



Bài 1. (1,5 điểm) Cho Parabol $(P): y = \frac{-1}{2}x^2$

- Vẽ (P) trên hệ trục tọa độ Oxy .
- Tìm tọa độ các điểm A thuộc (P) có hoành độ gấp hai lần tung độ.

Bài 2. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + 2x - 2025 = 0$.

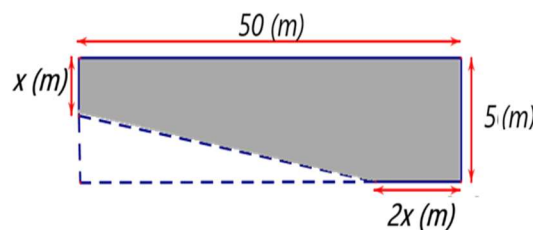
- Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt trái dấu.
- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{(1-x_1)x_2}{x_1} + \frac{(1-x_2)x_1}{x_2}.$$

Bài 3. (1,5 điểm) Một bó hoa gồm 5 bông hoa màu đỏ và 3 bông hoa màu vàng. Bạn Linh chọn ngẫu nhiên cùng lúc 4 bông hoa từ bó hoa đó.

- Liệt kê các cách chọn mà bạn Linh có thể thực hiện.
- Tính xác suất của mỗi biến cố sau:
A: “Trong 4 bông hoa được chọn ra, có đúng 1 bông hoa màu đỏ”.
B: “Trong 4 bông hoa được chọn ra, có ít nhất 1 bông hoa màu đỏ”.

Bài 4. (1,0 điểm) Nhà ông Hiền có một mảnh đất hình chữ nhật có chiều rộng là $5m$ và chiều dài là $50m$. Do việc mở rộng đường, nên nhà nước đã phải thu hồi một phần diện tích đất của nhà ông Hiền (phần hình tam giác, như hình vẽ minh họa).



- Viết và thu gọn biểu thức A biểu thị theo x diện tích phần đất bị thu hồi của nhà ông Hiền.
- Phần đất bị thu hồi nhà ông Hiền được nhà nước đền bù số tiền 440 triệu đồng. Tìm giá trị x . Biết giá đền bù đất bị thu hồi là 10 triệu đồng/ m^2 . Phần đất còn lại có kích thước như hình vẽ (phần tô đậm, với $0 < x < 5$).



Bài 5. (1,0 điểm) Một hộp sữa đặc dạng hình trụ, có chiều cao bằng 12cm . Biết thể tích của hộp sữa là $192\pi\text{cm}^3$.

a) Tính diện tích của vỏ hộp sữa (kể cả hai nắp hộp; bỏ qua các nếp gấp cũng như các phần gắn thêm).

b) Tính số vỏ hộp sữa nhiều nhất có thể làm được từ miếng kim loại có diện tích là 10m^2 . (hao phí không đáng kể)



Bài 6. (1,0 điểm) Nhân dịp tết Nguyên đán, một trường trung học cơ sở đã tổ chức cho học sinh các khối lớp 6, 7, 8 và 9 quyên góp tiền ủng hộ tự nguyện nhằm góp phần nhỏ giúp đỡ những học sinh có hoàn cảnh khó khăn. Kết thúc đợt quyên góp, bình quân mỗi học sinh của khối lớp 9 quyên góp được 22 000 đồng; bình quân mỗi học sinh của ba khối lớp 6, 7 và 8 quyên được 18 000 đồng. Hỏi bình quân mỗi học sinh của trường quyên góp được bao nhiêu tiền? Biết tổng số học sinh của ba khối lớp 6, 7 và 8 gấp 3 lần tổng số của học sinh khối lớp 9.

Bài 7. (3 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , ($AB > AC$), đường cao AH ; gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác. Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại A và tại B cắt nhau tại M . Nối CM cắt AH tại I . Nối OM cắt AB tại J .

a) Chứng minh các tam giác MOB và CAH đồng dạng.

b) Chứng minh I là trung điểm của AH .

c) Cho $BC = 2R$ và $OM = x$ ($R > 0; x > 0$). Tính AB , AH theo R và x .

