000p}{\pi} + \dfrac{3000p}{\pi} = \dfrac{15000p}{\pi}$.

Câu 25. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC} = 30°$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của B' trên BC. Từ giả thiết suy ra: $B'H \perp (ABC)$.

$S_{BB'C} = \frac{1}{2}BB'.BC.\sin\widehat{B'BC} = \frac{1}{2}4a.a.\sin 30^\circ = a^2$.

Mặt khác: $S_{BB'C} = \frac{1}{2}B'H.BC \Rightarrow B'H = \frac{2S_{BB'C}}{BC} = \frac{2a^2}{a} = 2a$.

$V_{LT} = B'H.S_{ABC} = 2a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

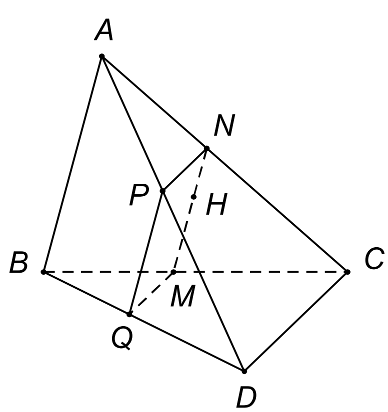
$V_{A.CC'B'} = \frac{1}{2}V_{A.CC'B'B} = \frac{1}{2}.\frac{2}{3}V_{LT} = \frac{1}{3}V_{LT} = \frac{1}{3}.\frac{a^3\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là một điểm nằm trong tam giác ABC, (α) là mặt phẳng đi qua H song song với AB và CD. Mệnh đề nào sau đây đúng về thiết diện của (α) của tứ diện?

A. Thiết diện là hình bình hành.
B. Thiết diện là hình chữ nhật.
C. Thiết diện là hình vuông.
D. Thiết diện là hình thang cân.

Lời giải

Chọn A



Qua H kẻ đường thẳng (d) song song AB và cắt BC, AC lần lượt tại M, N.

Từ N kẻ NP song song vớ CD $(P \in CD)$. Từ P kẻ PQ song song với AB $(Q \in BD)$.

Ta có $MN \,//\, PQ \,//\, AB$ suy ra M, N, P, Q đồng phẳng và $AB \,//\, (MNPQ)$.

Suy ra $MNPQ$ là thiết diện của (α) và tứ diện.

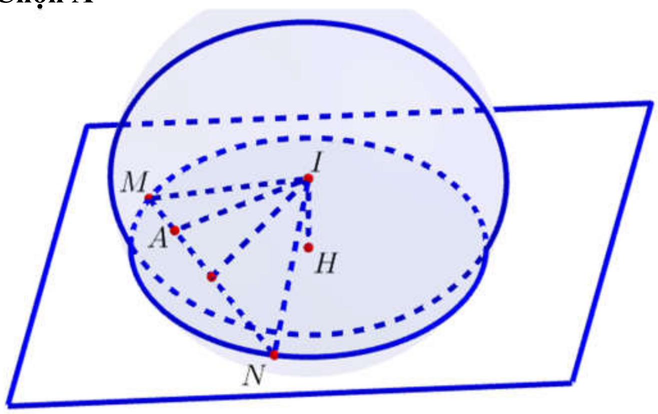
Vậy tứ diện là hình bình hành.

Câu 27. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$, mặt phẳng $(\alpha): 2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x-4y-10z+2=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, nằm trong mặt phẳng (α) và cắt (S) tại hai điểm M, N. Độ dài đoạn MN nhỏ nhất là:

A. $2\sqrt{30}$. **B.** $\sqrt{30}$. **C.** $\frac{\sqrt{30}}{2}$. **D.** $\frac{3\sqrt{30}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



+ Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;5)$ và bán kính $R=6$.

Ta có: $A \in (\alpha)$, $IA=\sqrt{6}<R$ nên $(S)\cap(\alpha)=(C)$ và A nằm trong mặt cầu (S).

Suy ra: Mọi đường thẳng Δ đi qua A, nằm trong mặt phẳng (α) đều cắt (S) tại hai điểm M, N. (M, N cũng chính là giao điểm của Δ và)(C).

+ Vì $d(I,\Delta)\le IA$ nên ta có: $MN=2\sqrt{R^2-d^2(I,\Delta)}\ge 2\sqrt{R^2-IA^2}=2\sqrt{30}$.

Dấu "=" xảy ra khi A là điểm chính giữa dây cung MN.

Vậy độ dài đoạn MN nhỏ nhất là MN bằng $2\sqrt{30}$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$. Lập phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{3}$. **B.** $\frac{x-1}{5}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$. **D.** $\frac{x+1}{5}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{3}$.

Lời giải

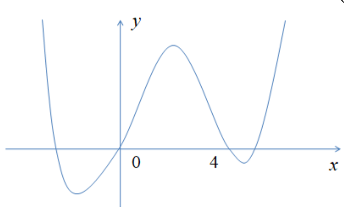
Chọn C

Giao điểm của d với (P) là $H(1;1;1)$.

