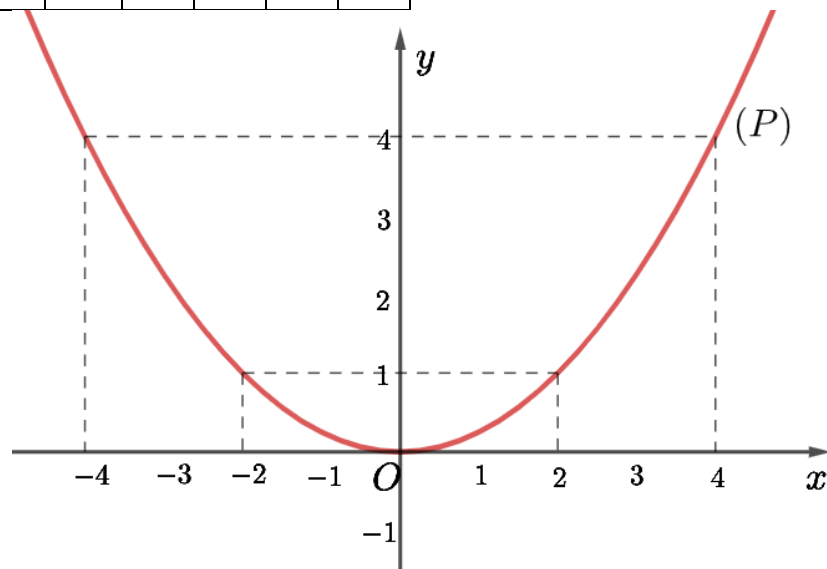


**HƯỚNG DẪN GIẢI****Câu 1. (1,5 điểm)** Cho hàm số $(P): y = \frac{1}{4}x^2$.Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ Oxy.Tìm những điểm thuộc (P) sao cho tung độ gấp 4 lần hoành độ.**Lời giải**a) Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ Oxy.

BGT:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{4}x^2$	4	1	0	1	4

Tìm những điểm thuộc (P) sao cho tung độ gấp 4 lần hoành độ.Gọi $A(x_0; y_0)$ là điểm thuộc (P) có tung độ gấp 4 lần hoành độ.Suy ra $y_0 = 4x_0$ Do điểm thuộc đồ thị (P) nên ta có: $y_0 = \frac{1}{4}x_0^2$ Khi đó: $4x_0 = \frac{1}{4}x_0^2$ $16x_0 = x_0^2$ $x_0^2 - 16x_0 = 0$ $x_0(x_0 - 16) = 0$



$$x_0 = 0 \text{ hoặc } x_0 = 16$$

$$\text{Với } x_0 = 0 \text{ thì } y_0 = 4.0 = 0.$$

$$\text{Với } x_0 = 16 \text{ thì } y_0 = 16.4 = 64.$$

Vậy $(0;0)$, $(16;64)$ là hai điểm thuộc (P) .

(0,75 điểm) Cho phương trình: $2x^2 + 15x + 8 = 0$.

Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = (x_1 - x_2)^2 - \frac{x_1 + x_2}{2}$.

Lời giải

$$\text{a) } 2x^2 + 15x + 8 = 0 \quad (a = 2; b = 15; c = 8)$$

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= 15^2 - 4.2.8 \\ &= 225 - 64 \\ &= 161 \end{aligned}$$

Vì $\Delta > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

Theo định lý Viète, ta có:

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-15}{2}$$

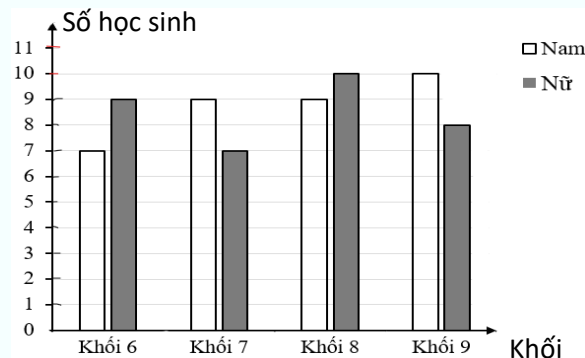
$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{8}{2} = 4$$

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= (x_1 - x_2)^2 - \frac{x_1 + x_2}{2} \\ &= x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 \cdot x_2 - \frac{x_1 + x_2}{2} \\ &= (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2 - \frac{x_1 + x_2}{2} \\ &= \left(\frac{-15}{2}\right)^2 - 4.4 - \frac{-15}{2} \\ &= \frac{225}{4} - 16 + \frac{15}{2} \\ &= 44 \end{aligned}$$

Vậy $A = 44$.

