



HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1. (1,5 điểm): Cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị là Parabol (P).

Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

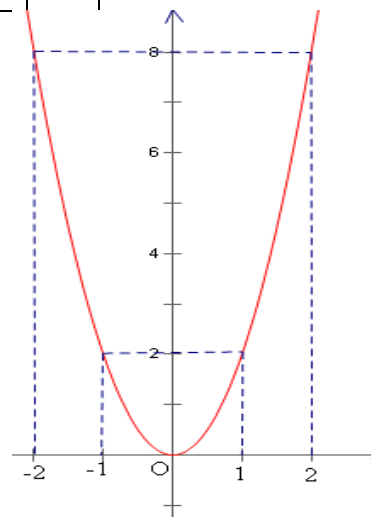
Bạn Lan đang thiết kế một chiếc cầu có hình dạng giống đồ thị của hàm số $y = 2x^2$, bạn cần xác định những điểm trên cầu có độ cao bằng 2 mét so với mặt đất. Hãy tìm các tọa độ đó để bạn Lan hoàn thành bản vẽ.

✧ Lời giải

a) Vẽ đồ thị (P) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy .

BGT:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8



Thay $y = 2$ vào (P) ta được: $2 = 2x^2$

Suy ra: $2x^2 - 2 = 0$

Tính được: $x_1 = 1$; $x_2 = -1$.

Vậy những điểm thuộc (P) có tung độ bằng 2 là $(1; 2)$ và $(-1; 2)$.



Bài 2. (1 điểm): Cho phương trình bậc hai ẩn x : $4x^2 - 3x - 2 = 0$.

Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức $A = (2x_1 - 3)(2x_2 - 3)$.

Lời giải

Cho phương trình: $4x^2 - 3x - 2 = 0$

a) Vì $a = 4$ và $c = -2$ nên $\Delta = (-3)^2 - 4.4(-2) = 41 > 0$,

do đó phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Theo hệ thức Viète ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{(-3)}{4} = \frac{3}{4} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Ta có: $A = (2x_1 - 3)(2x_2 - 3) = 4x_1 \cdot x_2 - 6(x_1 + x_2) + 9$

$$= 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) + 9 = \frac{5}{2}$$

Bài 3. (1 điểm): Trong một buổi học nhóm, Minh và Phương sáng tạo một trò chơi như sau: Minh sẽ tung một đồng xu cân đối và đồng chất có hai mặt là hình và chữ, còn Phương sẽ rút một tấm thẻ từ một hộp chứa các tấm thẻ có kích thước như nhau được đánh số từ 10 đến 22. Nếu đồng xu ra mặt hình và Phương rút được tấm thẻ ghi số chẵn, thì cả hai sẽ được nhóm bạn thưởng một chiếc kẹo. Hỏi xác suất để Minh và Phương nhận được kẹo là bao nhiêu phần trăm? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

Lời giải

Bạn Minh gieo một đồng xu cân đối có 2 mặt hình và chữ và bạn Phương rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp chỉ chứa 13 tấm thẻ ghi các số 10, 11, 12, 13, ..., 22. Suy ra: $n(\Omega) = 2 \cdot 13 = 26$

Xác suất biến cố A: "Đồng xu ra mặt hình và Phương rút được tấm thẻ ghi số chẵn", được tính như sau: Tấm thẻ được rút là số chẵn nên có 7 kết quả có thể xảy ra (số chẵn gồm 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22), khi đó tung đồng xu có 1 kết quả xảy ra là hình.

Suy ra: $n(A) = 7 \cdot 1 = 7$. Do đó xác suất $P(A) = 7 : 26 \approx 0,2692307692... \approx 26,9\%$

Bài 4. (1 điểm): Để đáp ứng nhu cầu mua sắm tăng cao của người dân dịp các ngày nghỉ lễ, siêu thị điện máy Nguyễn Kim đã giảm giá nhiều mặt hàng để kích cầu mua sắm. Tổng giá tiền niêm yết của một chiếc tivi và một máy giặt là 25,4 triệu đồng, nhân dịp lễ 30/04 giá tiền của một chiếc tivi giảm 40% giá niêm yết và giá một máy giặt giảm 25% giá niêm yết, bác Hai đã mua một tivi và một máy giặt trên với tổng số tiền phải trả là 16,77 triệu đồng. Hỏi giá mỗi món hàng khi chưa giảm giá là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x (triệu đồng) là giá bán một chiếc tivi khi chưa giảm giá.

