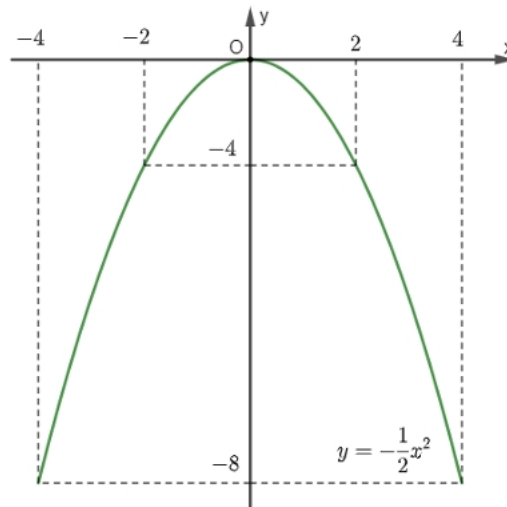


**HƯỚNG DẪN GIẢI****Câu 1. (1,5 điểm)** Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2 (P)$ a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số trênb) Tìm những điểm A thuộc (P) sao cho tung độ bằng $-\frac{1}{2}$ **□ Lời giải**

a) BGT:

x	-4	-2	0	2	4
$y = -\frac{1}{2}x^2$	-8	-2	0	-2	-8

b) Ta có $y = -\frac{1}{2}$ thì $-\frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}$ hay $x^2 = 1$ suy ra $x = 1; x = -1$ Vậy tọa độ điểm $A\left(1; -\frac{1}{2}\right), A\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$ thỏa yêu cầu bài toán.**Câu 2. (1,0 điểm)** Cho phương trình $3x^2 - 2x - 5 = 0$.a) Chứng tỏ phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức:

$$M = x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1)$$

□ Lời giải

a) Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4.3.(-5) = 64 > 0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

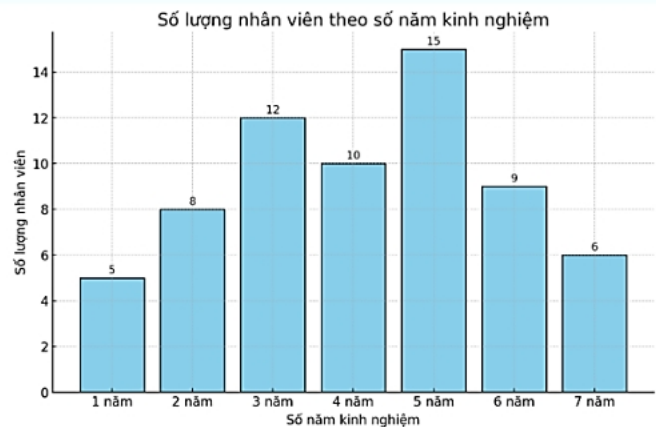
b) Theo định lý Viète ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{2}{3} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

Khi đó $M = x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1) = x_1^2 + x_2^2 - (x_1 + x_2) = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - (x_1 + x_2)$
 $= \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2\left(-\frac{5}{3}\right) - \frac{2}{3} = \frac{28}{9}$.

Câu 3. (1,5 điểm)

a) Biểu đồ bên thống kê số lượng nhân viên trong một công ty theo số năm kinh nghiệm làm việc của họ. Dựa vào biểu đồ trên, hãy cho biết tổng số nhân viên của công ty là bao nhiêu ?

b) Một quản lý của công ty có 4 phần thưởng khác nhau A, B, C, D và sẽ trao cho hai nhóm nhân viên, mỗi nhóm được nhận 2 phần thưởng. Tính xác suất để nhóm thứ nhất nhận được phần thưởng A và C .



□ Lời giải

a) Tổng số nhân viên của công ty

$$5 + 8 + 12 + 10 + 15 + 9 + 6 = 65 \text{ (nhân viên)}$$

b) Kí hiệu $(i; j)$ là kết quả lấy được phần thưởng với của nhóm thứ nhất.

Không gian mẫu của phép thử trên

$$\Omega = \{(A, B); (A, C); (A, D); (B, C); (B, D); (C, D)\}.$$

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 6$.

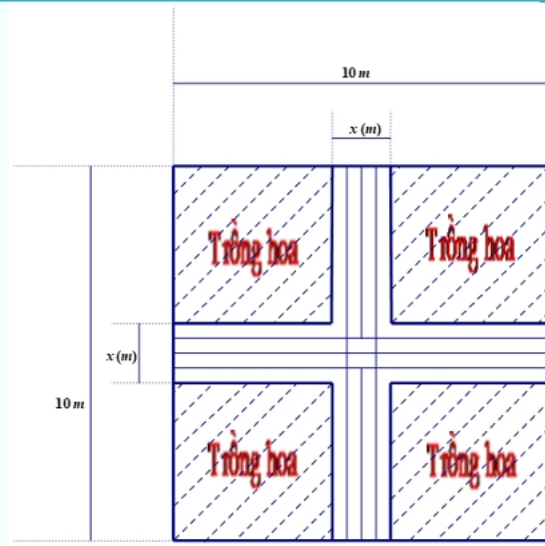
Xác suất của biến cố nhóm thứ nhất nhận được phần thưởng A và C là $\frac{1}{6}$.

