

**HƯỚNG DẪN GIẢI****Câu 1. (1,5 điểm)** Cho Parabol $(P): y = \frac{x^2}{4}$.

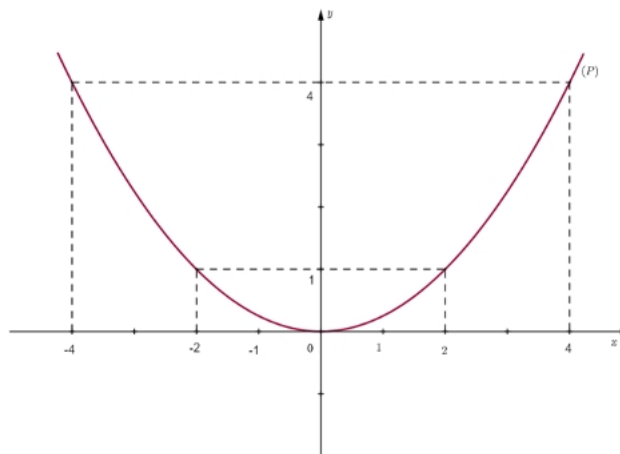
- a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số trên.
 b) Tìm những điểm M thuộc (P) có tung độ bằng 2 lần hoành độ.

Lời giải

- c) Vẽ đồ thị
- (P)
- .

BGT:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{x^2}{4}$	4	1	0	1	4



- d) Tìm những điểm
- M
- thuộc
- (P)
- có tung độ bằng 2 lần hoành độ.

Vì điểm M có tung độ bằng 2 lần hoành độ nên tọa độ điểm M có dạng : $M(x_0; 2x_0)$

Mà điểm M thuộc (P) nên thay tọa độ vào $y = \frac{x^2}{4}$, ta được:

$$2x_0 = \frac{x_0^2}{4}$$

$$\frac{x_0^2}{4} - 2x_0 = 0$$

$$x_0 = 0 \text{ hoặc } x_0 = 8.$$

Vậy $(0; 0)$ và $(8; 16)$ là hai tọa độ của điểm M cần tìm.

Câu 2. (1,0 điểm) Cho phương trình: $3x^2 - 12x + 2 = 0$.

- a) Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt.
b) Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = x_1(x_1^2 + x_2) + x_2(x_2^2 - x_1)$.

Lời giải

c) Vì $\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4.3.2 = 120 > 0$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

d) Theo định lí Viète, ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{12}{3} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

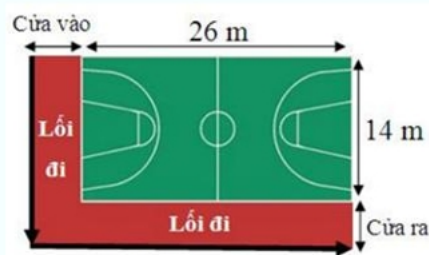
Ta có: $A = x_1(x_1^2 + x_2) + x_2(x_2^2 - x_1)$

$$A = x_1^3 + x_1x_2 + x_2^3 - x_1x_2$$

$$A = x_1^3 + x_2^3$$

$$A = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = \left(\frac{12}{3}\right)^3 - 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{12}{3} = 56$$

Câu 3. (1,5 điểm) Một trường học xây dựng một sân bóng rổ hình chữ nhật có kích thước như hình vẽ. Theo thiết kế, người ta cũng xây dựng một lối đi dọc theo hai cạnh của sân bóng rổ. Gọi x là bề rộng của cửa vào và cửa ra, đồng thời cũng là chiều rộng của lối đi.



- a) Viết biểu thức S biểu diễn theo x diện tích của lối đi.
b) Bạn An đi bộ từ cửa vào đến cửa ra và đi dọc hết các cạnh của lối đi (theo hướng mũi tên trong hình vẽ). Hãy tính quãng đường An đã đi, biết diện tích của lối đi theo thiết kế là $129m^2$.

Lời giải

c) Ta thấy lối đi và sân bóng rổ tạo thành hình chữ nhật có chiều dài là $26 + x$ mét và chiều rộng là $14 + x$ mét.