Gọi y (triệu đồng) là giá bán một chiếc máy giặt khi chưa giảm giá.

Điều kiện: $0 < x; y < 25,4$.

Theo đề bài ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 25,4(1) \\ \frac{3}{5}x + \frac{3}{4}y = 16,77(2) \end{cases}$$

Từ (1) ta có $x = 25,4 - y$ thay vào phương trình (2) $\frac{3}{5}(25,4 - y) + \frac{3}{4}y = 16,77$

$$y = 10,2(3) \text{ (TM)}$$

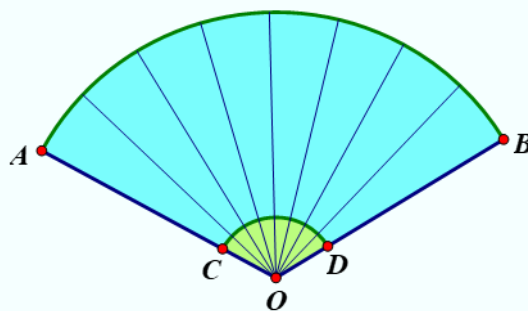
Thay (3) vào phương trình (1) ta có $x + 10,2 = 25,4$

$$x = 15,2 \text{ (TM)}$$

Vậy: Giá bán một chiếc tivi khi chưa giảm giá là 15,2 triệu đồng

Giá bán một chiếc máy giặt khi chưa giảm giá là 10,2 triệu đồng

Bài 5. (1 điểm): Tự thực hiện cái quạt giấy, bạn Phương sử dụng các thanh tre, chuốt mỏng và cắt các đoạn tre bằng nhau có chiều dài 30cm rồi chốt lại bằng ốc, vít. Bạn vẽ trên giấy thủ công các hình quạt OAB có bán kính định kính 30cm, quạt OCD có bán kính 10cm, có góc ở tâm $AOB = COD = 120^\circ$. Sau đó cắt bỏ phần hình quạt OCD , phần còn lại sẽ dán lên các nan quạt. Tính diện tích phần giấy thủ công dán lên các nan quạt, biết rằng giấy dán ở cả hai mặt quạt. Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.



Lời giải

Diện tích quạt OAB :

$$S_1 = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi \cdot 30^2 \cdot 120^\circ}{360^\circ} = 300\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích quạt OCD :



$$S_2 = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 120^0}{360^0} = \frac{100\pi}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích phần giấy màu dán vào các nan quạt:

$$S = 2(S_1 - S_2) \approx 10527,57 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vậy diện tích phần giấy thủ công dán lên các nan quạt là $10527,57 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Bài 6. (1,5 điểm): Một khách sạn A tại thành phố Đà Lạt có mức phí cho mỗi phòng được tính như sau: Mỗi phòng có giá là 300000 đồng/buổi, với thuế giá trị gia tăng là 8%. Vì số lượng khách du lịch đến Đà Lạt vào dịp Lễ Tết tăng nhiều, nên khách sạn quyết định phụ thu thêm phí dịch vụ là 50000 đồng cho mỗi phòng và phí này chỉ thu một lần cố định.

Gọi x là số đêm anh An ở tại khách sạn A vậy là số tiền anh An phải trả (đồng). Hãy viết biểu thức biểu diễn y theo x .

Biết rằng anh An phải trả tiền tổng cộng là 1346000 đồng, hãy tính số buổi mà anh An ở tại khách sạn A.

✧ **Lời giải**

a) Biểu thức biểu diễn y theo x là $y = 108\% \cdot 300000x + 50000 = 324000x + 50000$

Thay $y = 1346000$ vào biểu thức trên ta được:

$$1346000 = 108\% \cdot 300000x + 50000$$

$$1346000 = 324000x + 50000$$

$$x = 4.$$

Vậy anh An ở tại khách sạn A 4 buổi.

Bài 7. (3 điểm): Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AC và đường thẳng d là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A . Trên đường thẳng d lấy điểm M khác A sao cho $AM > AO$. Từ điểm M vẽ MB là tiếp tuyến đường tròn (O) tại tiếp điểm B , với B khác A .

Chứng minh: 4 điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn và $OM \perp AB$.

