



ĐỀ THAM KHẢO

ĐỀ 16

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị là Parabol (P)

Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy

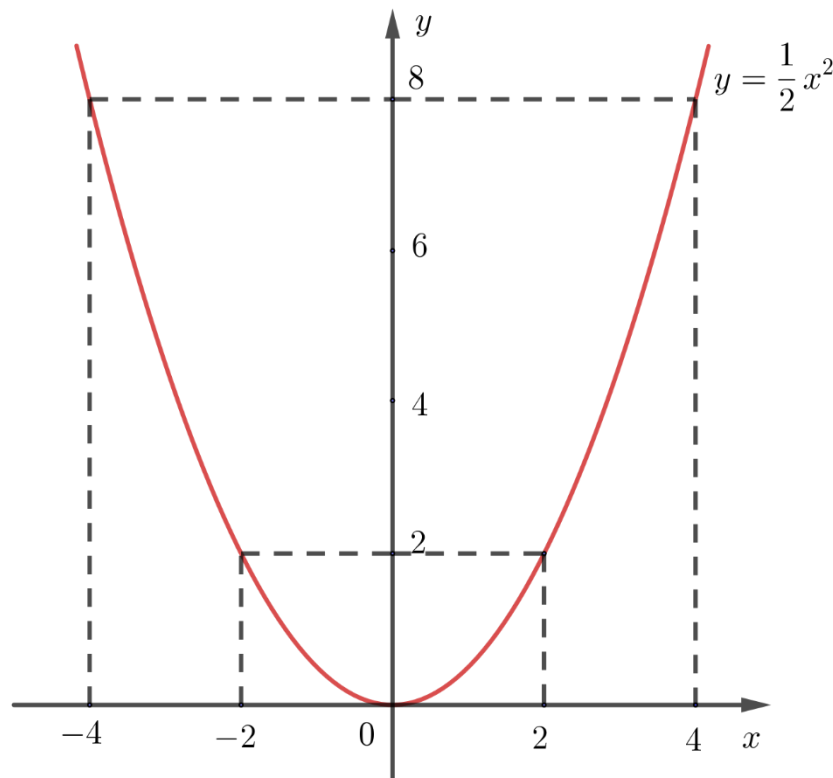
Mình đang thiết kế một mô hình Parabol để mô phỏng quỹ đạo của một quả bóng trò chơi của mình. Quỹ đạo được biểu diễn bằng hàm số sau: $y = \frac{1}{2}x^2$. Mình muốn tìm các vị trí trên quỹ đạo mà độ cao của quả bóng so với mặt đất là $0,5m$. Hỏi tại những điểm nào trên mặt phẳng, quả bóng đạt được độ cao này

Lời giải

a) Vẽ đồ thị (P)

BGT:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8



Gọi các điểm thỏa mãn đề bài là $M(x_M; y_M)$

Vì $y_M = \frac{1}{2}$ nên $\frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2}$

Suy ra $x^2 = 1$

Giải được $x = 1$ hoặc $x = -1$

Vậy tọa độ điểm $M\left(1; \frac{1}{2}\right); M'\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

Bài 2. Cho phương trình: $2x^2 - x - 2 = 0$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $P = \sqrt{3 - x_1^2 - x_2^2}$

Lời giải

Ta có: $\Delta = (-1)^2 - 4.2.(-2) = 17 > 0$

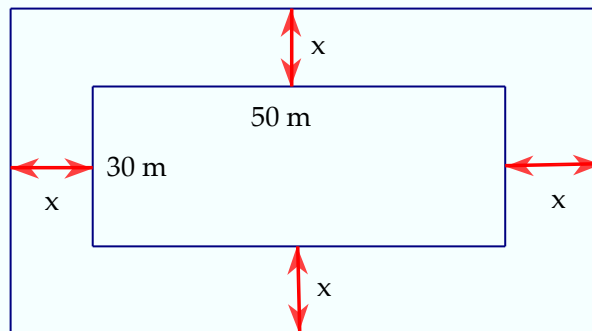
Do đó phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Theo Viète, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = -1 \end{cases}$$

$$P = \sqrt{3 - x_1^2 - x_2^2} = \sqrt{3 - (x_1 + x_2)^2 + 2x_1x_2}$$

$$P = \sqrt{3 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2.(-1)} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Bài 3. Nhà bác An có một khu vườn trồng hoa hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng lần lượt là $50m$ và $30m$. Bác An dự tính mở rộng thêm vườn bằng cách cải tạo thêm $x(m)$ về phía ngoài của chiều dài và chiều rộng như hình vẽ.