(0,75 điểm) Biểu đồ cột kép biểu diễn số lượng học sinh tham gia giải thi đấu thể thao của một trường trung học cơ sở. Chọn ngẫu nhiên một học sinh tham gia giải thi đấu thể thao của trường đó. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:



A: “Học sinh được chọn là nam”.

B: “Học sinh được chọn là nữ và không thuộc khối 9”.

Lời giải

Dựa vào biểu đồ ta thấy:

Số học sinh tham gia giải thi đấu thể thao là:

$$(7 + 9) + (9 + 7) + (9 + 10) + (9 + 8) = 68 \text{ (học sinh)}$$

Số học sinh nam là: $7 + 9 + 9 + 10 = 35$ (học sinh)

Số học sinh nữ không thuộc khối 9 là: $9 + 7 + 10 = 26$ (học sinh)

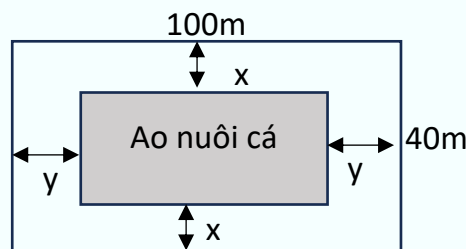
a) Xác suất của biến cố A: “Học sinh được chọn là nam” là:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{35}{68}$$

Xác suất của biến cố B: “Học sinh được chọn là nữ và không thuộc khối 9” là:

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{26}{68} = \frac{13}{34}$$

(1,0 điểm) Bác Năm có 1 ao nuôi cá hình chữ nhật (như hình vẽ). Bác định làm lối đi theo chiều dài có bề rộng lối đi là x (m) và lối đi theo chiều rộng có bề rộng lối đi là y (m)



Viết biểu thức thu gọn theo x và y của diện tích cái ao (phần tô đậm).

Tính bề rộng lối đi theo chiều rộng biết $x = 1$ m và diện tích ao cá là 3686 m^2 .

Lời giải

a) Biểu thức biểu thị diện tích cái ao là:

$$\begin{aligned} S &= (100 - 2y)(40 - 2x) \\ &= 4000 - 200x - 80y + 4xy \text{ (m}^2\text{)} \end{aligned}$$

Thay $x = 1 \text{ (m)}$ và $S = 3686 \text{ (m}^2\text{)}$ vào biểu thức, ta được:

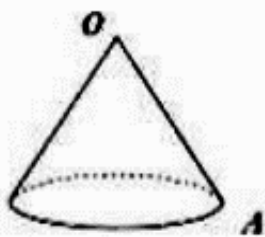
$$\begin{aligned} 3686 &= 4000 - 200.1 - 80y + 4.1.y \\ 3686 &= 3800 - 76y \\ 76y &= 3800 - 3686 \\ 76y &= 114 \\ y &= 114 : 76 = 1,5 \text{ (m)} \end{aligned}$$

Vậy bề rộng lối đi theo chiều rộng là $1,5 \text{ m}$.

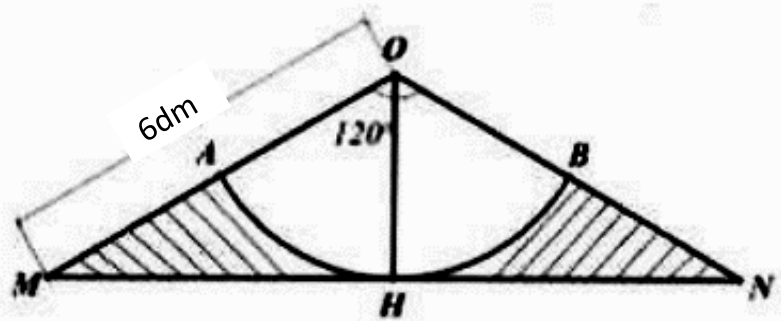
(1,0 điểm) Để làm một cái gàu tát nước có dạng hình nón (hình 1), bác Năm dùng một tấm tôn hình $\triangle OMN$ cân tại O có cạnh bên $OM = 6 \text{ dm}$, góc $MON = 120^\circ$ (hình 2). Bác xác định trung điểm H của MN , vẽ cung tròn tâm O bán kính OH cắt các cạnh OM , ON lần lượt tại A , B . Sau đó bác cắt bỏ phần gạch sọc, cuộn phần còn lại của tấm tôn sao cho mép OA trùng khít với mép OB tạo thành chiếc gàu (giả sử phần diện tích của mép nối không đáng kể).