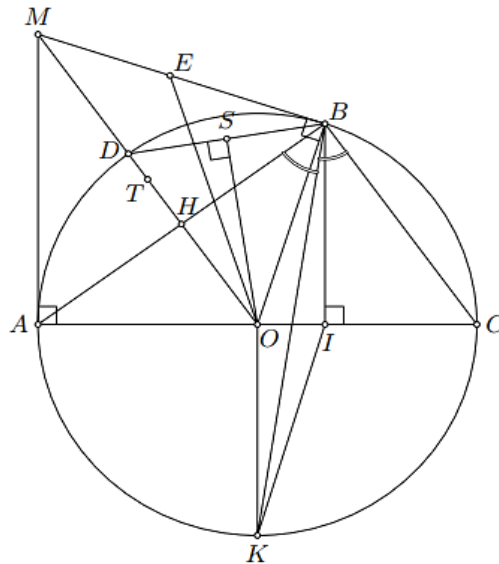
Gọi D là giao điểm của đoạn MO với đường tròn (O) . Tia AD cắt đoạn thẳng MB tại E .

Chứng minh: $EB^2 = EA \cdot ED$.

Đường phân giác của góc B trong tam giác ABC cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm K (K khác B).

Kẻ $BI \perp AC$ tại I . Đặt $BI = x$, với $x < R$. Hãy tính diện tích tam giác BIK theo R và x .

✧ **Lời giải**



a) Do MA, MB là tiếp tuyến của (O) nên $OAM = OBM = 90^\circ$

Gọi T là trung điểm của OM .

Ta có $\triangle OAM$ vuông tại A có AT là trung tuyến ứng với cạnh huyền OM

$$\text{Suy ra } TO = TM = TA = \frac{1}{2}OM \quad (1)$$

Ta lại có $\triangle OBM$ vuông tại B có BT là trung tuyến ứng với cạnh huyền OM

$$\text{Suy ra } TO = TM = TB = \frac{1}{2}MO \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) suy ra } TO = TM = TA = TB = \frac{1}{2}MO$$

Vậy 4 điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn (T) đường kính MO .

Xét (O) , ta có:

$$OA = OB (= R_{(O)})$$

$$MA = MB \text{ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau tại } M)$$

Suy ra: OM là đường trung trực của AB

Vậy $OM \perp AB$.

Vẽ $OS \perp DB$ tại S .

$$\text{Ta có } \angle DBE = \angle SOB \text{ (cùng phụ với } \angle OBS). \quad (3)$$

Ta lại có $\triangle ODB$ cân tại O ($OB = OD$) và OS là đường cao nên OS cũng là đường phân giác.



Suy ra: $SOB = \frac{1}{2}DOB = \frac{1}{2}sdBD$. (4)

Mặt khác $DAB = \frac{1}{2}sdBD$ (góc nội tiếp chắn BD).

Từ (3), (4), (5) suy ra: $DBE = DAB$

Xét $\triangle EBD$ và $\triangle EAB$ có: $\begin{cases} BE \text{ chung} \\ EBD = EAB (\text{cmt}) \end{cases}$

Suy ra: $\triangle EBD \sim \triangle EAB$ (g.g).

Suy ra: $\frac{EB}{EA} = \frac{ED}{EB}$ (tỉ số đồng dạng)

Suy ra: $EB^2 = EA \cdot ED$.

Ta có $ABC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) đường kính BC).

Do BK là tia phân giác của ABC nên $ABK = CBK = \frac{1}{2}ABC = 45^\circ$

Suy ra $sdAK = sdCK = 90^\circ$

Khi đó $AOK = COK = 90^\circ$ (hai góc ở tâm chắn hai cung bằng nhau)

Suy ra: $OK \perp AC$.

Mà $BI \perp AC$ (gt)

Suy ra: $KO \parallel BI$

Do đó $S_{\triangle OBI} = S_{\triangle BIK}$

$\triangle OBI$ vuông tại I có $IB^2 + IO^2 = OB^2$ (định lý Pythagore)

Suy ra: $x^2 + IO^2 = R^2$

Suy ra: $IO = \sqrt{R^2 - x^2}$

Ta có: $S_{\triangle OBI} = \frac{1}{2}IB \cdot IO = \frac{1}{2}x\sqrt{R^2 - x^2}$

Vậy $S_{\triangle BIK} = \frac{1}{2}x\sqrt{R^2 - x^2}$.

=== ★ ★ ★ ===