



Bài 1. (1,5 điểm) Cho Parabol $(P): y = -\frac{1}{2}x^2$.

- Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ những điểm A thuộc (P) biết rằng tung độ của nó gấp đôi hoành độ.

Bài 2. (1,0 điểm) Cho phương trình: $3x^2 - 7x + 3 = 0$

- Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt.
- Không giải phương trình, gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình đã cho, tính giá trị của

biểu thức $A = \frac{18x_2}{5x_1 - x_2 + \frac{7}{3}} + \frac{18x_1}{5x_2 - x_1 + \frac{7}{3}}$.

Bài 3. (1,5 điểm) Ở giữa mùa giải AFF Cup 2024 - 2025, nơi mà những đội bóng hàng đầu Đông Nam Á tranh tài quyết liệt để giành lấy danh hiệu cao quý. Kết quả bảng B như sau:

Đội bóng	Số trận đấu	Số trận thắng	Số trận hòa	Số trận thua
Việt Nam	4	3	1	0
Philippines	4	2	1	1
Indonesia	4	1	1	2
Myanmar	4	1	0	3
Lào	4	0	0	4

Trong mỗi trận đấu, các đội sẽ được thưởng điểm như sau:

- Một trận thắng: 3 điểm
- Một trận hòa: 1 điểm
- Một trận thua: 0 điểm

a) Giả sử chọn ngẫu nhiên một đội bóng từ bảng B . Hãy tính xác suất của đội bóng có số trận thắng là 1.

b) Hãy tính xác suất để một đội bóng được chọn ngẫu nhiên có số điểm từ 4 trở lên.

Bài 4. (1,0 điểm) Một câu lạc bộ tổ chức tuyển chọn học sinh vào đội bóng rổ theo quy định như sau:

- Mỗi học sinh sẽ thực hiện 25 **lượt ném bóng**.
- Mỗi lượt ném bóng vào rổ sẽ được **cộng 5 điểm**, mỗi lượt ném không vào rổ sẽ **bị trừ 2 điểm**.
- Mỗi học sinh bắt đầu với 50 **điểm ban đầu**.

- **Quy định tuyển chọn:** Học sinh phải hoàn thành 25 lượt ném và đạt ít nhất 100 **điểm** thì mới được chọn đội.

a) Một học sinh thực hiện 25 lượt ném, trong đó có 18 **lượt ném bóng vào rổ** và 7 **lượt ném không vào rổ**. Tính tổng số điểm của học sinh đó sau khi thực hiện 25 lượt ném.

b) Gọi x là số lượt ném bóng vào rổ trong 25 lượt. Hãy biểu diễn tổng số điểm của học sinh theo x . Hỏi học sinh muốn được chọn vào đội thì cần thực hiện ít nhất bao nhiêu lượt ném bóng vào rổ?

Bài 5. (1,0 điểm) Một ống đựng các viên vitamin C có dạng hình trụ với đường kính đáy là 4 cm và chiều cao là 12 cm. Mỗi viên vitamin C hình cầu với bán kính là 0,5 cm.

a) Tính thể tích của ống vitamin C và thể tích của một viên vitamin C (tính theo đơn vị cm^3 và làm tròn đến hàng phần trăm).



Biết công thức tính thể tích hình trụ là $V = \pi R^2 h$ (R là bán kính đáy, h đường cao của hình trụ)

Thể tích hình cầu là $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ (R là bán của kính hình cầu).

b) Biết rằng trong ống có một lớp không khí chiếm 10% thể tích của ống. Tính số viên vitamin C tối đa có thể chứa trong ống.

Bài 6. (1,0 điểm) Cô Mai nhập 210 bao gạo gồm hai loại là bao gạo loại 1 và bao gạo loại 2, với tổng chi phí (chi phí mua hàng, vận chuyển, lưu kho, bán hàng) là 99 700 000 đồng. Mỗi bao gạo loại 1 nặng 25 kg, bán giá 22 500 đồng/kg, mỗi bao gạo loại 2 nặng 50 kg, bán giá 18 200 đồng/. Do thời tiết, 5% số gạo loại 1 và 6% số gạo loại 2 bị hỏng (không thể bán được). Tổng khối lượng gạo còn lại là 6,15 tấn. Hỏi cô Mai lãi hay lỗ bao nhiêu tiền sau khi bán hết số gạo còn lại?