Câu 4. (1,0 điểm)

Một vườn hoa hình vuông có cạnh $10m$, người ta làm lối đi trong vườn hoa có chiều rộng là $x(m)$ như hình vẽ.

a) Viết biểu thức biểu thị diện tích còn lại để trồng hoa sau khi làm lối đi.

b) Biết rằng sau khi làm lối đi thì diện tích còn lại của khu vườn trồng hoa là $81m^2$. Tính chiều rộng $x(m)$ của lối đi ?


□ Lời giải

a) Chiều dài cạnh của 1 hình vuông trồng hoa là $\frac{10-x}{2}(m)$.

Diện tích trồng hoa

$$S = 4 \cdot \left(\frac{10-x}{2} \right)^2 = x^2 - 20x + 100 (m^2).$$

b) Vì diện tích còn lại của khu vườn là $81m^2$ nên ta có phương trình

$$x^2 - 20x + 100 = 81$$

$$x^2 - 20x + 19 = 0$$

$$x = 19 \text{ (loại); } x = 1 \text{ (nhận)}$$

Vậy chiều rộng của lối đi là $1m$

Câu 5. (1,0 điểm) Một bồn nước hình trụ có đường kính đáy là $1,4m$ và cao $3,25m$. Người ta đổ nước vào trong bồn sao cho chiều cao của nước bằng đúng một nửa chiều cao của bồn và tiếp tục đặt vào trong bồn một phao nước có dạng hình cầu bằng kim loại không thấm nước có bán kính $30cm$ và chìm hoàn toàn vào trong nước.

a) Tính thể tích nước có trong bồn (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

b) Sau đó người ra tiếp tục bơm thêm nước vào bồn bằng một vòi có công suất chảy là $0,0024m^3$ cho mỗi giây. Hỏi sau bao nhiêu phút thì bồn đầy nước. Biết công thức tính thể tích hình trụ là $V = \pi r^2 h$, công thức tính thể tích hình cầu là $V = \frac{4}{3} \pi R^3$, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

□ Lời giải

a) Thể tích nước có trong bồn



$$V = \pi R^2 h = \pi \cdot \left(\frac{1,4}{2}\right)^2 \cdot \frac{3,25}{2} \approx 2,5 \text{ (m}^3\text{)}.$$

b) Thể tích nước cần bơm

$$\pi \left(\frac{1,4}{2}\right)^2 \cdot 3,25 - \left[\pi \cdot \left(\frac{1,4}{2}\right)^2 \cdot \frac{3,25}{2} + \frac{4}{3} \pi \cdot \left(\frac{30}{100}\right)^3 \right] = \frac{3041}{4000} \pi \text{ (m}^3\text{)}$$

Thời gian cần để bơm đầy bể

$$\frac{3041}{4000} \pi : 0,0024 = \frac{15205}{48} \pi \text{ (giây)} \approx 17 \text{ phút.}$$

Câu 6. (1,0 điểm) Formalin là dung dịch có chứa từ 37% đến 40% Formaldehyde. Formaldehyde có khả năng kháng khuẩn, kháng nấm nên được dùng làm chất bảo quản trong y tế. Một nhà máy sản xuất Formaldehyde đang có một lượng dung dịch Formaldehyde nồng độ 15% và một lượng Formaldehyde nồng độ 65%.

a) Tính thể tích mỗi loại Formaldehyde trên để điều chế được 300 lít Formaldehyde 35%. Giả sử nguyên liệu không bị hao hụt trong quá trình sản xuất.

b) Một cơ sở y tế đặt hàng nhà máy trên một đơn hàng Formalin. Nhà máy dùng 200 lít Formaldehyde 15% cùng một lượng Formaldehyde 65% để sản xuất ra Formalin. Hỏi thể tích của Formaldehyde 65% nằm trong khoảng nào thì có thể sản xuất được Formalin.

□ Lời giải

a) Gọi x, y (lít) lần lượt là thể tích của dung dịch Formaldehyde nồng độ 15% và Formaldehyde nồng độ 65% để điều chế ra 300 lít Formaldehyde 35% ($0 < x, y < 200$).

Do thể tích dung dịch Formaldehyde 35% lít nên $x + y = 300$ (1).