Tính diện tích xung quanh của chiếc gàu? (kết quả làm tròn 1 chữ số thập phân)

Hỏi khi mức đầy thì chiếc gàu chứa được bao nhiêu lít nước? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, lấy $\pi \approx 3,14$). Biết $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, trong đó h là chiều cao hình nón, r là bán kính mặt đáy hình nón.



Hình 1



Lời giải

a) Xét $\triangle OMN$ cân tại O , ta có:

OH là đường trung tuyến (H là trung điểm MN)

Suy ra OH là đường cao, đường phân giác của $\triangle OMN$

Ta có:

$$\angle MOH = \frac{\angle MON}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ \text{ (} OH \text{ là tia phân giác của } \angle MON \text{)}$$

Xét $\triangle OMH$ vuông tại H ta có:

$$\cos \angle MOH = \frac{OH}{OM} \text{ (tỉ số lượng giác)}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{OH}{6}$$



$$OH = 6 \cdot \cos 60^\circ = 3 \text{ (dm)}$$

Ta có:

AOB là góc ở tâm chắn AB

Suy ra $AOB = \text{sđ } AB = 120^\circ$

Áp dụng công thức liên hệ số đo cung và độ dài cung của hình quạt tròn, ta có:

$$l_{AB} = \frac{\pi \cdot R \cdot n}{180} = \frac{\pi \cdot 3 \cdot 120}{180} = 2\pi \text{ (dm)}$$

Vì cuộn phần còn lại của tấm tôn sao cho mép OA trùng khít với mép OB tạo thành chiếc gàu nên độ dài cung AB là chu vi của miệng chiếc gàu

Suy ra $2\pi r = 2\pi$

$$r = 1 \text{ (dm)}$$

Diện tích xung quanh của chiếc gàu: $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 1 \cdot 3 \approx 9,4 \text{ (dm}^2\text{)}.$

Ta có:

$$l = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$3 = \sqrt{1^2 + h^2}$$

$$9 = 1 + h^2$$

$$h^2 = 8$$

$$h = 2\sqrt{2} \text{ (dm)}$$

Thể tích chiếc gàu: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 1^2 \cdot 2\sqrt{2} \approx 3 \text{ (dm}^3\text{)}$

Đổi: $3 \text{ dm}^3 = 3 \text{ lít}$

Vậy khi mức đầy thì chiếc gàu chứa được 3 lít.

(1,0 điểm) Vào buổi lễ tốt nghiệp của lớp 9A, cô giáo chủ nhiệm tặng mỗi bạn nam 2 cây viết và 1 quyển tập, còn bạn nữ thì được 3 cây viết và 2 quyển tập. Cô đến cửa hàng mua tổng cộng 124 cây viết và 75 quyển tập. Và trong buổi lễ, mỗi bạn của lớp 9A đều được nhận quà của cô và mỗi học sinh đều dành những lời chúc tốt đẹp cho cô giáo chủ nhiệm của mình, sau đó chụp một tấm hình tập thể của lớp. Vậy em hãy cho biết trong tấm hình có bao nhiêu học sinh lớp 9A? Biết rằng ngày hôm đó tất cả học sinh đều đi dự lễ.



Lời giải

Gọi x, y (học sinh) lần lượt là số học sinh nam, nữ của lớp 9A ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Số cây viết cô mua tặng cho học sinh nam và nữ là:

$$2x + 3y = 124 \quad (1)$$

Số quyển tập cô mua tặng cho học sinh nam và nữ là:

$$x + 2y = 75 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hpt:
$$\begin{cases} 2x + 3y = 124 \\ x + 2y = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 23(n) \\ y = 26(n) \end{cases}$$

Vậy có 23 học sinh nam và 26 học sinh nữ.