Bài 7. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 8$ cm. Vẽ đường tròn tâm O đường kính AB cắt BC tại D (D khác B). Từ A vẽ dây cung AE của (O) vuông góc với OC tại H . BC cắt đường tròn (O) tại D (D khác B). Qua D vẽ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt CA và CE lần lượt tại M và I .

a) Chứng minh 4 điểm A, C, D, H cùng thuộc một đường tròn có tâm là M .

b) Chứng minh DH vuông góc với DE .

c) Giả sử diện tích tứ giác $ACEO$ gấp 3 lần diện tích tam giác MOI . Tính diện tích tam giác DHE (tính chính xác, không làm tròn số).





HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm) Cho Parabol $(P): y = -\frac{1}{2}x^2$

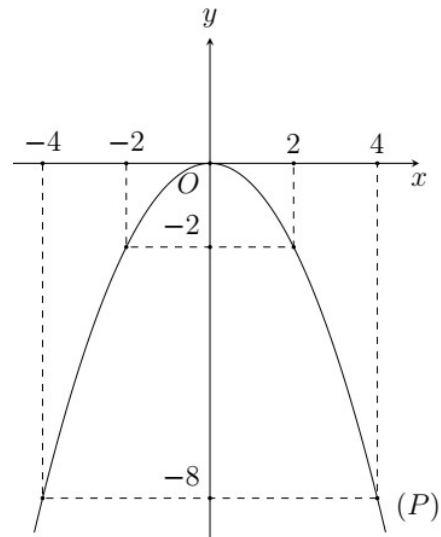
- a) Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ.
b) Tìm tọa độ những điểm A thuộc (P) biết rằng tung độ của nó gấp đôi hoành độ

* Lời giải

- a) Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ.

BGT:

x	-4	-2	0	2	4
$y = -\frac{1}{2}x^2$	-8	-2	0	-2	-8



- b) Vì tung độ của nó gấp đôi hoành độ nên gọi điểm $A(a, 2a)$ thuộc (P) .

$$\text{Vì } A \text{ thuộc } (P) \text{ nên } 2a = -\frac{1}{2}a^2$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{2}a^2 + 2a = 0$$

$$a\left(\frac{1}{2}a + 2\right) = 0$$

$$\text{Suy ra } a = 0 \text{ hoặc } \frac{1}{2}a + 2 = 0$$

$$a = 0 \text{ hoặc } a = -4$$

Vậy $(0; 0)$, $(-4; 8)$ là hai tọa độ điểm thuộc (P) và có tung độ gấp đôi hoành độ.

Câu 2. (1,0 điểm) Cho phương trình: $3x^2 - 7x + 3 = 0$.

- a) Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt.
b) Không giải phương trình, gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình đã cho, tính giá trị của biểu

$$\text{thức } A = \frac{18x_2}{5x_1 - x_2 + \frac{7}{3}} + \frac{18x_1}{5x_2 - x_1 + \frac{7}{3}}.$$

* Lời giải

- a) Vì $\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4.3.3 = 13 > 0$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Theo định lí Viète, ta có: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-7)}{3} = \frac{7}{3} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{3} = 1 \end{cases}$$



$$b) \text{ Ta có: } A = \frac{18x_2}{5x_1 - x_2 + \frac{7}{3}} + \frac{18x_1}{5x_2 - x_1 + \frac{7}{3}}$$

Thay $\frac{7}{3} = x_1 + x_2$ vào A ta được:

$$A = \frac{18x_2}{5x_1 - x_2 + x_1 + x_2} + \frac{18x_1}{5x_2 - x_1 + x_1 + x_2}$$

$$A = \frac{18x_2}{6x_1} + \frac{18x_1}{6x_2} = \frac{3x_2}{x_1} + \frac{3x_1}{x_2} = \frac{3x_2^2 + 3x_1^2}{x_1x_2}$$

$$A = \frac{3(x_2^2 + x_1^2)}{x_1x_2} = \frac{3[(x_2 + x_1)^2 - 2x_1x_2]}{x_1x_2}$$

$$\text{Suy ra } A = \frac{3\left[\left(\frac{7}{3}\right)^2 - 1\right]}{1} = \frac{40}{3}.$$

Câu 3. (1,5 điểm) Ở giữa mùa giải AFF Cup 2024 - 2025, nơi mà những đội bóng hàng đầu Đông Nam Á tranh tài quyết liệt để giành lấy danh hiệu cao quý. Kết quả bảng B như sau:

Đội bóng	Số trận đấu	Số trận thắng	Số trận hòa	Số trận thua
Việt Nam	4	3	1	0
Philippines	4	2	1	1
Indonesia	4	1	1	2
Myanmar	4	1	0	3
Lào	4	0	0	4

Trong mỗi trận đấu, các đội sẽ được thưởng như sau:

Một trận thắng: 3 điểm.