Do cần điều chế 300 lít dung dịch Formaldehyde 35% ta cần dùng x lít dung dịch Formaldehyde nồng độ 15% và y lít dung dịch Formaldehyde nồng độ 65% nên ta có phương trình

$$15\%x + 65\%y = 35\% \cdot 300 \text{ hay } 0,15x + 0,65y = 105 \text{ (2).}$$

$$\text{Từ (1), (2) ta được hệ } \begin{cases} x + y = 300 \\ 0,15x + 0,65y = 105 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ trên ta được } \begin{cases} x = 180 \\ y = 120 \end{cases} \text{ (nhận).}$$

Vậy để điều chế 300 lít Formaldehyde 35% ta cần 180 lít dung dịch Formaldehyde nồng độ 15% và 120 lít dung dịch Formaldehyde nồng độ 65%.

b) Gọi a (lít) là thể tích dung dịch Formaldehyde nồng độ 65% cần để điều chế được Formalin ($a > 0$).

Do Formalin là dung dịch có chứa từ 37% đến 40% Formaldehyde nên ta có bất phương trình

$$37\% \leq \frac{200.15\% + a.65\%}{200 + a} \leq 40\% , \text{ do } 200 + a > 0 \text{ nên bất phương trình trở thành}$$

$$0,37(200 + a) \leq 30 + 0,65a \text{ và } 30 + 0,65a \leq 4.(200 + a)$$

Giải bất phương trình trái ta được

$$74 + 0,37a \leq 30 + 0,65a$$

$$a \geq \frac{1100}{7} \approx 157,14$$

Giải bất phương trình phải ta được

$$30 + 0,65a \leq 80 + 0,4a$$

$$a \leq 200.$$

Vậy để điều chế Formalin từ 200 lít Formaldehyde 15% thì số lít dung dịch Formaldehyde 65% nằm trong khoảng từ 157,14 lít đến 200 lít.

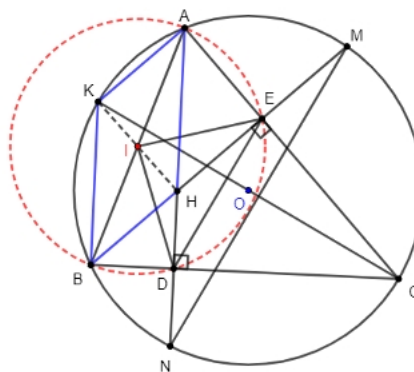
Câu 7. (3,0 điểm) Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Hai đường cao AD, BE của $\triangle ABC$ cắt nhau tại H . Gọi M, N lần lượt là giao điểm của (O) với các tia BE, AD (M khác B, N khác A).

a) Chứng minh: Tứ giác $ABDE$ nội tiếp và xác định tâm I của đường tròn này, từ đó suy ra $DE \parallel MN$.

b) Kẻ đường kính CK của (O) . Chứng minh tứ giác $AKBH$ là hình bình hành và suy ra 3 điểm H, I, K thẳng hàng.

c) Trong trường hợp $\angle BCA = 60^\circ$. Chứng minh: $DE = \frac{1}{2}AB$ và tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi cung nhỏ DE và dây cung DE của (I) theo R

□ Lời giải



a) Gọi I là trung điểm AB .

Ta có hai tam giác $\triangle ABD$ và $\triangle ABE$ lần lượt vuông tại D, E và có DI, EI là hai đường trung tuyến

ứng với cạnh huyền AB nên $IA = IB = IE = ID = \frac{1}{2}AB$.



Do đó tứ giác $ABDE$ nội tiếp đường tròn tâm I đường kính BC .

Trong đường tròn tâm (O) ta có $BMN = BAN$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BN).

Trong đường tròn tâm (I) ta có $BED = BAD = BAN$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BD)

Suy ra $BED = BMN$, mà hai góc ở vị trí đồng vị nên $DE \parallel MN$.

b) Xét đường tròn (O) ta có :

$KAC = KBC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra $BH \parallel KA$ (cùng vuông góc AC) và $KB \parallel AH$ (cùng vuông góc BC)

Suy ra tứ giác $AKBH$ là hình bình hành.

Mà I là trung điểm AB nên I cũng là trung điểm KH .

Vậy 3 điểm H, I, K thẳng hàng.

c) Ta có $ACB = 60^\circ \Rightarrow EBC = 30^\circ$

Ta lại có $DIE = 2ABC = 60^\circ$ (quan hệ giữa góc ở tâm và góc nội tiếp của đường tròn (I)).

Mà $IE = ID$ (bán kính của đường tròn (I))

Suy ra tam giác IDE đều, khi đó $DE = ID = \frac{1}{2}AB$ (quan hệ giữa bán kính và đường kính).

Diện tích hình viên phân

$$S = \frac{\pi R^2}{6} - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) R^2 \text{ (dvd)}. \quad \text{=== ★ ★ ★ ===}$$

=== ★ ★ ★ ===