Diện tích của lối đi theo thiết kế là:

$$S = (26 + x)(14 + x) - 26.14$$

$$S = x^2 + 40x$$

d) Diện tích lối đi là $129m^2$ nên ta có :



$$x^2 + 40x = 129$$

$$x^2 + 40x - 129 = 0$$

$$x = 3 \text{ (thỏa)} \text{ hoặc } x = -43 \text{ (loại)}.$$

Quãng đường bạn An đã đi là:

$$26 + 3 + 14 + 3 = 46 \text{ (mét)}.$$

Câu 4. (1,0 điểm) Nước giải khát thường đựng trong lon nhôm và cỡ lon phổ biến trên thế giới thường chứa được khoảng 335(ml) chất lỏng, được thiết kế hình trụ với chiều cao 12(cm), đường kính đường tròn đáy 6,5(cm). Nhưng hiện nay các nhà sản xuất có xu hướng tạo ra những lon nhôm với kiểu dáng thon cao. Tuy chi phí sản xuất của những chiếc lon này tốn kém hơn, do nó có diện tích mặt ngoài lớn hơn, nhưng nó lại dễ đánh lừa thị giác và được người tiêu dùng ưa chuộng hơn.

- a) Một lon nước ngọt hiện nay có dạng hình trụ cao 14(cm), đường kính đường tròn đáy là 6 (cm). Hỏi lon nước ngọt hiện nay có thể chứa được hết lượng nước ngọt của một lon có cỡ phổ biến không? Vì sao.
- b) Hỏi chi phí sản xuất lon nước ngọt hiện nay ở câu a) tăng bao nhiêu phần trăm so với chi phí sản xuất lon có cỡ phổ biến (biết chi phí sản xuất tỉ lệ thuận với diện tích toàn phần của lon)? Cho biết hình trụ có đường kính đường tròn đáy là d , chiều cao là h thì diện tích xung quanh hình trụ $S_{xq} = \pi.d.h$?

Lời giải

- c) Thể tích lon nước ngọt hiện nay là :

$$\pi \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 \cdot 14 = 126\pi \text{ (ml)}$$

Ta thấy $126\pi > 335$.

Vậy lon nước ngọt hiện nay có thể chứa được hết lượng nước ngọt của một lon có cỡ phổ biến.

- d) Diện tích toàn phần lon nước ngọt hiện nay là :

$$2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 + \pi \cdot 6 \cdot 14 = 102\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

Diện tích toàn phần lon nước ngọt cỡ phổ biến là :

$$2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{6,5}{2}\right)^2 + \pi \cdot 6,5 \cdot 12 = 99,125\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

Chi phí sản xuất lon nước ngọt hiện nay tăng so với chi phí sản xuất lon có cỡ phổ biến là:

$$\frac{102\pi}{99,125\pi} \% - 100\% = 2,9\%.$$



Câu 5. (1,0 điểm) Có hai loại can nhựa đựng hóa chất, nếu lấy 2 can loại lớn đổ vào can bé thì được 4 can và còn dư 2 lít. Nếu lấy 7 can loại bé đổ sang can loại lớn thì được 3 can dư 1 lít. (Giả thiết các can được đổ đầy đúng với dung tích của từng loại). Tìm thể tích mỗi loại can.

Lời giải

Gọi $x(l)$ là thể tích can loại lớn ($x > 0$)

$y(l)$ là thể tích can loại bé ($y > 0$)

Nếu lấy 2 can loại lớn đổ vào can bé thì được 4 can và còn dư 2 lít

Nên ta có phương trình:

$$2x = 4y + 2 \quad (1)$$

Nếu lấy 7 can loại bé đổ sang can loại lớn thì được 3 can dư 1 lít

Nên ta có phương trình:

$$7y = 3x + 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x - 4y = 2 \\ 3x - 7y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 \\ y = 4 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Vậy thể tích can loại lớn là 9 lít, thể tích can loại bé là 4 lít.

Câu 6. Nhóm học sinh tình nguyện khối 9 của một trường trung học cơ sở có 6 bạn, trong đó có 3 bạn nam là: Trung (lớp 9A); Quý (lớp 9A); Việt (lớp 9C); và 3 bạn nữ là: An (lớp 9A); Châu (lớp 9B); Hương (lớp 9D). Chọn ngẫu nhiên một bạn trong nhóm đó để tham gia hoạt động tình nguyện của trường.

a) Liệt kê tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử trên. Có tất cả bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: “Bạn được chọn ra là bạn nữ”;

B: “Bạn được chọn ra thuộc lớp 9A”.

Lời giải

c) Các kết quả có thể xảy ra của phép thử trên là:

Trung (lớp 9A); Quý (lớp 9A); Việt (lớp 9C); An (lớp 9A); Châu (lớp 9B); Hương (lớp 9D).

d) 3 bạn nữ là: An (lớp 9A); Châu (lớp 9B); Hương (lớp 9D).