Một trận hòa: 1 điểm.

Một trận thua: 0 điểm.

a) Giả sử chọn ngẫu nhiên một đội bóng từ bảng B . Hãy tính xác suất của đội bóng có số trận thắng là 1.

b) Hãy tính xác suất để một đội bóng được chọn ngẫu nhiên có số điểm từ 4 trở lên.

✿ Lời giải

a) Số kết quả khi chọn ngẫu nhiên một đội bóng từ bảng B là: 5 kết quả.

b) Vì có 2 đội bóng có số trận thắng là 1 đó là Indonesia và Myanmar nên xác suất của đội bóng có số trận thắng là 1 là: $\frac{2}{5}$.

Tổng số điểm đạt được của đội Việt Nam sau 4 trận đấu (3 trận thắng, 1 trận hòa):

$$3 \cdot 3 + 1 \cdot 1 = 10 \text{ (điểm).}$$

Tổng số điểm đạt được của đội Philippines sau 4 trận đấu (3 trận thắng, 1 trận hòa, 1 trận thua):

$$2 \cdot 3 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 7 \text{ (điểm).}$$

Tổng số điểm đạt được của đội Indonesia sau 4 trận đấu (1 trận thắng, 1 trận hòa, 2 trận thua) là:



$$1 \cdot 3 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 = 4 \text{ (điểm).}$$

Tổng số điểm đạt được của đội Myanmar sau 4 trận đấu (1 trận thắng, 0 trận hòa, 3 trận thua) là:

$$1 \cdot 3 + 0 \cdot 1 + 3 \cdot 0 = 3 \text{ (điểm).}$$

Tổng số điểm đạt được của đội Lào sau 4 trận đấu (0 trận thắng, 0 trận hòa, 4 trận thua):

$$0 \cdot 3 + 0 \cdot 1 + 4 \cdot 0 = 0 \text{ (điểm).}$$

Qua đây, ta thấy có 3 đội đạt tổng điểm sau 4 trận đấu từ 4 điểm trở lên đó là: Việt Nam, Philippines và Indonesia.

Vậy xác suất để một đội bóng được chọn ngẫu nhiên có số điểm từ 4 trở lên là: $\frac{3}{5}$.

Câu 4. (1,0 điểm) Một câu lạc bộ tổ chức tuyển chọn học sinh vào đội bóng rổ theo quy định như sau: Mỗi học sinh sẽ thực hiện 25 **lượt ném bóng**.

Mỗi lượt ném bóng vào rổ sẽ được **cộng 5 điểm**, mỗi lượt ném không vào rổ sẽ **bị trừ 2 điểm**.

Mỗi học sinh bắt đầu với 50 **điểm ban đầu**.

Quy định tuyển chọn: Học sinh phải hoàn thành 25 lượt ném và đạt ít nhất 100 **điểm** thì mới được chọn đội.

a) Một học sinh thực hiện 25 lượt ném, trong đó có 18 **lượt ném bóng vào rổ** và 7 **lượt ném không vào rổ**. Tính tổng số điểm của học sinh đó sau khi thực hiện 25 lượt ném.

b) Gọi x là số lượt ném bóng vào rổ trong 25 lượt. Hãy biểu diễn tổng số điểm của học sinh theo x . Hỏi học sinh muốn được chọn vào đội thì cần thực hiện ít nhất bao nhiêu lượt ném bóng vào rổ?

✧ Lời giải

a) Tổng số điểm của học sinh đó sau khi thực hiện 25 lượt ném là:

$$50 + 18 \cdot 5 + 7 \cdot (-2) = 126 \text{ (điểm).}$$

b) Biểu diễn tổng số điểm của học sinh theo x là:

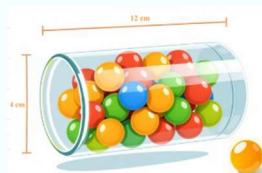
$$50 + x \cdot 5 + (25 - x) \cdot (-2) = 7x \text{ (điểm).}$$

Vì sau khi học sinh hoàn thành 25 lượt ném và đạt ít nhất 100 **điểm** thì mới được chọn đội nên

$$7x \geq 100 \Rightarrow x \geq \frac{100}{7} \approx 14,3.$$

Vậy học sinh muốn được chọn vào đội thì cần thực hiện ít nhất 15 lượt ném bóng vào rổ.

