



HƯỚNG DẪN GIẢI

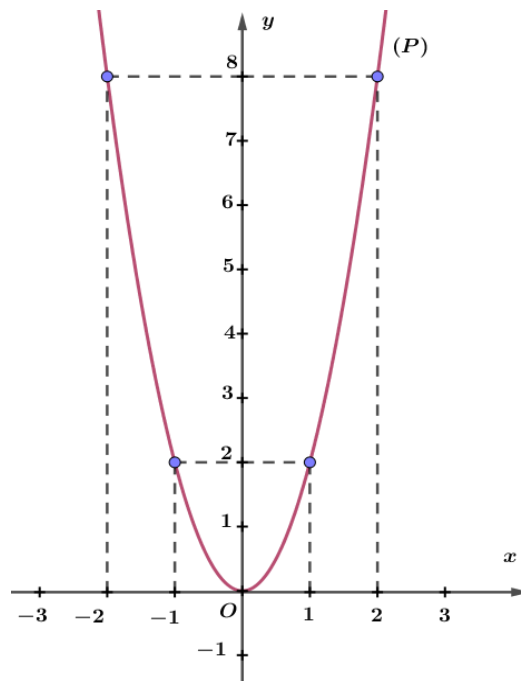
(1,5 điểm) Cho hàm số $y = 2x^2$ đồ thị (P) (1) Vẽ đồ thị (P) (2) Tìm những điểm A thuộc (P) có tung độ và hoành độ đối nhau.

✧ Lời giải

a) Ta có BGT:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

Vậy đồ thị hàm số $y = 2x^2$ là một đường parabol (P) đỉnh O đi qua các điểm $(-2;8)$, $(-1;2)$, $(0;0)$, $(1;2)$, $(2;8)$.

(3) Vì những điểm A thuộc (P) có tung độ và hoành độ đối nhau nênTa thay $y = -x$ vào $(P): y = 2x^2$ ta được: $-x = 2x^2$

$$2x^2 + x = 0$$

$$x(2x + 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ hay } 2x + 1 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Thay $x = 0$ vào $y = -x$, ta được: $y = 0$.

Thay $x = -\frac{1}{2}$ vào $y = -x$, ta được: $y = -\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$.

Vậy $(0; 0)$, $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ là hai điểm A cần tìm.

(1,0 điểm) Cho phương trình: $3x^2 - 2x - 1 = 0$

(4) Chứng tỏ phương trình trên có hai nghiệm là x_1, x_2 .

(5) Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức sau:

$$A = (3x_1^2 - 2x_1 - 2)^{2024} + (3x_2^2 - 2x_2 - 2)^{2024}.$$

✧ **Lời giải**

b) Vì $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4.3.(-1) = 16 > 0$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

(6) Vì phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 nên ta:

Thay $x = x_1$ vào $3x^2 - 2x - 1 = 0$. Ta được: $3x_1^2 - 2x_1 - 1 = 0$

Thay $x = x_2$ vào $3x^2 - 2x - 1 = 0$. Ta được: $3x_2^2 - 2x_2 - 1 = 0$

Ta có: $A = (3x_1^2 - 2x_1 - 2)^{2024} + (3x_2^2 - 2x_2 - 2)^{2024}$

$$A = (3x_1^2 - 2x_1 - 1 - 1)^{2024} + (3x_2^2 - 2x_2 - 1 - 1)^{2024}$$

$$A = (0 - 1)^{2024} + (0 - 1)^{2024}$$

$$A = (-1)^{2024} + (-1)^{2024}$$

$$A = 1 + 1$$

$$A = 2$$

(1,5 điểm) Chọn ngẫu nhiên một gia đình có hai con. Giả thiết rằng biến cố “Sinh con trai” (T) và biến cố “Sinh con gái” (G) là đồng khả năng.

(7) Xác định không gian mẫu của phép thử.

(8) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A : “Gia đình đó có cả con trai và con gái”.

B : “Gia đình đó có ít nhất 1 con gái”.