$\Rightarrow \Delta$ đi qua H và nhận $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_p};\overrightarrow{u_d}\right]$ làm véc tơ chỉ phương

$\Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}(5;-1;-3) \Rightarrow \Delta: \frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.

Câu 29. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(e^{x^2}+3\right)$ là

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Do $y=f\left(x\right)$ là hàm số bậc bốn nên là hàm số liên tục và có đạo hàm luôn xác định tại mọi điểm $x\in\mathbb{R}$.

Theo đồ thị hàm số ta có được $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\in\left(-\infty;0\right)\\x=b\in\left(0;4\right)\\x=c\in\left(4;+\infty\right)\end{array}\right.$.

Mặt khác $g'\left(x\right)=2x.e^{x^2}.f'\left(e^{x^2}+3\right)$.

Do đó $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 2x.e^{x^2}f'\left(e^{x^2}+3\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f'\left(e^{x^2}+3\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\e^{x^2}+3=a\in\left(-\infty;0\right)\\e^{x^2}+3=b\in\left(0;4\right)\\e^{x^2}+3=c\in\left(4;+\infty\right)\end{array}\right.$.

Xét hàm số $h\left(x\right)=e^{x^2}+3$.

Ta có $h'\left(x\right)=2xe^{x^2}$; $h'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=0$. Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y=h\left(x\right)$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $e^{x^2}+3=a$, $e^{x^2}+3=b$ vô nghiệm; còn hai đồ thị hàm số $y=h\left(x\right)$ và $y=c$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ khác 0 do đó phương trình $e^{x^2}+3=c$ có hai nghiệm phân biệt khác 0.

Vậy hàm số $g\left(x\right)=f\left(e^{x^2}+3\right)$ có ba điểm cực trị.

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A\left(1;1;1\right)$, $B\left(2;1;-1\right)$, $C\left(0;4;6\right)$. Điểm M di chuyển trên trục Ox. Tìm tọa độ M để $P=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $\left(1;0;0\right)$. **B.** $\left(-1;0;0\right)$. **C.** $\left(2;0;0\right)$. **D.** $\left(-2;0;0\right)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M\left(x;0;0\right)\in Ox,\left(x\in\mathbb{R}\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{MA}=\left(1-x;1;1\right),\overrightarrow{MB}=\left(2-x;1;-1\right),\overrightarrow{MC}=\left(-x;4;6\right)$.

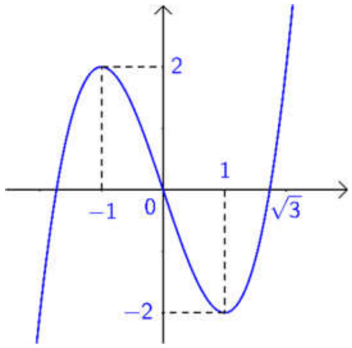
$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\left(3-3x;6;6\right)$.

$P=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\sqrt{\left(3-3x\right)^2+6^2+6^2}=\sqrt{9x^2-18x+81}=\sqrt{9\left(x-1\right)^2+72}\geq\sqrt{72}$.

để $P=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ có giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $x=1$.

Vậy tọa độ $M\left(1;0;0\right)$.

Câu 31. Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$. $f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ



Tập tất cả các giá trị của e để đồ thị hàm số $|f(x)|$ có số điểm cực trị lớn nhất là

A. $\left[0;\frac{9}{4}\right]$. **B.** $\left[\frac{-9}{4};0\right]$. **C.** $\left(\frac{-9}{4};0\right)$. **D.** $\left(0;\frac{9}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị $f'(x)$ ta có $f'(x)=x^3-3x \Rightarrow f(x)=\int(x^3-3x)\mathrm{dx}=\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2+e$

Ta thấy $f(x)$ là hàm bậc bốn trùng phương đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại 2 điểm $x=-\sqrt{3}$ và $x=\sqrt{3}$.

Đồ thị hàm số $|f(x)|$ có số điểm cực trị lớn nhất là 7 điểm cực trị khi $\begin{cases} f(0)>0 \\ f(\sqrt{3})<0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} e>0 \\ e<\frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow e\in\left(0;\frac{9}{4}\right)$

Câu 32. Cho phương trình $(x-1)(x^2-4mx-4)=0$ .Phương trình có ba nghiệm phân biệt khi:

A. $m\neq\frac{3}{4}$. **B.** $m\neq-\frac{3}{4}$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\neq 0$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình có 3 nghiệm phân biệt khi $x^2-4mx-4=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2+4>0 \\ -4m-3\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\neq-\frac{3}{4}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ Biết $f(2)=0$ và $3(x^2+1)f'(3x+2)=x^4+2x^2+2xf(3x+2)+1, \forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_2^5 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{1953}{4}$. **B.** $\frac{651}{4}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{9}{4}$.