Viết biểu thức S biểu diễn theo x diện tích của vườn hoa hình chữ nhật sau khi được mở rộng?

Biết rằng sau khi mở rộng thì diện tích của vườn lớn hơn diện tích ban đầu là $1050m^2$. Tìm giá trị của x , làm tròn kết quả đến hàng phần mười?

Lời giải

a) Biểu thức S biểu diễn theo x diện tích của vườn hoa hình chữ nhật sau khi được mở rộng:

$$S = (50 + 2x) \cdot (30 + 2x)$$

Sau khi mở rộng thì diện tích của vườn lớn hơn diện tích ban đầu là $1050 m^2$ nên ta có phương trình:



$$(50 + 2x)(30 + 2x) - 50.30 = 1050$$

$$1500 + 100x + 60x + 4x^2 - 1500 = 1050$$

$$4x^2 + 160x - 1050 = 0$$

Giải phương trình ta tìm được $x \approx 5,7m$.

Bài 4. Nước giải khát thường đựng trong lon nhôm và cỡ lon phổ biến chứa được khoảng 330ml chất lỏng, được thiết kế hình trụ với chiều cao khoảng 10,2cm (phần chứa chất lỏng), đường kính đáy khoảng 6,42cm. Nhưng hiện nay các nhà sản xuất có xu hướng tạo ra những lon nhôm với kiểu dáng thon hơn. Tuy chi phí sản xuất những chiếc lon cao này tốn kém hơn, nhưng nó lại dễ đánh lừa thị giác và được người tiêu dùng ưu chuộng hơn.

Một lon nước ngọt cao 13,41cm (phần chứa chất lỏng), đường kính đáy là 5,6cm. Hỏi lon nước ngọt cao này có thể chứa được hết lượng nước ngọt của một lon có cỡ phổ biến không? Vì sao? Biết thể tích hình trụ: $V = \pi r^2 h$, (với $\pi \approx 3,14$)?

Vì sao chi phí sản xuất chiếc lon cao tốn kém hơn chiếc lon cỡ phổ biến? Biết diện tích xung quanh, diện tích toàn phần hình trụ được tính theo công thức: $S_{xq} = 2\pi rh$; $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy}$

Lời giải

a) Thể tích của lon nước ngọt cao là: $\pi \cdot \left(\frac{5,6}{2}\right)^2 \cdot 13,41 \approx 330,1 \text{ cm}^3 = 330,1 \text{ (ml)}$

Vậy lon nước ngọt cao này có thể chứa được hết lượng nước ngọt của một lon có cỡ phổ biến.

Diện tích vỏ nhôm của lon cao: $S = \pi \cdot 5,6 \cdot 13,41 + 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{5,6}{2}\right)^2 \approx 285 \text{ cm}^2$

Diện tích vỏ nhôm của lon cũ: $S = \pi \cdot 6,42 \cdot 10,32 + 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{6,42}{2}\right)^2 \approx 272,7 \text{ cm}^2$

Vì $285 > 272,7$ nên giá thành lon cao mắc hơn.

Bài 5. Trong kì thi tuyển sinh vào lớp 10, trường THPT A đã tuyển sinh vào lớp 10 thông qua 3 nguyện vọng (NV). dụng cụ đo thể tích nên bạn đã nghĩ ra cách làm như sau:

- Với NV 1, nhà trường đã chia học sinh nam và nữ thành các nhóm nhỏ, mỗi nhóm học sinh nam có 18 bạn, mỗi nhóm học sinh nữ có 15 bạn thì vừa đủ
- Sau đó, trường tuyển thêm NV 2 được 112 bạn và chia thêm được 2 nhóm nam, mỗi nhóm thêm 2 bạn, thêm 1 nhóm nữ, mỗi nhóm thêm 3 bạn
- Với NV 3, nhà trường tuyển thêm được 86 học sinh và chia vừa đủ vào mỗi nhóm nam thêm 3 bạn và mỗi nhóm nữ thêm 4 bạn.