=== ★ ★ ★ ===



HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm) Cho Parabol $(P): y = \frac{-1}{2}x^2$

a) Vẽ (P) trên hệ trục tọa độ Oxy .

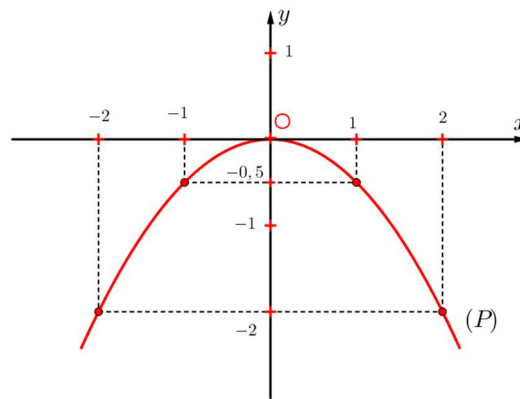
b) Tìm tọa độ các điểm A thuộc (P) có hoành độ gấp hai lần tung độ.

✧ Lời giải

a) Vẽ (P) trên hệ trục tọa độ Oxy ..

BGT:

x	-2	-1	0	1	2
$(P): y = \frac{-1}{2}x^2$	2	-0,5	0	-0,5	2



b) Tìm tọa độ các điểm A thuộc (P) có hoành độ gấp hai lần tung độ..

Gọi $A(x_A, y_A)$ là điểm cần tìm.

Vì $A(x_A, y_A)$ có hoành độ gấp hai lần tung độ nghĩa là $x_A = 2y_A$ Nên $A(2y_A, y_A)$.

Vì $A(2y_A, y_A)$ thuộc (P) , Nên thay tọa độ điểm $A(2y_A, y_A)$ vào $(P): y = \frac{-1}{2}x^2$

$$\text{Ta được } y_A = \frac{-1}{2} \cdot (2y_A)^2$$

$$y_A = \frac{-1}{2} \cdot 4y_A^2$$

$$y_A = -2y_A^2$$

$$2y_A^2 + y_A = 0$$

$$y_A(2y_A + 1) = 0$$

$$y_A = 0 \text{ hay } 2y_A + 1 = 0$$

$$y_A = 0 \text{ hay } y_A = -\frac{1}{2}$$

Với $y_A = 0$ thì $x_A = 0$ ta có $A(0;0)$

Với $y_A = -\frac{1}{2}$ thì $x_A = -1$ ta có $A\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$



Câu 2. (1,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 + 2x - 2025 = 0$

- a) Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt trái dấu.
b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình.

Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức $A = \frac{(1-x_1)x_2}{x_1} + \frac{(1-x_2)x_1}{x_2}$.

✧ **Lời giải**

a) $x^2 + 2x - 2025 = 0$

$(a = 1; b = 2; c = -2025)$

Vì $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4.1.(-2025) = 8104 > 0$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình.

Theo định lý Viète, ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -2 \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -2025 \end{cases}$$

Vì $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -2025 < 0$ Nên x_1, x_2 là hai nghiệm trái dấu.

b) Ta có: $A = \frac{(1-x_1)x_2}{x_1} + \frac{(1-x_2)x_1}{x_2}$.

$$A = \frac{(1-x_1)x_2^2 + (1-x_2)x_1^2}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{x_2^2 - x_1x_2^2 + x_1^2 - x_1^2x_2}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{(x_1^2 + x_2^2) - x_1x_2^2 - x_1^2x_2}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{(x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_2) - x_1x_2(x_2 + x_1)}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - x_1x_2(x_1 + x_2)}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{(-2)^2 - 2 \cdot (-2025) - (-2025) \cdot (-2)}{-2025} = \frac{-4}{2025}$$



Câu 3. (1,5 điểm) Một bó hoa gồm 5 bông hoa màu đỏ và 3 bông hoa màu vàng. Bạn Linh chọn ngẫu nhiên cùng lúc 4 bông hoa từ bó hoa đó.

a) Liệt kê các cách chọn mà bạn Linh có thể thực hiện

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: “Trong 4 bông hoa được chọn ra, có đúng 1 bông hoa màu đỏ”.