Lời giải

Ta có:

$3\left(x^2+1\right)f'(3x+2)=x^4+2x^2+2xf(3x+2)+1$

$\Leftrightarrow \dfrac{3\left(x^2+1\right)f'(3x+2)-2xf(3x+2)}{\left(x^2+1\right)^2}=1, \forall x\in\mathbb{R}..$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{f(3x+2)}{x^2+1}\right)'=1\Rightarrow \dfrac{f(3x+2)}{x^2+1}=x+C.\ (1)$

Cho $x=0$ từ $(1)\Rightarrow \dfrac{f(2)}{1}=0+C\Leftrightarrow \dfrac{0}{1}=C\Rightarrow C=0\Rightarrow f(3x+2)=x\left(x^2+1\right)=x^3+x$.

Ta có: $\int\limits_2^5 f(x)dx=3\int\limits_0^1 f(3x+2)dx=3\int\limits_0^1\left(x^3+x\right)dx=3\left(\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{x^2}{2}\right)\Bigg|_0^1=\dfrac{9}{4}$.

Câu 34. Từ 12 học sinh gồm 5 học sinh giỏi, 4 học sinh khá, 3 học sinh trung bình, giáo viên muốn thành lập 4 nhóm làm 4 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm có 3 học sinh. Tính xác suất để nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá.

A. $\dfrac{72}{385}$. **B.** $\dfrac{114}{385}$. **C.** $\dfrac{36}{385}$. **D.** $\dfrac{18}{385}$.

Lời giải

Chọn C

◆ $n(\Omega)=\dfrac{C_{12}^3.C_9^3.C_6^3}{4!}=15400$

◆ Gọi A: “4 nhóm có cả học sinh giỏi và khá”

◆ Để có 4 nhóm có cả học sinh giỏi và khá ta chia các nhóm như sau:

+ Một nhóm có 2 giỏi, 1 khá.

+ Ba nhóm có 1 giỏi, 1 khá, 1 trung bình.

Cách chọn nhóm có 2 giỏi, 1 khá: $C_5^2.C_4^1$

Cách xếp vị trí 3 học sinh giỏi và 3 học sinh khá vào ba nhóm còn lại: $3!$

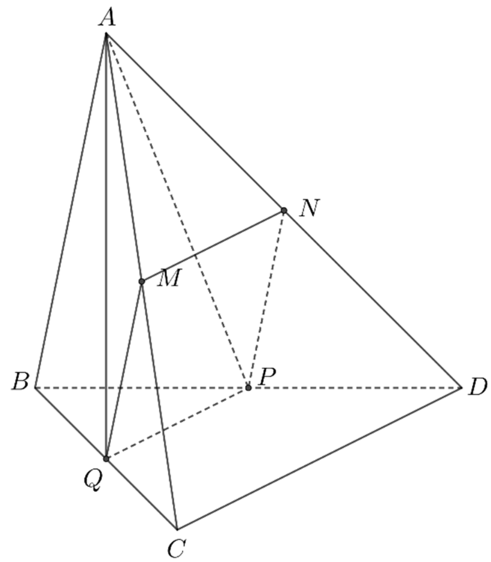
Cách xếp 3 học sinh trung bình vào ba nhóm còn lại là $3!$

Suy ra $n(A)=C_5^2.C_4^1.3!.3!=1440$

Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{1440}{15400}=\dfrac{36}{385}$.

Câu 35. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có thể tích là V. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của AC,AD,BD,BC. Thể tích khối chóp $A.MNPQ$ là

A. $\dfrac{V}{12}$. **B.** $\dfrac{V}{3}$. **C.** $\dfrac{V}{6}$. **<u>D.</u>** $\dfrac{V}{4}$.



Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Ta có: $\frac{V_{AMNP}}{V_{ACDP}}=\frac{AM}{AC}.\frac{AN}{AD}.\frac{AP}{AP}=\frac{1}{4}$.

Mà $\frac{V_{ACDP}}{V_{ABCD}}=\frac{1}{2}$.

Vậy $V_{A.MNPQ}=2V_{AMNP}=2.\frac{1}{4}V_{ACDP}=2.\frac{1}{4}.\frac{1}{2}.V_{ABCD}=\frac{1}{4}V_{ABCD}=\frac{V}{4}$.

Cách 2:

Ta có: $V_{A.MNPQ}=2V_{APMQ}$ (do $MNPQ$ là hình thoi).

Mà $V_{APMQ}=V_{BPMQ}$ (do $AB//MQ$) nên $V_{A.MNPQ}=2V_{BPMQ}$.

Vì P là trung điểm của BD nên $d\left(P,\left(ABC\right)\right)=\frac{1}{2}d\left(D,\left(ABC\right)\right)$ và $S_{BQM}=\frac{1}{4}S_{ABC}$.

Nên $V_{BPMQ}=\frac{1}{3}d\left(P,\left(ABC\right)\right).S_{BQM}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}d\left(D,\left(ABC\right)\right).\frac{1}{4}S_{ABC}=\frac{1}{8}.\frac{1}{3}d\left(D,\left(ABC\right)\right).S_{ABC}=\frac{V}{8}$.