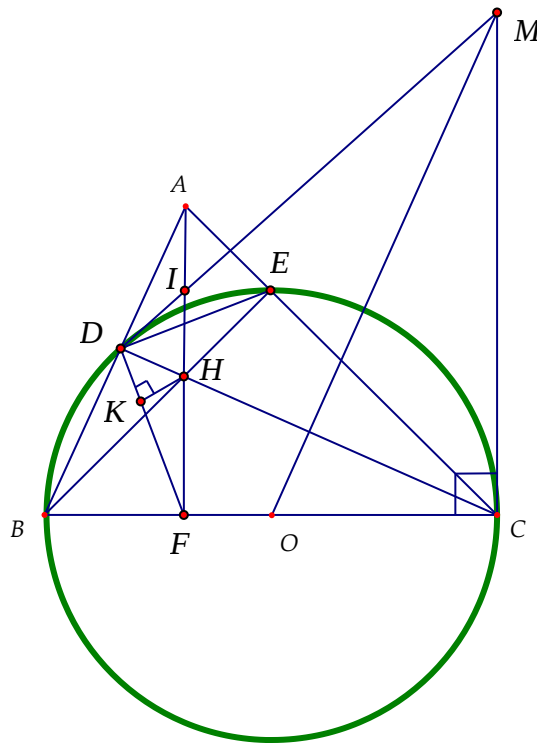
(3 điểm) Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn với góc $ABC = 60^\circ$, $BC = 2a$ và $AB < AC$. Gọi (O) là đường tròn đường kính BC (O là trung điểm BC). Đường tròn (O) cắt các cạnh AB và AC lần lượt tại D và E (D khác B , E khác C), BE cắt CD tại H .

Chứng minh tứ giác $ADHE$ nội tiếp và xác định tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác đó.

Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt đường thẳng DI tại M . Chứng minh: $HB \cdot DE = HD \cdot BC$ và $OM = 2OC$.

Gọi F là giao điểm của AH và BC . Kẻ $HK \perp DF$ tại K . Cho $BF = \frac{3a}{4}$, tính HK theo a .

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác $ADHE$ nội tiếp và xác định tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác đó

Gọi I là trung điểm của AH

Suy ra $AI = IH = \frac{AH}{2}$ (1)

Xét (O) , ta có:

BDC, BEC là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (gt)

Suy ra $BDC = BEC = 90^\circ$

Xét $\triangle ADH$ vuông tại D , ta có:

DI là đường trung tuyến (I là trung điểm AH)



$$\text{Suy ra } DI = \frac{AH}{2} \quad (2)$$

Xét $\triangle AEH$ vuông tại E , ta có:

EI là đường trung tuyến (I là trung điểm AH)

$$\text{Suy ra } EI = \frac{AH}{2} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) ta có } AI = IH = DI = EI = \frac{AH}{2}$$

Suy ra A, D, H, E thuộc đường tròn tâm I đường kính AH

Vậy tứ giác $ADHE$ thuộc đường tròn tâm I đường kính AH .

Chứng minh: $HB.DE = HD.BC$ và $OM = 2OC$.

Xét $\triangle HDE$ và $\triangle HBC$ ta có:

$$\angle DHE = \angle BHC \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

$$\angle EDH = \angle HBC \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn } EC \text{ của } (O))$$

Suy ra $\triangle HDE \sim \triangle HBC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{HD}{HB} = \frac{DE}{BC} \text{ (tỉ số đồng dạng)}$$

$$\Rightarrow HB.DE = HD.BC$$

Xét $\triangle ABC$, ta có:

BE là đường cao ($BE \perp AC$ tại E)

CD là đường cao ($CD \perp AB$ tại D)

BE cắt CD tại H

Suy ra H là trực tâm của $\triangle ABC$

$$\Rightarrow AH \perp BC$$

Mà $MC \perp BC$ (MC là tiếp tuyến của (O))

Nên $AH \parallel MC$

Xét $\triangle IDH$ ta có:

$$ID = IH \text{ (} D, H \text{ thuộc } (I))$$

Suy ra $\triangle IDH$ cân tại I

$$\Rightarrow \angle IDH = \angle IHD$$

Mà $\angle IHD = \angle DCM$ (so le trong, $AH \parallel MC$)