Hãy tính tổng số học sinh trúng tuyển vào lớp 10 tại trường THPT A và tính tỉ lệ phần trăm học sinh nam và nữ đã trúng tuyển của trường

Lời giải

Gọi số học sinh nam trúng tuyển vào lớp 10 tại trường THPT A là x (học sinh)

Số học sinh nữ trúng tuyển vào lớp 10 tại trường THPT A là y (học sinh)

ĐK: $x \in \mathbb{N}^*, y \in \mathbb{N}^*$



- Với NV1, nhà trường đã chia học sinh nam và nữ thành các nhóm nhỏ, mỗi nhóm học sinh nam có 18 bạn, mỗi nhóm học sinh nữ có 15 bạn thì vừa đủ
- Sau đó, trường tuyển thêm NV2 được 112 bạn và chia thêm được 2 nhóm nam, mỗi nhóm thêm 2 bạn, thêm 1 nhóm nữ, mỗi nhóm thêm 3 bạn.

$$\text{Nên } \left(\frac{x}{18} + 2\right) \cdot 20 + \left(\frac{y}{15} + 1\right) \cdot 18 = x + y + 112$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{9}x + \frac{1}{5}y = 54$$

- Với NV3, nhà trường tuyển thêm được 86 học sinh và chia vừa đủ vào mỗi nhóm nam thêm 3 bạn và mỗi nhóm nữ thêm 4 bạn

$$\text{Nên } \left(\frac{x}{18} + 2\right) \cdot 23 + \left(\frac{y}{15} + 1\right) \cdot 22 = x + y + 198$$

$$\text{Suy ra } \frac{5}{18}x + \frac{7}{15}y = 130$$

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{1}{9}x + \frac{1}{5}y = 54 \\ \frac{5}{18}x + \frac{7}{15}y = 130 \end{cases} \quad \text{Nên } \begin{cases} x = 432 \\ y = 30 \end{cases} \text{ (Thỏa mãn)}$$

Vậy tổng số học sinh trúng tuyển vào lớp 10 tại trường THPT A là 462 (học sinh)

Tỉ lệ phần trăm học sinh nam là 93,5% và nữ là 6,5%.

Bài 6. Thống kê điểm kiểm tra môn Anh Văn của các học sinh lớp 9A được cho bởi bảng sau:.

Điểm số	7	8	9	10
Tần số tương đối	20%	40%	30%	10%

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh lớp 9A. Biết rằng có 4 học sinh lớp 9A được 10 điểm
Lớp 9A có bao nhiêu học sinh? Có bao nhiêu học sinh đạt điểm khá?.

Có bao nhiêu học sinh trên 8 điểm? Tính xác suất của biến cố A: “Học sinh được chọn đạt điểm tốt”?



Lời giải

a) Số học sinh lớp 9A là: $4 : (10\%) = 40$ (học sinh)

Số học sinh đạt điểm khá là: $40 \cdot 20\% = 8$ (học sinh)

Tần số tương đối của các học sinh được chọn đạt trên 8 điểm là: $30\% + 10\% = 40\%$

Số học sinh đạt trên 8 điểm là: $4 \cdot 40\% = 16$ (học sinh)

Phần trăm học sinh đạt điểm tốt là: $40\% + 30\% + 10\% = 80\%$

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = 0,8$.

Bài 7. Cho điểm S nằm ngoài $(O; R)$ với $SO = 2R$, vẽ 2 tiếp tuyến SA và SB đến đường tròn $(A, B$ là tiếp điểm). Gọi I là giao điểm của AB và SO