Suy ra $V_{AMNPQ}=\frac{V}{4}$.

B. ĐIỀN KHUYẾT (15 CÂU)

Câu 36. Cho hàm số $y=x^3-6x^2+7x+5$ có đồ thị $\left(C\right)$. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị $\left(C\right)$ tại điểm có hoành độ bằng 2 là:

Đáp án: $\boxed{\text{.............}}$

Lời giải

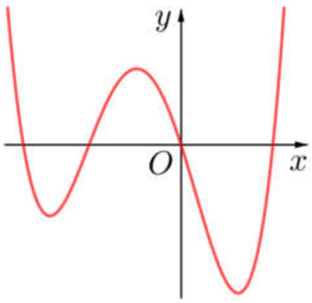
Ta có $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 3$

$y' = 3x^2 - 12x + 7 \Rightarrow y'(2) = -5$

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm $M(2;3)$ là

$y = y'(2)(x-2) + 3 = -5(x-2) + 3$ hay $y = -5x + 13$

Câu 37. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.

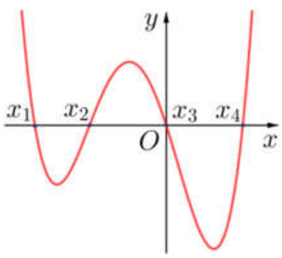


Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại.

Đáp án: ………….

Lời giải

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ta có $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4$ như hình vẽ.



Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ là:

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		x_4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Từ đó suy ra hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực đại.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$. Tính khoảng cách d từ điểm O đến mặt phẳng (ABC).

Đáp án: ………….

Lời giải

☑ Phương trình $(ABC): \dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{-2} + \dfrac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x - 3y + 2z - 6 = 0$.

☑ $d(O,(ABC)) = \dfrac{|-6|}{\sqrt{6^2 + (-3)^2 + 2^2}} = \dfrac{6}{7}$.

Câu 39. Từ các số của tập $A = \{0,1,2,3,4,5,6\}$ có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 5 chữ số đôi một khác nhau trong đó có hai chữ số lẻ và hai chữ số lẻ đứng cạnh nhau.

Đáp án: ………….

Lời giải

Vì có 3 số lẻ là 1,3,5, nên ta tạo được 6 cặp số kép: $13, 31, 15, 51, 35, 53$

Gọi A là tập các số gồm 4 chữ số được lập từ $X=\{0,13,2,4,6\}$.

Gọi A_1,A_2,A_3 tương ứng là số các số tự nhiên lẻ gồm 4 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số của tập $X=\{0,13,2,4,6\}$ và 13 đứng ở vị trí thứ nhất, thứ hai và thứ ba.

Ta có: $|A_1|=A_4^3=24;|A_2|=|A_3|=3.3.2=18$ nên $|A|=24+2.18=60$

Vậy số các số cần lập là: $6.60=360$ số.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x)+f(1-x)=x^2+2x-1,\forall x\in\mathbb{R}$ Tính $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x+2)-f(2)}{x}$.

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

Lời giải

◆ Đặt $u=x+2$ ta có: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x+2)-f(2)}{x}=\lim\limits_{u\to 2}\dfrac{f(u)-f(2)}{u-2}=f'(2)$.

◆ Đặt $t=1-x\Rightarrow x=1-t$ ta có:

$2f(x)+f(1-x)=x^2+2x-1,\forall x\in\mathbb{R}\ \ (1)$

$\Rightarrow 2f(1-t)+f(t)=(1-t)^2+2(1-t)-1=t^2-4t+2$

$\Rightarrow 2f(1-x)+f(x)=x^2-4x+2\ \ (2)$.

◆ Từ (1) và (2) ta được:

$f(x)=\dfrac{x^2+8x-4}{3}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{2x+8}{3}\Rightarrow f'(2)=4$.

Cách 2

Đặt $u=x+2$ ta có: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x+2)-f(2)}{x}=\lim\limits_{u\to 2}\dfrac{f(u)-f(2)}{u-2}=f'(2)$.

Từ điều kiện $2f(x)+f(1-x)=x^2+2x-1,\forall x\in\mathbb{R}$ ta suy ra hàm $f(x)$ có dạng ax^2+bx+c

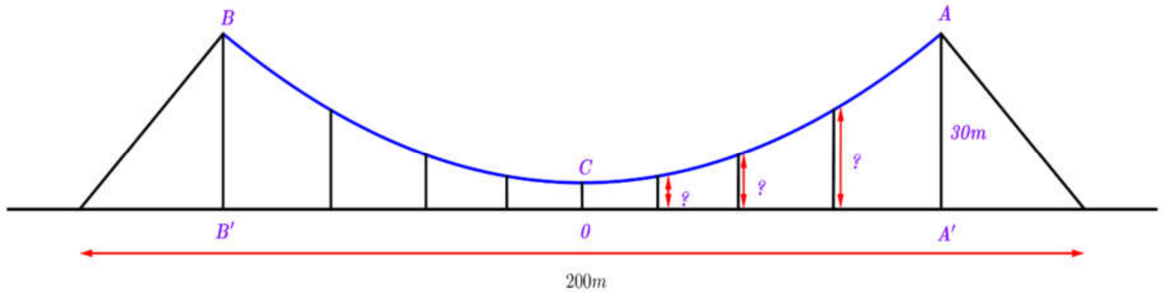
Từ đó ta có:

$2f(x)+f(1-x)=2ax^2+2bx+2c+a(1-x)^2+b(1-x)+c=3ax^2+(b-2a)x+3c+a+b$

Đồng nhất hai vế, ta được hệ phương trình $\begin{cases}3a=1\\ b-2a=2\\ 3c+a+b=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{3}\\ b=\dfrac{8}{3}\\ c=-\dfrac{4}{3}\end{cases}$

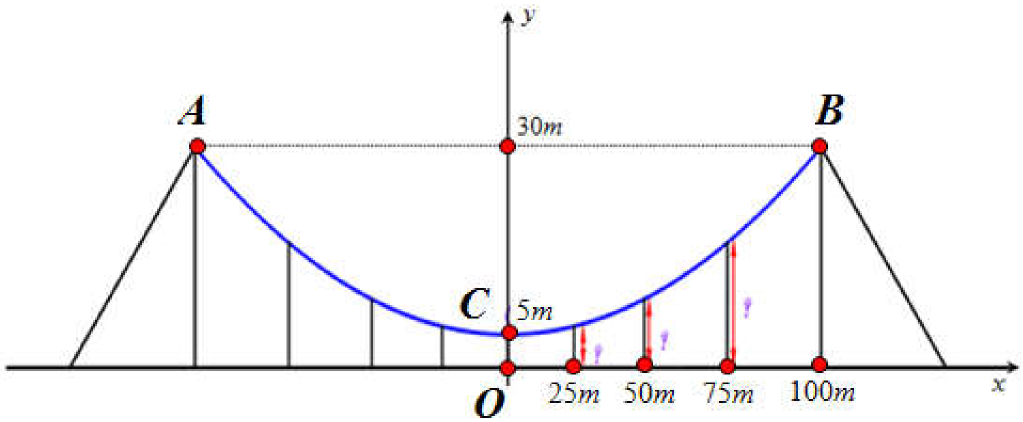
Vậy $f(x)=\dfrac{x^2+8x-4}{3}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{2x+8}{3}\Rightarrow f'(2)=4$.

Câu 41. Một kĩ sư thiết kế cây cầu treo bắt ngang dòng sông (như hình vẽ). Ở hai bên dòng sông, kĩ sư thiết kế hai cột trụ đỡ AA' và BB'có độ cao $30m$ và bên trên có bắt một dây truyền có dạng Parabol (ACB)để đỡ nền cầu. Hai đầu của dây truyền được gắn chặt vào hai điểm Avà B. Để chịu sức nặng của cây cầu và các phương tiện giao thông thì ở khoảng giữa cầu phải đặt thêm dây cáp treo thẳng đứng nối nền cầu với dây truyền. Biết khoảng cách giữa các dây cáp treo và hai cột trụ là bằng nhau và dây cáp có độ dài ngắn nhất là $OC=5m$. Khoảng cách $A'B'=200m$. Chiều dài các cáp treo còn lại là



Đáp án: $\boxed{\dots\dots\dots\dots}$

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ (Oxy) như hình vẽ.

Parabol (P) có dạng: $y = ax^2 + b$.

Ta có: $\begin{cases} B(100,30) \in (P) \\ C(0;5) \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10000a + b = 30 \\ b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{400} \\ b = 5 \end{cases}$.

Do đó Parabol (P): $y = \dfrac{1}{400}x^2 + 5$.

Vậy chiều dài các cáp treo còn lại lần lượt là: $6.56m, 11.25m, 19.06m$.

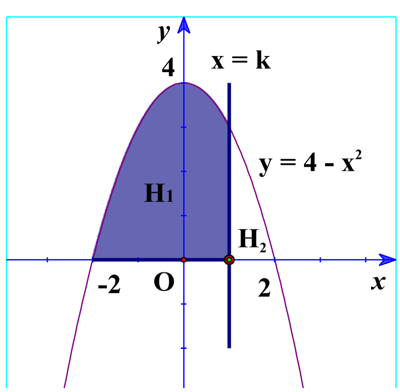
Câu 42. Để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x$ đạt cực đại và cực tiểu thì:

Đáp án: $\boxed{\dots\dots\dots\dots}$

Lời giải

$y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = (m-3)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 3$.

Câu 43. Trong mặt phẳng Oxy cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 4 - x^2$ và trục hoành. Đường thẳng $x = k \left(-2 < k < 2\right)$ chia (H) thành hai phần $(H_1), (H_2)$ như hình vẽ.