B: “Trong 4 bông hoa được chọn ra, có ít nhất 1 bông hoa màu đỏ”.

✿ **Lời giải**

a) Liệt kê các cách chọn mà bạn Linh có thể thực hiện

Các cách chọn mà bạn Linh có thể thực hiện là

Không gian mẫu $\Omega = \{ 4 \text{ đỏ}, 3 \text{ đỏ } 1 \text{ vàng}, 2 \text{ đỏ } 2 \text{ vàng}, 1 \text{ đỏ } 3 \text{ vàng} \}$

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: “Trong 4 bông hoa được chọn ra, có đúng 1 bông hoa màu đỏ”.

Biến cố A có đúng 1 kết quả thuận lợi là 1 đỏ 3 vàng. Nên $n(A) = 1$ và $n(\Omega) = 4$

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4}$

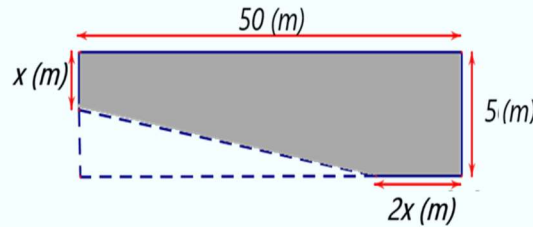
B: “Trong 4 bông hoa được chọn ra, có ít nhất 1 bông hoa màu đỏ”.

Biến cố B có 3 kết quả thuận lợi là $B = \{ 3 \text{ đỏ } 1 \text{ vàng}, 2 \text{ đỏ } 2 \text{ vàng}, 1 \text{ đỏ } 3 \text{ vàng} \}$ $n(B) = 3$

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3}{4}$

Câu 4. (0,75 điểm) Nhà ông Hiền có một mảnh đất hình chữ nhật có chiều rộng là $5m$ và chiều dài là $50m$. Do việc mở rộng đường, nên nhà nước đã phải thu hồi một phần diện tích đất của nhà ông Hiền (phần hình tam giác, như hình vẽ minh họa).

- a) Viết và thu gọn biểu thức A biểu thị theo x diện tích phần đất bị thu hồi của nhà ông Hiền.
b) Phần đất bị thu hồi nhà ông Hiền được nhà nước đền bù số tiền 440 triệu đồng. Tìm giá trị x . Biết giá đền bù đất bị thu hồi là 10 triệu đồng/ m^2 . Phần đất còn lại có kích thước như hình vẽ (phần tô đậm, với $0 < x < 5$).



✿ **Lời giải**

- a) Gọi các điểm như hình vẽ

Độ dài cạnh DE là : $5 - x(m)$

Độ dài cạnh DF là : $50 - 2x(m)$

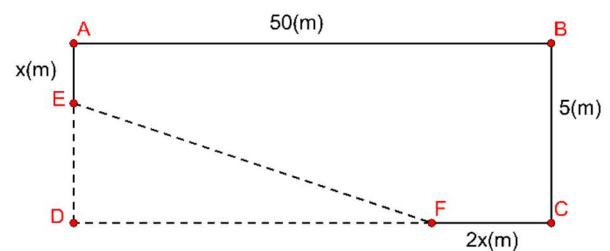
Diện tích $\triangle DEF$ là

$$A = \frac{1}{2} DE \cdot DF = \frac{1}{2} (5 - x)(50 - 2x)$$

$$A = \frac{1}{2} (250 - 10x - 50x + 2x^2)$$

$$A = \frac{1}{2} (2x^2 - 60x + 250)$$

$$A = x^2 - 30x + 125$$



- b) Vì giá đền bù đất bị thu hồi là 10 triệu đồng/ m^2 Nên Tổng số tiền đền bù tính theo x là