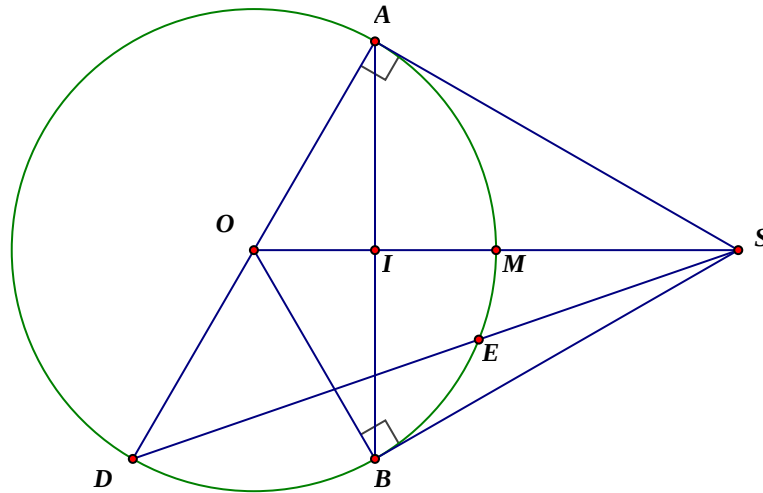
Chứng minh: bốn điểm S, A, O, B cùng thuộc một đường tròn và $SO \perp AB$ tại I .

Vẽ đường kính AD của đường tròn (O) . Đoạn thẳng SD cắt đường tròn (O) tại điểm E (E khác D). Chứng minh: $SE \cdot SD = SA^2$ và $SE \cdot SD = SI \cdot SO$.

Biết bán kính $R = 8$ cm. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi OA, OB và cung AB nhỏ, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.



Lời giải



a) Gọi M là trung điểm của OS

Xét $\triangle OAS$ vuông tại A có: MA là đường trung tuyến nên $MA = MO = MS = \frac{1}{2}OS$ (1)

Chứng minh tương tự $\triangle OBS$ ta có: $MB = MO = MS = \frac{1}{2}OS$ (2)

Từ (1) và (2) nên: $MO = MS = MA = MB$

Nên: Bốn điểm S, A, O, B cùng thuộc (M, MO)

Ta có: $SA = SB$ (tính chất hai tiếp tuyến SA và SB cắt nhau)

$OA = OB = R$

Nên: SO là đường trung trực của AB

Vậy: $SO \perp AB$ tại I

Chứng minh: $SI \cdot SO = SA^2$

Xét $\triangle SOA$ và $\triangle SAI$, ta có:

$\angle OSA$ chung

Và $\angle SAO = \angle SIA = 90^\circ$ ($SA \perp OA$ tại A , $SO \perp AB$ tại I)

Vậy $\triangle SOA \sim \triangle SAI$ (g-g)



Nên $\frac{SO}{SA} = \frac{SA}{SI}$

Vậy $SI \cdot SO = SA^2$ (3)

Chúng minh: $SE \cdot SD = SI \cdot SO$

Ta có $\angle AED = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) đường kính AD)

Nên: $AE \perp SD$ tại E

Xét $\triangle SAD$ và $\triangle SEA$, ta có:

$\angle ASD$ chung

$\angle SAD = \angle SEA = 90^\circ$ ($SA \perp OA$ tại A , $AE \perp SD$ tại E)

Vậy $\triangle SAD \sim \triangle SEA$ (g-g)

Nên: $\frac{SA}{SE} = \frac{SD}{SA}$

Vậy $SE \cdot SD = SA^2$ (4)

Từ (3) và (4), ta có $SE \cdot SD = SI \cdot SO$

Xét $\triangle OAS$ vuông tại A ta có: $\cos \angle SOA = \frac{OA}{OS} = \frac{R}{2R} = \frac{8}{2.8} = \frac{1}{2}$

Suy ra: $\angle SOA = 60^\circ$

Mà $\angle SOB = \angle SOA$ (Tính chất hai tiếp tuyến SA và SB cắt nhau tại S)

Nên: $\angle SOB = \angle SOA = 60^\circ$

Vậy $\angle AOB = \angle SOA + \angle SOB = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$

Nên: số đo $\angle AOB = 120^\circ$ ($\angle AOB$ chắn cung AB)

Diện tích hình phẳng theo R giới hạn bởi SA, SB và cung nhỏ AB nhỏ là:

$$S = \frac{\pi \cdot 8^2 \cdot 120}{360} \approx 67 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

==== ★ ★ ★ =====