Biết rằng diện tích hình (H_1) gấp $\dfrac{20}{7}$ lần diện tích của hình (H_2), hỏi giá trị k bằng bao nhiêu?

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

Lời giải

Diện tích hình (H_2) là $S_2=\int\limits_k^2\left(4-x^2\right)\mathrm{d}x=\left(4x-\dfrac{x^3}{3}\right)\Bigg|_k^2=\dfrac{16}{3}-4k+\dfrac{k^3}{3}$.

Diện tính hình (H_1) là $S_1=\int\limits_{-2}^2\left(4-x^2\right)\mathrm{d}x-S_2=\dfrac{32}{3}-\left(\dfrac{16}{3}-4k+\dfrac{k^3}{3}\right)=\dfrac{16}{3}+4k-\dfrac{k^3}{3}$.

Theo đề bài ta có: $S_1=\dfrac{20}{7}S_2\Rightarrow\dfrac{16}{3}+4k-\dfrac{k^3}{3}=\dfrac{20}{7}\left(\dfrac{16}{3}-4k+\dfrac{k^3}{3}\right)\Leftrightarrow\dfrac{9}{7}k^3-\dfrac{108}{7}k+\dfrac{208}{21}=0$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}k=\dfrac{2}{3}\\k=\dfrac{\pm\sqrt{105}-1}{3}\end{array}\right.$. So với điều kiện $-2<k<2$ nhận $k=\dfrac{2}{3}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=x^3-4x^2+m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-5;5]$ để phương trình $\dfrac{f\left(f(x)\right)-2f(x)}{f^2(x)-2f(x)}=1$ có 9 nghiệm phân biệt?

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

Lời giải

x	$-\infty$		0		$\frac{8}{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	m	$\searrow$	$\frac{-256}{27}+m$	$\nearrow$	$+\infty$

$f(x)=x^3-4x^2+m$

Đặt $f(x)=t$;

$f(x)=t$ có 3nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow t\in\left(m-\dfrac{256}{27};m\right)$

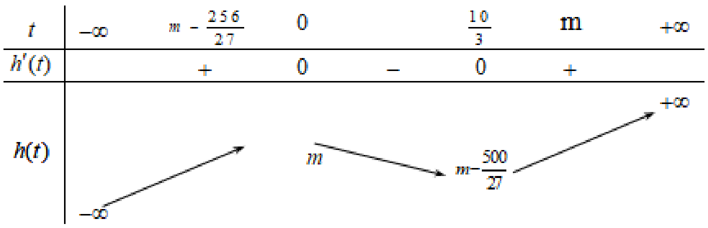
khi đó $\dfrac{f\left(f(x)\right)-2f(x)}{f^2(x)-2f(x)}=1$ trở thành $\dfrac{f(t)-2t}{t^2-2t}=1\Leftrightarrow\begin{cases}f(t)=t^2\ (*)\\t\neq0\\t\neq2\end{cases}$.

Yêu cầu bài toán dẫn đến $f(t)=t^2$ có 3nghiệm phân biệt $\begin{cases}t\in\left(m-\dfrac{256}{27};m\right)\\t\neq0;t\neq2\end{cases}$

hay $t^3-5t^2+m=0$ có 3nghiệm phân biệt $\begin{cases}t\in\left(m-\dfrac{256}{27};m\right)\\t\neq0,\ t\neq2\end{cases}$

$h(t)=t^3-5t^2+m$

Ta có $h'(t)=0\Leftrightarrow3t^2-10t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=\dfrac{10}{3}\end{array}\right.$.



để (1) có 9 nghiệm phân biệt thì $\begin{cases} \frac{10}{3} < m < \frac{256}{27} \\ h(m) > 0 \\ h\left(m - \frac{256}{27}\right) < 0 \\ h(0) \neq 0 \\ h(2) \neq 0 \\ m \in [-5;5] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \le m \le 5 \\ m^3 - 5m^2 + m > 0 \\ h\left(m - \frac{256}{27}\right) < 0 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 \le m \le 5 \\ m > \frac{5+\sqrt{21}}{2} \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow m = 5$.

thử lại thấy $m = 5$ thỏa mãn.

Câu 45. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 2$ và $w = 2z + 1 - i$. Trong mặt phẳng phức, tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm I, bán kính R. Tìm tâm I, bán kính R.

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

Lời giải

Giả sử $z = x + yi\ (x, y \in \mathbb{R})$.

Từ giả thuyết $|z - 3 + 4i| = 2 \Leftrightarrow |x + yi - 3 + 4i| = 2 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+4)^2 = 4\ (*)$.

Từ $w = 2z + 1 - i = 2(x + yi) + 1 - i = (2x+1) + (2y-1)i$.

Giả sử $w = a + bi\ (a, b \in \mathbb{R})$. Ta có $a + bi = (2x+1) + (2y-1)i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 = a \\ 2y - 1 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{a-1}{2} \\ y = \frac{b+1}{2} \end{cases}$.