✧ **Lời giải**

c) Ta có: biến cố “Sinh con trai” (T) và biến cố “Sinh con gái” (G) là đồng khả năng.

Không gian mẫu của phép thử “Chọn ngẫu nhiên một gia đình có hai con” là:

$$\Omega = \{TT, TG, GT, GG\} \text{ suy ra: } n(\Omega) = 4$$

(9) Ta có biến cố A : “Gia đình đó có cả con trai và con gái”.

Tập hợp các kết quả thuận lợi của biến cố $A = \{TG, GT\}$ suy ra: $n(A) = 2$

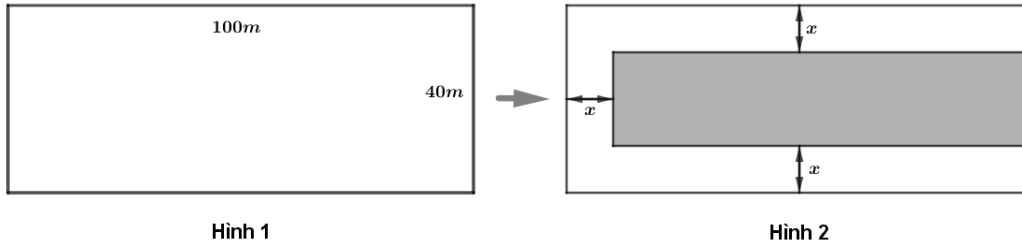
$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Ta có biến cố B : “Gia đình đó có ít nhất 1 con gái”.

Tập hợp các kết quả thuận lợi của biến cố $B = \{TG; GT; GG\}$ suy ra: $n(B) = 3$

Xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3}{4}$.

(1,0 điểm) Ông D có một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $100(m)$ và chiều rộng $40(m)$ (Hình 1). Ông dự định xây dựng khu nghỉ dưỡng nên ông cho đào mương xung quanh mảnh đất để lấy đất bồi thêm đất nền cao hơn. Ông cho đào 3 mặt của mảnh đất như hình 2, độ rộng mương là $x(m)$ ($0 < x < 10$)



(10) Gọi S là diện tích phần đất nền (phần in đậm) sau khi được bồi thêm. Hãy viết biểu thức dưới dạng thu gọn tính S theo x .

(11) Phần đất nền sau khi được bồi thêm đo được diện tích là $3298m^2$. Để tránh rủi ro trẻ em có thể té xuống mương, ông cho làm hàng rào bao quanh phần đất nền tiếp giáp với mương bằng lưới B40. Tính chiều dài lưới B40 mà ông D cần mua.

✧ Lời giải

d) Chiều dài phần đất nền (phần in đậm) sau khi được bồi thêm là: $100 - x (m)$

Chiều rộng phần đất nền (phần in đậm) sau khi được bồi thêm là: $40 - 2x (m)$

Diện tích phần đất nền (phần in đậm) sau khi được bồi thêm là:

$$\begin{aligned} S &= (100 - x) \cdot (40 - 2x) \\ &= 4000 - 200x - 40x + 2x^2 \\ &= 2x^2 - 240x + 4000 (m^2) \end{aligned}$$

Vậy biểu thức dưới dạng thu gọn tính S theo x là: $S = 2x^2 - 240x + 4000 (m^2)$

(12) Vì phần đất nền sau khi được bồi thêm đo được diện tích là $3298m^2$ nên ta:

Thay $S = 3298$ vào $S = 2x^2 - 240x + 4000 (m^2)$

Ta được: $3298 = 2x^2 - 240x + 4000$

$$2x^2 - 240x + 702 = 0$$

$$x = 113 \text{ hoặc } x = 3$$

So với điều kiện ($0 < x < 10$) nhận giá trị $x = 3$

Do đó:

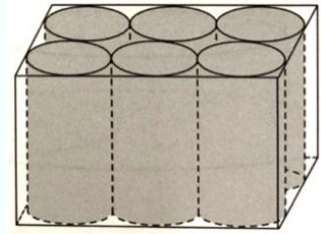
Chiều dài phần đất nền (phần in đậm) sau khi được bồi thêm là: $100 - 3 = 97 (m)$

Chiều rộng phần đất nền (phần in đậm) sau khi được bồi thêm là: $40 - 2 \cdot 3 = 34 (m)$

Chu vi của phần đất nền (phần in đậm) sau khi được bồi thêm là: $2 \cdot (97 + 34) = 262 (m)$

Vậy chiều dài lưới B40 mà ông D cần mua là: $262 (m)$

(1,0 điểm) Trong hình vẽ, 6 lon nước ngọt hình trụ được đặt sát nhau trong thùng carton có dạng hình hộp chữ nhật. Mỗi lon có đường kính 7 cm và chiều cao 11 cm .



(13) Tính thể tích thùng carton

(14) Tính tỉ số phần trăm (%) giữa thể tích

phần còn trống trong thùng carton khi đựng 6 lon

nước ngọt với thể tích của thùng carton. (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Biết thể tích hình trụ là $V = \pi R^2 h$ trong đó R là bán kính đáy; h là chiều cao hình trụ

✧ Lời giải

a) Chiều dài của thùng carton là: $7.3 = 21\text{ cm}$

Chiều rộng của thùng carton là: $7.2 = 14\text{ cm}$

Chiều cao của thùng carton là: 11 cm

Thể tích của thùng carton là: $21.14.11 = 3234\text{ (cm}^3\text{)}$

(15) Thể tích của 6 lon nước ngọt là:

$$6.V = 6.\pi R^2 h = 6.\pi.\left(\frac{7}{2}\right)^2 .11 = \frac{1617}{2}\pi\text{ (cm}^3\text{)}$$

Thể tích phần còn trống của thùng carton là:

$$3234 - \frac{1617}{2}\pi \approx 694\text{ (cm}^3\text{)}$$

Tỉ số phần trăm (%) giữa thể tích phần còn trống trong thùng carton khi đựng 6 lon nước ngọt

với thể tích của thùng carton là: $\frac{694}{3234} \cdot 100 \approx 21,5\text{ (}\%\text{)}$

(1,0 điểm) Một cái thùng có thể chứa được 14 kg quýt hoặc 21 kg nhãn. Nếu ta chứa đầy thùng đó bằng cả quýt và nhãn mà giá trị bằng tiền của quýt bằng giá trị bằng tiền của nhãn thì số trái cây trong thùng cân nặng 18 kg và có tổng giá trị là $480\,000$ đồng. Tìm giá tiền 1 kg quýt và giá tiền 1 kg nhãn.

✧ Lời giải

Gọi $x\text{ (kg)}$ là số quýt trong thùng ($0 < x < 18$)

Nên số nhãn trong thùng là: $18 - x\text{ (kg)}$

Do một thùng có thể chứa 14 kg quýt, nên 1 kg quýt chiếm $\frac{1}{14}$ thùng

Suy ra $x\text{ (kg)}$ quýt chiếm $\frac{x}{14}$ thùng

Do một thùng có thể chứa 21 kg nhãn, nên 1 kg nhãn chiếm $\frac{1}{21}$ thùng

Suy ra $18 - x\text{ (kg)}$ nhãn chiếm $\frac{18 - x}{21}$ thùng

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{x}{14} + \frac{18 - x}{21} = 1$

$$\frac{3x + 2(18 - x)}{42} = 1$$

$$3x + 36 - 2x = 42$$

$$x = 42 - 36$$

$$x = 6$$

So với điều kiện ($0 < x < 18$) nhận giá trị $x = 6$

Do đó trong thùng sẽ có 6(kg) quýt và có $18 - 6 = 12$ (kg) nhãn

Vì nếu ta chứa đầy thùng đó bằng cả quýt và nhãn mà giá trị bằng tiền của quýt bằng giá trị bằng tiền của nhãn nên số tiền của 6(kg) quýt bằng số tiền của 12(kg) và bằng:

$$\frac{480000}{2} = 240000 \text{ (đồng)}$$

Vậy giá tiền 1 kg quýt là: $\frac{240000}{6} = 40000 \text{ (đồng)}$

Và giá tiền 1 kg nhãn là: $\frac{240000}{12} = 20000 \text{ (đồng)}$

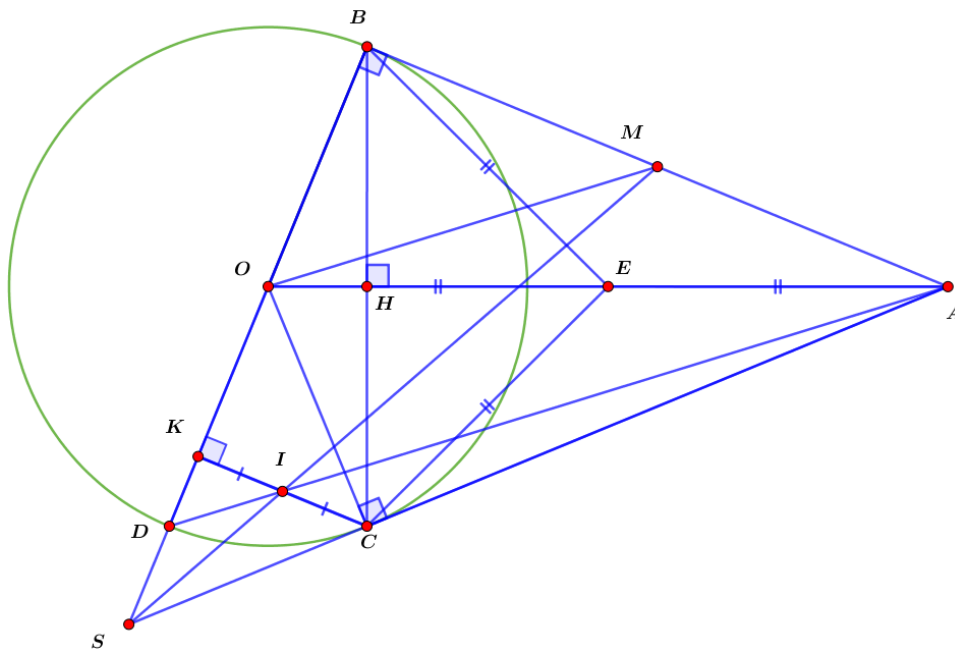
(3 điểm) Từ điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ vẽ hai tiếp tuyến AB, AC (B, C là tiếp điểm). Vẽ đường kính BD của đường tròn (O) . Gọi K là hình chiếu của C trên BD . CK cắt AD tại I .

(16) Chứng minh: Tứ giác $ABOC$ nội tiếp và $AO \perp BC$ tại H .

(17) Chứng minh: I là trung điểm CK

(18) Đường thẳng BD và đường thẳng AC cắt nhau tại S . Tia SI cắt AB tại M . Giả sử $AO = 2R$. Hãy tính diện tích của tứ giác $AMOC$ theo R .

✧ **Lời giải**



a) Chứng minh: Tứ giác $ABOC$ nội tiếp và $AO \perp BC$ tại H .

Gọi E là trung điểm $AO \Rightarrow EO = EA$

Ta có: AB, AC là hai tiếp tuyến lần lượt tại B, C của $(O; R)$



Nên: $OBA = OCA = 90^\circ$

Xét $\triangle ABO$ vuông tại B ($OBA = 90^\circ$)

Có BE là đường trung tuyến (E là trung điểm AO)

$$\Rightarrow BE = OE = AE = \frac{AO}{2} \text{ (Tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông) (1)}$$

Xét $\triangle ACO$ vuông tại C ($OCA = 90^\circ$)

Có CE là đường trung tuyến (E là trung điểm AO)

$$\Rightarrow CE = EO = EA = \frac{AO}{2} \text{ (Tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông) (2)}$$