Vậy có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố A: “Bạn được chọn ra là bạn nữ”

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

3 bạn lớp 9A là: Trung (lớp 9A); Quý (lớp 9A); An (lớp 9A).

Vậy có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố B : “Bạn được chọn ra thuộc lớp 9A”.

Vậy xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

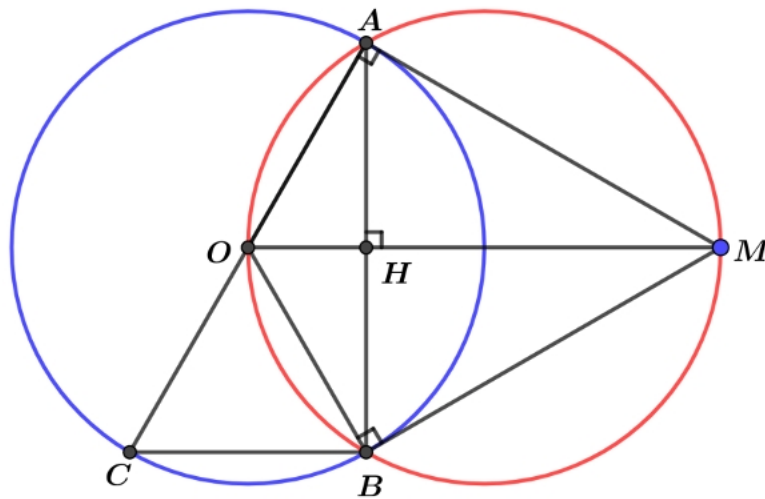
Câu 7. (3,0 điểm) Cho điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ sao cho $OM = 2R$, vẽ hai tiếp tuyến MA , MB của đường tròn (O) (A, B là tiếp điểm), gọi H là giao điểm của MO và AB , vẽ đường kính AC .

a) Chứng minh MO vuông góc AB tại H và bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $BC \parallel MO$ và $OH \cdot OM = \frac{AC^2}{4}$.

c) Tính độ dài AB theo R .

Lời giải



d) Chứng minh MO vuông góc AB tại H và bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

Ta có:

$$OA = OB (= R)$$

$$MA = MB \text{ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)}$$

$\Rightarrow OM$ là đường trung trực của đoạn thẳng AB .

$\Rightarrow MO \perp AB$ tại H .

Ta có: $\triangle MAO$ vuông tại A

$\Rightarrow \triangle MAO$ nội tiếp đường tròn đường kính MO .

Ta có: $\triangle MBO$ vuông tại B

$\Rightarrow \triangle MBO$ nội tiếp đường tròn đường kính MO .

$\Rightarrow$ Bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn đường kính MO .

e) Chứng minh $BC \parallel MO$ và $OH \cdot OM = \frac{AC^2}{4}$



Ta có: $ABC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

$$\Rightarrow AB \perp BC.$$

Mà $AB \perp MO$

$$\Rightarrow MO \parallel BC.$$

Xét $\triangle OAH$ và $\triangle OMA$ có:

$$\angle OHA = \angle OAM = (90^\circ)$$

$\angle AOM$ là góc chung

$$\Rightarrow \triangle OAH \sim \triangle OMA \text{ (góc-góc)}$$

$$\Rightarrow \frac{OA}{OM} = \frac{OH}{OA} \text{ (tỉ số đồng dạng)}$$

$$\Rightarrow OA^2 = OH \cdot OM.$$

$$\text{Mà } OA = \frac{AC}{2} (= R)$$

$$\Rightarrow OH \cdot OM = \frac{AC^2}{4}$$

f) Xét $\triangle AOM$ vuông tại A , có:

$$MO^2 = MA^2 + OA^2 \text{ (định lý Pythagore)}$$

$$\Rightarrow MA = \sqrt{MO^2 - OA^2}$$

$$\Rightarrow MA = \sqrt{(2R)^2 - R^2} = R\sqrt{3}.$$

Ta có: $\triangle OAH \sim \triangle OMA$ (cmt)

$$\Rightarrow \frac{OA}{OM} = \frac{AH}{MA} \text{ (tỉ số đồng dạng)}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{OA \cdot MA}{OM} = \frac{R \cdot R\sqrt{3}}{2R} = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$$

Mà H là trung điểm AB (vì OM là đường trung trực của đoạn thẳng AB)

$$\Rightarrow AB = 2 \cdot AH = R\sqrt{3}.$$