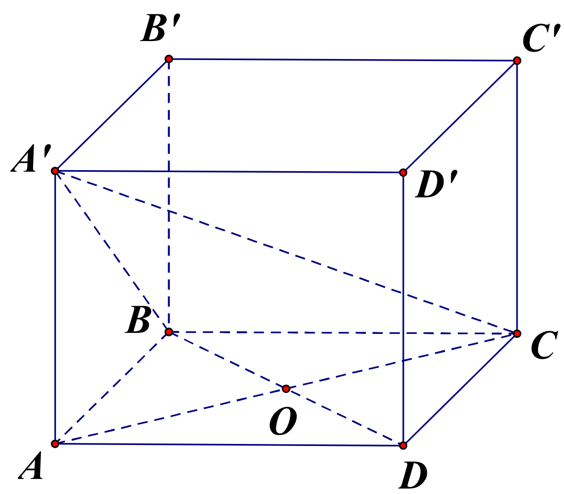
Thay x, y vào phương trình $(*)$, ta có $\left(\frac{a-1}{2} - 3\right)^2 + \left(\frac{b+1}{2} + 4\right)^2 = 4 \Leftrightarrow (a-7)^2 + (b+9)^2 = 16$.

Suy ra w chạy trên đường tròn tâm $I(7;-9)$, bán kính $R = 4$.

Câu 46. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2\sqrt{2}$, $AA' = 4$. Tính góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$.

Đáp án: $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

Lời giải



Ta có $CB \perp (AA'B'B)$ tại B. Khi đó $A'B$ là hình chiếu của $A'C$ lên mặt phẳng $(AA'B'B)$.

Vậy góc tạo bởi đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(AA'B'B)$ là góc $\widehat{CA'B}$.

Khi đó $\tan\widehat{CA'B} = \dfrac{BC}{A'B} = \dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{4^2+\left(2\sqrt{2}\right)^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{CA'B} = 30°$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3;1;2)$, $B(-3;-1;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+3z-14=0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho ΔMAB vuông tại M. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng Oxy.

Đáp án: …………..

Lời giải

Tam giác MAB vuông tại M, suy ra M thuộc mặt cầu (S) đường kính $AB = 2\sqrt{11}$.

Xét vị trí tương đối của (P) và (S), ta có (P) tiếp xúc (S).

Lại vì $M \in (P)$ nên M là tiếp điểm của (P) và (S), hay M là hình chiếu của tâm của mặt cầu (S) trên (P), (S) có tâm là trung điểm $I(0;0;1)$ của đoạn AB.

Đường thẳng IM qua $I(0;0;1)$ và nhận vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P) làm véctơ chỉ phương

$$\Rightarrow IM: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1+3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$M \in \Delta \Rightarrow M(t;t;1+3t)$

$M \in (P) \Leftrightarrow t+t+3(1+3t)-14=0 \Leftrightarrow 11.t = 11 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow M(1;1;4)$

$Oxy: z=0$

Suy ra: $d(M,(Oxy)) = \dfrac{|4|}{\sqrt{1}} = 4$.

Câu 48. Cho $a,b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn các điều kiện $a^2+b^2>1$ và $\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2a+4b-3$ là

Đáp án: …………..

Lời giải.

Do $a^2+b^2>1$ và $\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1$ nên $a+b \geq a^2+b^2 \Leftrightarrow \left(a-\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(b-\dfrac{1}{2}\right)^2 \leq \dfrac{1}{2}$ (1)

Ta có: $a+2b=\left[\left(a-\frac{1}{2}\right)+2\left(b-\frac{1}{2}\right)\right]+\frac{3}{2}$ (2)

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacốpski cho hai dãy số $a-\frac{1}{2},b-\frac{1}{2}$ và $1,2$ ta có:

$\left[\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\left(b-\frac{1}{2}\right)^2\right](1^2+2^2)\geq\left[\left(a-\frac{1}{2}\right)+2\left(b-\frac{1}{2}\right)\right]^2 \Leftrightarrow 5\left[\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\left(b-\frac{1}{2}\right)^2\right]\geq\left(a+2b-\frac{3}{2}\right)^2$

(3)

Từ (1) và (3)

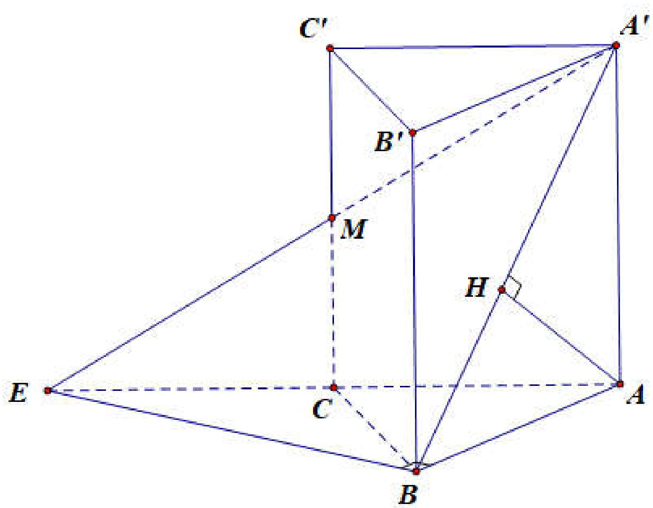
Ta có: $5.\frac{1}{2}\geq\left(a+2b-\frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow a+2b-\frac{3}{2}\leq\frac{\sqrt{10}}{2}\Leftrightarrow 2a+4b-3\leq\sqrt{10}$