Từ (1), (2) $\Rightarrow EB = EC = EO = EA$

Do đó: Tứ giác $ABOC$ nội tiếp ($E; OE$)

Ta có: $OB = OC (= R)$

$AB = AC$ (Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Nên AO là đường trung trực của đoạn BC

Gọi H là giao điểm của AO và BC

$\Rightarrow AO \perp BC$ tại H

(19) Chứng minh: I là trung điểm CK

Ta có: $CK \perp BD$ (K là hình chiếu của C trên BD)

$AB \perp BD$ ($OBA = 90^\circ$)

Nên: $CK \parallel AB$ hay $IK \parallel AB$

Áp dụng hệ quả Thalès trong $\triangle BDA$

$$\Rightarrow \frac{IK}{AB} = \frac{DK}{DB}$$

$$\Rightarrow IK = \frac{DK \cdot AB}{DB} \text{ (3)}$$

Ta có: $BCD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

$\Rightarrow DC \perp BC$ tại C

Mà: $AO \perp BC$ tại H

Nên $DC \parallel AO$

Do đó $BOA = BDC$ (Hai góc ở vị trí đồng vị)

Xét $\triangle BOA$ và $\triangle KDC$ có

$ABO = CKD = 90^\circ$

$BOA = BDC$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle BOA \sim \triangle KDC$ ($g - g$)

$$\Rightarrow \frac{AB}{CK} = \frac{OB}{DK}$$

$$\Rightarrow CK = \frac{AB \cdot DK}{OB} \text{ (4)}$$



$$\text{Từ (3), (4)} \Rightarrow \frac{IK}{CK} = \frac{OB}{DB} = \frac{1}{2}$$

Suy ra $IK = CK$. Nên I là trung điểm CK

(20) Đường thẳng BD và đường thẳng AC cắt nhau tại S . Tia SI cắt AB tại M . Giả sử $AO = 2R$. Hãy tính diện tích của tứ giác $AMOC$ theo R .

Xét $\triangle ACO$ vuông tại C ($\angle OCA = 90^\circ$)

Ta có: $AO^2 = AC^2 + OC^2$ (định lý Pythagore)

$$\Rightarrow AC = \sqrt{AO^2 - OC^2}$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{(2R)^2 - R^2} = R\sqrt{3}$$

$$\text{Ta có: } S_{\triangle ACO} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot OC = \frac{1}{2} R\sqrt{3} \cdot R = \frac{\sqrt{3}}{2} R^2$$

$$\left. \begin{array}{l} CK \perp BD \\ \text{Ta có: } AB \perp BD \\ I \in CK, M \in AB \end{array} \right\} \Rightarrow CK \parallel AB \text{ hay } KI \parallel MB \text{ hay } CI \parallel MA$$

Áp dụng hệ quả Thalès trong $\triangle SMB$ có $KI \parallel MB$

$$\Rightarrow \frac{KI}{MB} = \frac{SI}{SM} \quad (5)$$

Áp dụng hệ quả Thalès trong $\triangle SMA$ có $CI \parallel MA$

$$\Rightarrow \frac{CI}{MA} = \frac{SI}{SM} \quad (6)$$

$$\text{Từ (5), (6)} \Rightarrow \frac{KI}{MB} = \frac{CI}{MA}$$

Mà $IK = CK$ (cmt)

$$\Rightarrow MA = MB = \frac{AB}{2} = \frac{R\sqrt{3}}{2} \quad (\text{do } AB = AC = R\sqrt{3})$$

$$\text{Ta có: } S_{\triangle AMO} = \frac{1}{2} OB \cdot AM = \frac{1}{2} R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} R = \frac{\sqrt{3}}{4} R^2$$

$$\text{Vậy diện tích tứ giác } AMOC = S_{\triangle ACO} + S_{\triangle AMO} = \frac{\sqrt{3}}{2} R^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4} R^2$$

==== ★ ★ ★ =====