



Bài 1. (1,5 điểm) Cho parabol $(P): y = -\frac{1}{2}x^2$

- Vẽ đồ thị (P) .
- Tìm các điểm M thuộc (P) sao cho tung độ bằng -8 .

Bài 2. 1 điểm Cho phương trình $x^2 - 4x - 6 = 0$.

- Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
- Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{x_1 x_2}{4 - x_1} + \frac{x_1 x_2}{4 - x_2}$.

Bài 3. (1,5 điểm) Một bó hoa gồm 5 bông hoa màu đỏ và 3 bông hoa màu vàng. Bạn Linh chọn ngẫu nhiên cùng lúc 4 bông hoa từ bó hoa đó.

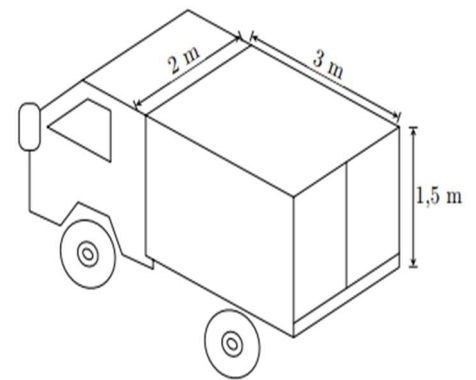
- Liệt kê các cách chọn mà bạn Linh có thể thực hiện.
- Tính xác suất của mỗi biến cố sau:
A: "Trong 4 bông hoa được chọn ra, có đúng 1 bông hoa màu đỏ".
B: "Trong 4 bông hoa được chọn ra, có ít nhất 1 bông hoa màu đỏ".

Bài 4. (1 điểm) Một xí nghiệp dự tính vận chuyển hàng bằng hai xe tải và đang phân vân giữa hai phương án là mua hẳn hai chiếc xe tải hoặc thuê hai xe tải (hai xe giống nhau). Nếu mua hai xe với giá mỗi xe là 200000000 đồng thì mỗi ngày xí nghiệp phải trả tiền công cho tài xế và mua nhiên liệu cho một xe là 5000000 đồng. Còn nếu thuê xe thì giá thuê một xe tải là 10000000 đồng/ngày (đã bao gồm tiền công cho tài xế và nhiên liệu).

- Gọi T là tổng số tiền xí nghiệp bỏ ra để vận chuyển hàng sau n ngày. Lập công thức tính T theo n đối với mỗi phương án.
- Hỏi xí nghiệp vận chuyển hàng từ bao nhiêu ngày trở lên thì nên chọn phương án mua xe sẽ tiết kiệm hơn phương án thuê xe?

Bài 5. (1 điểm) Một xe tải chở hàng có thùng xe dạng hình hộp chữ nhật với kích thước như hình bên.

- Tính thể tích của thùng xe (độ dày của thùng xe xem như không đáng kể).
- Người ta xếp vào thùng xe tải các thùng hàng loại A có dạng hình lập phương độ dài cạnh $40cm$ để vận chuyển giao hàng. Hỏi mỗi lần vận chuyển xe có thể chở được nhiều nhất bao nhiêu thùng hàng loại A ?



Bài 6. (1 điểm) Ông Năm dự định cải tạo một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài bằng 2,5 lần chiều rộng. Ông nhận thấy rằng, nếu đào một cái hồ có mặt hồ là hình chữ nhật thì sẽ chiếm mất 3% diện tích mảnh vườn. Còn nếu giảm chiều dài mặt hồ $5m$ và tăng chiều rộng mặt hồ $2m$ thì mặt hồ là hình vuông và diện tích mặt hồ giảm được $20m^2$. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật.



Bài 7. (3,0 điểm) Cho đường tròn (O, R) . Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) , vẽ hai tiếp tuyến AB và AC đến đường tròn (O) (B, C là hai tiếp điểm). Vẽ đường kính CD của đường tròn (O) .

a) Chứng minh tứ giác $OBAC$ nội tiếp và $OA \parallel BD$.

b) Gọi H là giao điểm của OA và BC . Chứng minh $OA.OH = OB^2$ và $\widehat{ODH} = \widehat{ADB}$.

c) Vẽ BN song song với AC ($N \in CD$). Trong trường hợp $OA = 2R$, tính diện tích của tứ giác $DBAC$ và độ dài CN theo R .





HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm) Cho Parabol $(P): y = -\frac{1}{2}x^2$.

a) Vẽ đồ thị (P) .