Dấu $"="$ xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}\dfrac{a-\frac{1}{2}}{1}=\dfrac{b-\frac{1}{2}}{2}\\ \left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\left(b-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=\dfrac{5+\sqrt{10}}{10}\\ b=\dfrac{5+2\sqrt{10}}{10}\end{cases}$

Câu 49. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ΔABC đều cạnh a, $AA'=a\sqrt{3}$, M là trung điểm của CC'. Tính khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng $(A'BM)$.

Đáp án: …………..

Lời giải



Gọi $E=AC\cap A'M$, vì M là trung điểm của CC' nên dễ thấy C là trung điểm của AE.

Ta có, $d\left(C',(A'BM)\right)=d\left(C,(A'BM)\right)=\frac{1}{2}d\left(A,(A'BM)\right)$

Áp dụng định lí cosin cho ΔABE ta có: $BE^2=AB^2+AE^2-2.AB.AE.\cos 60°=3a^2\Rightarrow BE=a\sqrt{3}$.

Xét tam giác ABE có $AB^2+BE^2=AE^2\Rightarrow\Delta ABE$ vuông tại $B\Rightarrow AB\perp BE$.

Kẻ $AH\perp A'B$ (1), khi đó $BE\perp AB, BE\perp AA'\Rightarrow BE\perp(ABA')\Rightarrow BE\perp AH$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $d\left(A,(A'BM)\right)=AH$

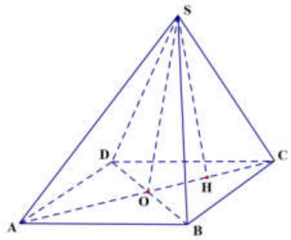
Lại có $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AA'^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{3a^2}=\frac{4}{3a^2}\Rightarrow AH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Vậy $d\left(C';(A'BM)\right)=\frac{1}{2}AH=\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 50. Cho chóp $S.ABCD$ có $SA = x$ và tất cả các cạnh còn lại đều bằng 1.Tìm x để thể tích của khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất

Đáp án: ....

Lời giải



Tứ giác $ABCD$ có các cạnh bằng nhau nên $ABCD$ là hình thoi do đó AC cắt BD tại trung điểm O của mỗi đường và AC đường trung trực của đoạn thẳng BD.

Gọi H là hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng $(ABCD)$

Ta có: $SB = SD = 1 \Rightarrow HB = HD$ suy ra H thuộc đường trung trực AC của đoạn thẳng BD.

Xét hai tam giác cân SBD và CBD có $SB = SD = CB = CD = 1$; BD chung

Suy ra: $\Delta SBD = \Delta BCD \Rightarrow SO = OC$

ΔSAC có đường trung tuyến $SO = \frac{1}{2}AC \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại S

khi đó: $AC = \sqrt{SA^2 + SC^2} = \sqrt{1 + x^2}$ và $SH.AC = SA.SC \Rightarrow SH = \frac{SA.SC}{AC} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

Trong tam giác vuông OBC

$$OB = \sqrt{BC^2 - OC^2} = \sqrt{1 - \frac{x^2+1}{4}} = \frac{\sqrt{3-x^2}}{2} \Rightarrow BD = \sqrt{3-x^2} \quad \left(0 < x < \sqrt{3}\right)$$

Diện tích $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SH = \frac{1}{6}AC.BD.SH = \frac{1}{6}\sqrt{x^2\left(3-x^2\right)}$

Áp dụng bất đẳng thức cauchy có $\sqrt{x^2\left(3-x^2\right)} \le \frac{x^2+3-x^2}{2} = \frac{3}{2}$

Dấu bằng xảy ra khi: $x^2 = 3 - x^2 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{2} \in \left(0; \sqrt{3}\right)$

Vậy thể tích chóp $S.ABCD$ lớn nhất bằng $\frac{1}{4}$ khi $x = \frac{\sqrt{6}}{2}$

- **XEM THÊM ĐỀ CƯƠNG ÔN THI TẠI:**
- https://www.nbv.edu.vn/2022/01/de-cuong-danh-gia-nang-luc-dhqg-ha-noi.html

Theo dõi Fanpage: Nguyễn Bảo Vương ☞ https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/

Hoặc Facebook: Nguyễn Vương ☞ https://www.facebook.com/phong.baovuong

Tham gia ngay: Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN) ☞ https://www.facebook.com/groups/703546230477890/

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

☞ https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

☞Tải nhiều tài liệu hơn tại: https://www.nbv.edu.vn/