$$A \cdot 10 = (x^2 - 30x + 125) \cdot 10 \text{ (triệu đồng)}$$

Vì tổng số tiền đền bù 440 triệu đồng

$$\text{Nên ta có phương trình } (x^2 - 30x + 125) \cdot 10 = 440$$

$$x^2 - 30x + 125 = 44$$

$$x^2 - 30x + 81 = 0$$

Giải phương trình ta được

$$x = 27 ; x = 3$$

Vì $0 < x < 5$ Nên $x = 3$



Câu 5. (1,0 điểm) Một hộp sữa đặc dạng hình trụ, có chiều cao bằng 12cm . Biết thể tích của hộp sữa là $192\pi\text{cm}^3$.

a) Tính diện tích của vỏ hộp sữa (kể cả hai nắp hộp; bỏ qua các nếp gấp cũng như các phần gắn thêm).

b) Tính số vỏ hộp sữa nhiều nhất có thể làm được từ miếng kim loại có diện tích là 10m^2 . (hao phí không đáng kể)



✿ Lời giải

a) Tính diện tích của vỏ hộp sữa (kể cả hai nắp hộp; bỏ qua các nếp gấp cũng như các phần gắn thêm).

$$\text{Vì } V = S_{\text{này}} \cdot h \text{ Nên diện tích đáy hình trụ là : } S_{\text{này}} = V : h = (192\pi) : 12 = 16\pi (\text{cm}^2)$$

$$\text{Vì } S_{\text{này}} = R^2 \cdot \pi \text{ Nên bán kính của hình trụ là } R = \sqrt{S_{\text{này}} : \pi} = \sqrt{16\pi : \pi} = 4 (\text{cm})$$

Diện tích vỏ hộp sữa là

$$\begin{aligned} S_{\text{tp}} &= S_{\text{xq}} + 2.S_{\text{này}} = P_{\text{này}} \cdot h + 2.S_{\text{này}} = (R \cdot 2 \cdot \pi) \cdot h + 2.S_{\text{này}} \\ &= (4 \cdot 2 \cdot \pi) \cdot 12 + 2 \cdot 16\pi = 128\pi (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

b) Tính số vỏ hộp sữa nhiều nhất có thể làm được từ miếng kim loại có diện tích là 10m^2 . (hao phí không đáng kể)

$$\text{Đổi } 10\text{m}^2 = 100000\text{cm}^2$$

Số vỏ hộp sữa nhiều nhất có thể làm được từ miếng kim loại có diện tích là 10m^2 .

$$100000 : (128\pi) \approx 248,68$$

Vậy 10m^2 làm được nhiều nhất là 248 vỏ hộp sữa



Câu 6. (1,0 điểm) Nhân dịp tết Nguyên đán, một trường trung học cơ sở đã tổ chức cho học sinh các khối lớp 6, 7, 8 và 9 quyên góp tiền ủng hộ tự nguyện nhằm góp phần nhỏ giúp đỡ những học sinh có hoàn cảnh khó khăn. Kết thúc đợt quyên góp, bình quân mỗi học sinh của khối lớp 9 quyên góp được 22 000 đồng; bình quân mỗi học sinh của ba khối lớp 6, 7 và 8 quyên được 18000 đồng. Hỏi bình quân mỗi học sinh của trường quyên góp được bao nhiêu tiền? Biết tổng số học sinh của ba khối lớp 6, 7 và 8 gấp 3 lần tổng số của học sinh khối lớp 9.