Câu 5. (1,0 điểm) Một ống đựng các viên vitamin C có dạng hình trụ với đường kính đáy là 4cm và chiều cao là 12cm. Mỗi viên vitamin C hình cầu với bán kính là 0,5 cm.



a) Tính thể tích của ống vitamin C và thể tích của một viên vitamin C (tính theo đơn vị cm^3 và làm tròn đến hàng phần trăm).

Biết công thức tính thể tích hình trụ là $V = \pi R^2 h$ (R là bán kính đáy, h đường cao của hình trụ).

Thể tích hình cầu là $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ (R là bán của kính hình cầu).



b) Biết rằng trong ống có một lớp không khí chiếm 10% thể tích của ống. Tính số viên vitamin C tối đa có thể chứa trong ống.

✧ **Lời giải**

a) Bán kính của ống đựng các viên vitamin C có dạng hình trụ là

$$4 : 2 = 2 \text{ (cm)}$$

Thể tích của ống vitamin C là: $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 12 \approx 150,8 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Thể tích của một viên vitamin C là: $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (0,5)^3 \approx 0,52 \text{ (cm}^3\text{)}$

b) Số viên vitamin C tối đa có thể chứa trong ống: $(150,8 \cdot 90\%) : 0,52 = 261 \text{ (viên)}.$

Câu 6. (1,0 điểm) Cô Mai nhập 210 bao gạo gồm hai loại là bao gạo loại 1 và bao gạo loại 2, với tổng chi phí (chi phí mua hàng, vận chuyển, lưu kho, bán hàng) là 99 700 000 đồng. Mỗi bao gạo loại 1 nặng 25 kg, bán giá 22 500 đồng/kg, mỗi bao gạo loại 2 nặng 50 kg, bán giá 18 200 đồng/. Do thời tiết, 5% số gạo loại 1 và 6% số gạo loại 2 bị hỏng (không thể bán được). Tổng khối lượng gạo còn lại là 6,15 tấn. Hỏi cô Mai lãi hay lỗ bao nhiêu tiền sau khi bán hết số gạo còn lại ?

✧ **Lời giải**

Đổi 6,15 tấn = 6150 kg.

Gọi x, y lần lượt là số bao gạo loại 1 và loại 2 (điều kiện $0 < x, y < 210$).

Vì Cô Mai nhập 210 bao gạo gồm hai loại là bao gạo loại 1 và bao gạo loại 2 nên ta có phương trình sau

$$x + y = 210 \quad (1).$$

Vì tổng khối lượng gạo còn lại là 6,15 tấn nên ta có phương trình sau

$$25 \cdot (100\% - 5\%) \cdot x + 50 \cdot (100\% - 6\%) \cdot y = 6150 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 210 \\ 25 \cdot 95\% \cdot x + 50 \cdot 94\% \cdot y = 6150 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 160 \\ y = 50 \end{cases}$$

Suy ra có 160 kg gạo loại 1 và 50 kg gạo loại 2.

Tổng số tiền cô Mai thu được sau khi bán hết số gạo còn lại là:

$$160 \cdot 22\,500 \cdot 25 \cdot (100\% - 5\%) + 50 \cdot 18\,200 \cdot 50 \cdot (100\% - 6\%) = 128\,270\,000 \text{ (đồng)}.$$