Nên $\angle IDH = \angle MCD$

$$\Rightarrow \triangle MCD \text{ cân tại } M$$

Ta có

$$MC = MD \text{ (} \triangle MCD \text{ cân tại } M)$$

$$OC = OD \text{ (} C, D \text{ thuộc } (O))$$

Suy ra M, O thuộc đường trung trực của CD



$\Rightarrow MO$ là đường trung trực của CD

$\Rightarrow MO \perp CD$

Mà $BD \perp CD$ (cmt)

Nên $MO \parallel BD$

$\Rightarrow \angle ABC = \angle MOC = 60^\circ$

Xét $\triangle OMC$ vuông tại C , ta có:

$$\cos \angle MOC = \frac{OC}{OM} \text{ (tỉ số lượng giác)}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{OC}{OM}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{OC}{OM} \Rightarrow OM = 2OC$$

Cho $BF = \frac{3a}{4}$, tính độ dài HK theo a .

Xét $\triangle BDC$ vuông tại D , ta có:

$$\cos \angle DBC = \frac{BD}{BC} \text{ (tỉ số lượng giác)}$$

$$\Rightarrow BD = BC \cdot \cos \angle DBC = 2a \cdot \cos 60^\circ = a$$

Xét $\triangle BDC$ vuông tại D , ta có:

$$BC^2 = BD^2 + CD^2 \text{ (Định lý Pythagore)}$$

$$CD^2 = BC^2 - BD^2$$

$$\Rightarrow CD = \sqrt{BC^2 - BD^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$$

Ta có:

$$BC = BF + CF$$

$$CF = BC - BF = 2a - \frac{3}{4}a = \frac{5}{4}a$$

Xét $\triangle HCF$ vuông tại F và $\triangle BDC$ vuông tại D , ta có:

C chung

Suy ra $\triangle HCF \sim \triangle BCD$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{HF}{BD} = \frac{CF}{CD} \text{ (tỉ số đồng dạng)}$$

$$\Rightarrow HF = \frac{BD \cdot CF}{CD} = \frac{a \cdot \frac{5}{4}a}{a\sqrt{3}} = \frac{5a\sqrt{3}}{12}$$

Xét $\triangle BHF$ vuông tại F , ta có:

$$HB^2 = HF^2 + BF^2 \text{ (định lý Pythagore)}$$

$$\Rightarrow HB = \sqrt{HF^2 + BF^2} = \sqrt{\left(\frac{5a\sqrt{3}}{12}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}a\right)^2} = \frac{a\sqrt{39}}{6}$$



Xét $\triangle BDH$ vuông tại D , ta có:

$$HB^2 = BD^2 + HD^2 \text{ (Định lý Pythagore)}$$

$$HD^2 = HB^2 - BD^2$$

$$\Rightarrow HD = \sqrt{HB^2 - BD^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{39}}{6}\right)^2 - a^2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

Xét $\triangle ABF$ vuông tại F và $\triangle BDC$ vuông tại D , ta có:

B chung

Suy ra $\triangle ABF \sim \triangle CBD$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{BF}{BD} \text{ (tỉ số đồng dạng)}$$

$$\Rightarrow AB \cdot BD = BF \cdot BC$$

Xét $\triangle BDF$ và $\triangle ABC$, ta có:

B chung

$$\frac{BD}{BC} = \frac{BF}{AB} \text{ (} AB \cdot BD = BF \cdot BC \text{)}$$

Suy ra $\triangle DBF \sim \triangle CBA$ (c.g.c)

Ta có:

$$BDF + FDC = 90^\circ \text{ (} AB \perp CD \text{ tại } D \text{)}$$

$$EBC + ECB = 90^\circ \text{ (} \triangle BEC \text{ vuông tại } E \text{)}$$

$$BDF = ECB \text{ (} \triangle DBF \sim \triangle CBA \text{)}$$

Suy ra $FDC = EBC$

Xét $\triangle DHK$ vuông tại K và $\triangle BHF$ vuông tại F , ta có:

$$FDC = EBC \text{ (cmt)}$$

Suy ra $\triangle DHK \sim \triangle BHF$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{HD}{HB} = \frac{HK}{HF} \text{ (tỉ số đồng dạng)}$$

$$\Rightarrow HK = \frac{HD \cdot HF}{HB} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{5a\sqrt{3}}{12}}{\frac{a\sqrt{39}}{6}} = \frac{5a\sqrt{39}}{156}$$

=== ★ ★ ★ ===