✧ **Lời giải**

Gọi x là số hs khối 9 (đơn vị : học sinh, điều kiện $x \in \mathbb{N}^*$)

Tổng số tiền khối 9 quyên góp được là 22 000 x (đồng)

Tổng số học sinh của ba khối lớp 6, 7 và 8 là $3x$ (học sinh)

Tổng số tiền của ba khối lớp 6, 7 và 8 quyên góp là 22 000 $\cdot (3x) = 66000x$ (đồng)

Tổng số học của bốn khối lớp 6, 7, 8, 9 và của trường là $x + 3x = 4x$ (học sinh)

Tổng số tiền quyên góp của toàn trường là 22 000 $x + 66000x = 88000x$ (đồng)

Bình quân mỗi học sinh của trường quyên góp được là

$$\frac{88000x}{4x} = 22000 \text{ (đồng)}$$

Câu 7. (3 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , ($AB > AC$), đường cao AH ; gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác. Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại A và tại B cắt nhau tại M . Nối CM cắt AH tại I . Nối OM cắt AB tại J .

a) Chứng minh các tam giác MOB và CAH đồng dạng.

b) Chứng minh I là trung điểm của AH .

c) Cho $BC = 2R$ và $OM = x$ ($R > 0; x > 0$). Tính AB , AH theo R và x .

✧ **Lời giải**

a) Chứng minh các tam giác MOB và CAH đồng dạng.

Ta có $\angle MA = \angle MB$ (MA, MB là tiếp tuyến (O))

$\angle OA, \angle OB$ (OA, OB là bán kính (O))

Suy ra OM là đường trung trực của đoạn AB

Suy ra $OM \perp AB$

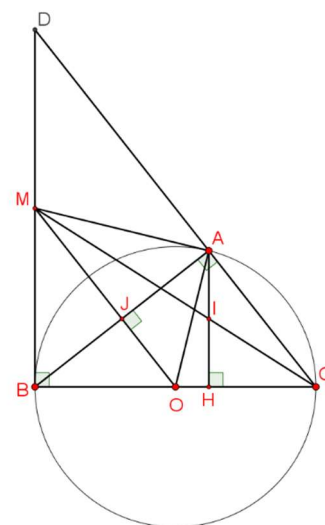
Mà $AC \perp AB$ ($\triangle ABC$ vuông tại A)

Nên $OM \parallel AC \Rightarrow \widehat{MOB} = \widehat{ACB}$ (2 góc đồng vị)

Xét $\triangle MOB$ và $\triangle ACB$, ta có

$$\widehat{MBO} = \widehat{AHC} = 90^\circ$$

$$\widehat{MOB} = \widehat{ACB} \text{ (cmt)}$$





Vậy $\triangle MOB \sim \triangle ACH$ ($g-g$)

b) Chứng minh I là trung điểm của AH .

Gọi D là giao điểm CA và BM .

Xét $\triangle BCD$, ta có:

+ $OM \parallel CD$ ($OM \parallel AC$).

+ O là trung điểm BC .

Suy ra M là trung điểm BD hay $MD = MB$

Ta có + $AI \perp BC$

+ $DM \perp BC$

Suy ra $AI \parallel DM$

Suy ra $\frac{AI}{DM} = \frac{CI}{CM}$ (hệ quả Thalès) (1)

Ta có + $HI \perp BC$

+ $BM \perp BC$

Suy ra $HI \parallel BM$

Suy ra $\frac{HI}{BM} = \frac{CI}{CM}$ (hệ quả Thalès) (2)

Từ (1) và (2) và $MD = MB$ suy ra $IA = IH$ suy ra I là trung điểm AH

c) Cho $BC = 2R$ và $OM = x$ ($R > 0; x > 0$). Tính AB , AH theo R và x .