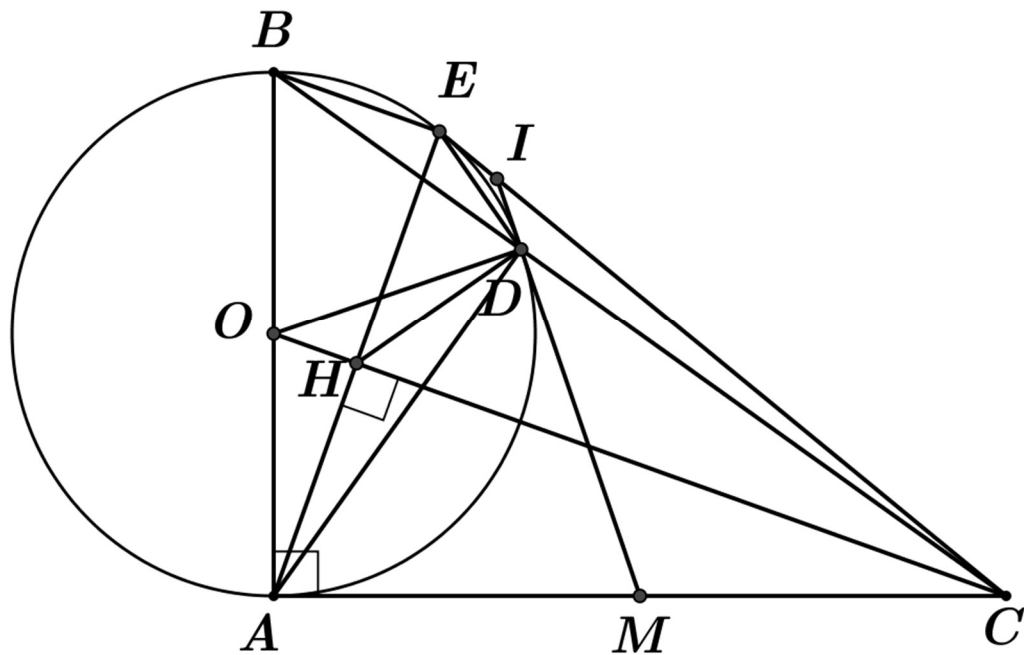
Vì $128\,270\,000 > 99\,700\,000$ nên cô Mai lãi và số tiền lãi của cô Mai sau khi bán hết số gạo còn lại là:

$$128\,270\,000 - 99\,700\,000 = 28\,570\,000 \text{ (đồng)}.$$

Câu 7. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 8$ cm. Vẽ đường tròn tâm O đường kính AB cắt BC tại D (D khác B). Từ A vẽ dây cung AE của (O) vuông góc với OC tại H . BC cắt đường tròn (O) tại D (D khác B). Qua D vẽ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt CA và CE lần lượt tại M và I .

- Chứng minh 4 điểm A, C, D, H cùng thuộc một đường tròn có tâm là M .
- Chứng minh DH vuông góc với DE .
- Giả sử diện tích tứ giác $ACEO$ gấp 3 lần diện tích tam giác MOI . Tính diện tích tam giác DHE (tính chính xác, không làm tròn số).

✧ **Lời giải**



- a) **Chứng minh 4 điểm A, C, D, H cùng thuộc một đường tròn có tâm là M .**

Xét (O) có AB là đường kính và $D \in (O)$ (D khác B).

Suy ra $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn đường kính AB . Suy ra $AD \perp BD$.

Hay $AD \perp BC$

Ta có $\triangle AHC$ vuông tại H ($AE \perp OC$ tại H).

Suy ra $\triangle AHC$ nội tiếp đường tròn đường kính AC (1)

Ta có $\triangle ADC$ vuông tại D ($AD \perp BC$ tại D).

Suy ra $\triangle ADC$ nội tiếp đường tròn đường kính AC (2)

Từ (1) và (2) suy ra 4 điểm A, C, D, H cùng thuộc một đường tròn đường kính AC và có tâm M là trung điểm của AC .

- b) **Chứng minh $DH \perp DE$.**

Ta có 4 điểm A, C, D, H cùng thuộc một đường tròn đường kính AC (chứng minh trên).

Suy ra tứ giác $ACDH$ nội tiếp.

Suy ra $\widehat{HDA} = \widehat{HCA}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AH)

Hay $\widehat{HDA} = \widehat{ACO}$ (3)

Ta lại có $\widehat{OAH} = \widehat{ACO}$ (vì cùng phụ với $\widehat{HAC}$).

Hay $\widehat{OAE} = \widehat{ACO}$. (4)



Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{HDA} = \widehat{OAE}$ (5)

Ta có tứ giác $ABED$ nội tiếp (O) (A, B, D, E cùng thuộc (O)).

Suy ra $\widehat{BAE} = \widehat{BDE}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BE).

Hay $\widehat{OAE} = \widehat{BDE}$ (6)

Từ (5) và (6) suy ra $\widehat{HDA} = \widehat{BDE}$.

Mà $\widehat{HDA} + \widehat{BDH} = 90^\circ$ ($AD \perp BC$ tại D).

Suy ra $\widehat{BDE} + \widehat{BDH} = 90^\circ$. Suy ra $\widehat{HDE} = 90^\circ$

Vậy $DH \perp DE$.

c) Giả sử diện tích tứ giác $ACEO$ gấp 3 lần diện tích tam giác MOI . Tính diện tích tam giác DHE (tính chính xác, không làm tròn số).

=== ★ ★ ★ ===