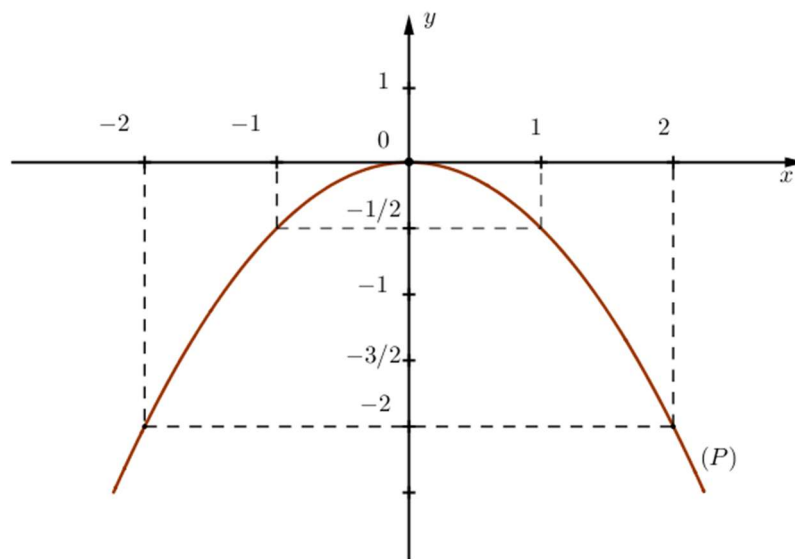
b) Tìm các điểm M thuộc (P) sao cho tung độ bằng -8 .

Lời giải

a) Vẽ đồ thị (P) .

BGT:

x	-4	-2	0	2	4
$y = -\frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8



b) Gọi $M(x_M; -8)$ là điểm có tung độ bằng -8 cần tìm.

Vì điểm M thuộc (P) nên:

$$-8 = -\frac{1}{2}x_M^2$$

$$x_M^2 = 16$$

$$x_M = 4 \text{ hoặc } x_M = -4.$$

Vậy $M_1(4; -8)$, $M_2(-4; -8)$ là hai điểm cần tìm.



Câu 2. (1,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 - 4x - 6 = 0$.

a) Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt là $x_1; x_2$.

b) Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{x_1 x_2}{4 - x_1} + \frac{x_1 x_2}{4 - x_2}$.

Lời giải

a) Vì $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4.1.(-6) = 40 > 0$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Theo định lý Viète, ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 4 \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -6 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } A = \frac{x_1 x_2}{4 - x_1} + \frac{x_1 x_2}{4 - x_2}$$

$$A = x_1 x_2 \left[\frac{4 - x_2 + 4 - x_1}{(4 - x_1)(4 - x_2)} \right]$$

$$A = x_1 x_2 \left[\frac{8 - (x_1 + x_2)}{16 - 4(x_1 + x_2) + x_1 x_2} \right]$$

$$A = -6 \left[\frac{8 - 4}{16 - 4.4 + (-6)} \right]$$

$$A = 4$$

Câu 3. (1,5 điểm) Một bó hoa gồm 5 bông hoa màu đỏ và 3 bông hoa màu vàng. Bạn Linh chọn ngẫu nhiên cùng lúc 4 bông hoa từ bó hoa đó.

a) Liệt kê các cách chọn mà bạn Linh có thể thực hiện.

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

i. A: "Trong 4 bông hoa được chọn ra, có đúng 1 bông hoa màu đỏ".

ii. B: "Trong 4 bông hoa được chọn ra, có ít nhất 1 bông hoa màu đỏ".

Lời giải

a) Các cách chọn mà bạn Linh có thể thực hiện được là:

Cách 1: 4 bông màu đỏ.

Cách 2: 3 bông màu đỏ và 1 bông màu vàng.

Cách 3: 2 bông màu đỏ và 2 bông màu vàng.

Cách 4: 1 bông màu đỏ và 3 bông màu vàng.

b) Không gian mẫu:

Gọi $D_1; D_2; D_3; D_4; D_5$ lần lượt là 5 bông hoa màu đỏ và $V_1; V_2; V_3$ lần lượt là 3 bông hoa màu vàng.

Cách 1: Ta có 5 trường hợp: $\{D_1; D_2; D_3; D_4\}, \{D_1; D_2; D_3; D_5\}, \{D_1; D_2; D_4; D_5\}, \{D_1; D_3; D_4; D_5\}, \{D_2; D_3; D_4; D_5\}$.



Cách 2: Ta có 10 cách chọn 3 bông màu đỏ: $\{D_1; D_2; D_3\}, \{D_1; D_2; D_4\}, \{D_1; D_2; D_5\}, \{D_1; D_3; D_4\}, \{D_1; D_3; D_5\}, \{D_1; D_4; D_5\}, \{D_2; D_3; D_4\}, \{D_2; D_3; D_5\}, \{D_2; D_4; D_5\}, \{D_3; D_4; D_5\}$.

Với mỗi cách chọn 3 bông màu đỏ này ta kết hợp với lần lượt 1 trong 3 bông màu vàng thì có 3 cách. Nên tổng cộng có $10 \cdot 3 = 30$ trường hợp.

Cách 3: Chọn 2 bông màu đỏ có 10 cách là: $\{D_1; D_2\}, \{D_1; D_3\}, \{D_1; D_4\}, \{D_1; D_5\}, \{D_2; D_3\}, \{D_2; D_4\}, \{D_2; D_5\}, \{D_3; D_4\}, \{D_3; D_5\}, \{D_4; D_5\}$.

Chọn 2 bông màu vàng ta có 3 cách là: $\{V_1; V_2\}, \{V_1; V_3\}, \{V_2; V_3\}$.