Ta có: OA, OB (OA, OB là bán kính (O))

$\Rightarrow \triangle OAB$ cân tại O

Mà OJ là đường cao ($OJ \perp AB$)

Nên OJ cũng là đường trung tuyến $\triangle OAB$

$\Rightarrow JA = JB = \frac{1}{2} AB$

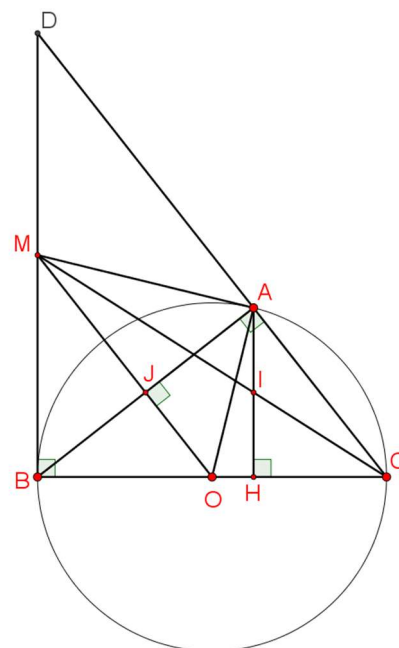
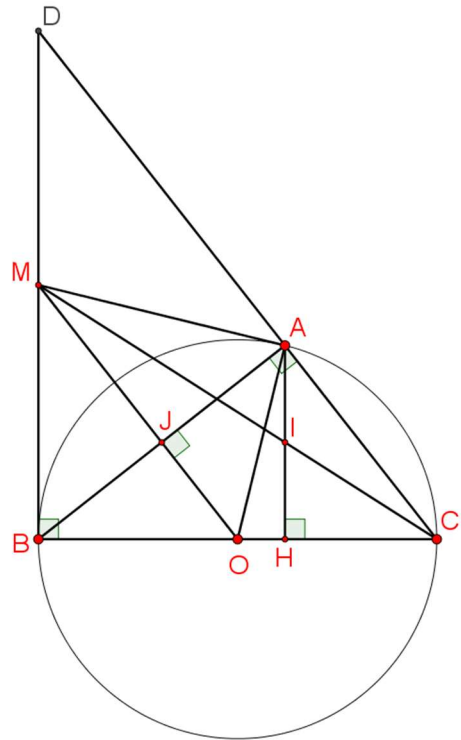
Xét $\triangle OBJ$ và $\triangle OMB$, ta có:

+ $\widehat{BOJ} = \widehat{MBO} = 90^\circ$

+ $\widehat{O}$ là góc chung

Suy ra $\triangle OBJ \sim \triangle OMB$ ($g-g$)

$\Rightarrow \frac{OB}{OM} = \frac{OJ}{OB}$ (tỉ số đồng dạng)





$$\Rightarrow OB^2 = OJ \cdot OM$$

$$\Rightarrow OJ = \frac{OB^2}{OM} = \frac{R^2}{x}$$

Ta có $\triangle OBJ$ vuông tại J

$$\Rightarrow OB^2 = OJ^2 + BJ^2 \text{ (định lý Pythagore)}$$

$$\Rightarrow BJ^2 = OB^2 - OJ^2 = R^2 - \left(\frac{R^2}{x}\right)^2 = R^2 - \frac{R^4}{x^2}$$

$$\Rightarrow BJ = \sqrt{R^2 - \frac{R^4}{x^2}} \Rightarrow AB = 2BJ = 2\sqrt{R^2 - \frac{R^4}{x^2}}$$

Ta có $\triangle ABC$ vuông tại A

$$\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (định lý Pythagore)}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow AC^2 &= BC^2 - AB^2 = (2R)^2 - \left(2\sqrt{R^2 - \frac{R^4}{x^2}}\right)^2 \\ &= 4R^2 - 4\left(R^2 - \frac{R^4}{x^2}\right) \\ &= 4R^2 - 4R^2 + \frac{4R^4}{x^2} \\ &= \frac{4R^4}{x^2}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{2R^2}{x}$$

Ta có $\triangle AHC \sim \triangle BAC$ (g - g)

$$\Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{AC}{BC} \text{ (tỉ số đồng dạng)}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \left(2\sqrt{R^2 - \frac{R^4}{x^2}}\right) \cdot \left(\frac{2R^2}{x}\right) : (2R) = \frac{2R}{x} \sqrt{R^2 - \frac{R^4}{x^2}}$$