Với mỗi cách chọn 2 bông màu đỏ ta kết hợp với 3 cách chọn 2 bông màu vàng thì ta có 3 trường hợp, nên tổng cộng có: $10 \cdot 3 = 30$ trường hợp.

Cách 4: Ta có 5 trường hợp: $\{D_1; V_1; V_2; V_3\}, \{D_2; V_1; V_2; V_3\}, \{D_3; V_1; V_2; V_3\}, \{D_4; V_1; V_2; V_3\}, \{D_5; V_1; V_2; V_3\}$.

Vậy không gian mẫu bằng: $n(\Omega) = 5 + 30 + 30 + 5 = 70$.

i. Biến cố A: "Trong 4 bông hoa được chọn ra, có đúng 1 bông hoa màu đỏ".

Suy ra: $n(A) = 5$

$$\text{Vậy: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{70} = \frac{1}{14}.$$

ii. B: "Trong 4 bông hoa được chọn ra, có ít nhất 1 bông hoa màu đỏ".

Nên $n(B) = n(\Omega) = 70$

$$\text{Vậy: } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{70}{70} = 1.$$

Câu 4. (1,0 điểm) Một xí nghiệp dự tính vận chuyển hàng bằng hai xe tải và đang phân vân giữa hai phương án là mua hẳn hai chiếc xe tải hoặc thuê hai xe tải (hai xe giống nhau). Nếu mua hai xe với giá mỗi xe là 200000000 đồng thì mỗi ngày xí nghiệp phải trả tiền công cho tài xế và mua nhiên liệu cho một xe là 5000000 đồng. Còn nếu thuê xe thì giá thuê một xe tải là 10000000 đồng/ngày (đã bao gồm tiền công cho tài xế và nhiên liệu).

a) Gọi T là tổng số tiền xí nghiệp bỏ ra để vận chuyển hàng sau n ngày. Lập công thức tính T theo n đối với mỗi phương án.

b) Hỏi xí nghiệp vận chuyển hàng từ bao nhiêu ngày trở lên thì nên chọn phương án mua xe sẽ tiết kiệm hơn phương án thuê xe?

📌 Lời giải

a) Phương án mua xe thì ta có: $T = 50000000n + 200000000$ đồng.

Phương án thuê xe thì ta có: $T = 10000000n$ đồng.

b) Ta có để phương án mua xe tiết kiệm hơn phương án thuê xe thì:

$$5000000n + 200000000 < 10000000n$$

$$5000000n > 200000000$$

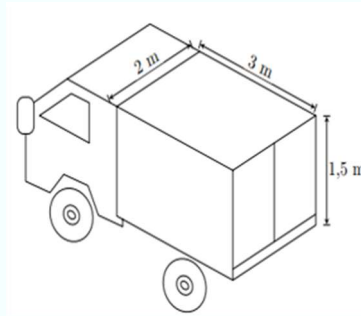
$$n > 40$$

Vậy từ sau 41 ngày trở lên thì phương án mua xe sẽ tiết kiệm hơn phương án thuê xe.



Câu 5. (1,0 điểm) Một xe tải chở hàng có thùng xe dạng hình hộp chữ nhật với kích thước như hình bên.

- a) Tính thể tích của thùng xe (độ dày của thùng xe xem như không đáng kể).
 b) Người ta xếp vào thùng xe tải các thùng hàng loại A có dạng hình lập phương độ dài cạnh 40cm để vận chuyển giao hàng. Hỏi mỗi lần vận chuyển xe có thể chở được nhiều nhất bao nhiêu thùng hàng loại A?



🔗 Lời giải

a) Thể tích thùng xe: $2.3.1,5 = 9\text{m}^3$

b) Thể tích thùng hàng là: $40.40.40 = 64000\text{cm}^3 = 0,064\text{m}^3$

Vì $9 : 0,064 = 140,625$

Nên mỗi lần vận chuyển xe có thể chở được nhiều nhất 140 thùng hàng.

Câu 6. (1,0 điểm) Ông Năm dự định cải tạo một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài bằng 2,5 lần chiều rộng. Ông nhận thấy rằng, nếu đào một cái hồ có mặt hồ là hình chữ nhật thì sẽ chiếm mất 3% diện tích mảnh vườn. Còn nếu giảm chiều dài mặt hồ 5m và tăng chiều rộng mặt hồ 2m thì mặt hồ là hình vuông và diện tích mặt hồ giảm được 20m^2 . Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật.

🔗 Lời giải

Gọi $x, y (m)$ là chiều dài và chiều rộng của cái hồ hình chữ nhật ($y > x > 0$).

Vì giảm chiều dài mặt hồ 5m và tăng chiều rộng mặt hồ 2m thì mặt hồ là hình vuông. Nên ta có phương trình: $y - 5 = x + 2$

Suy ra: $x - y = -7 \quad (1)$

Vì giảm chiều dài mặt hồ 5m và tăng chiều rộng mặt hồ 2m thì mặt hồ là hình vuông và diện tích mặt hồ giảm được 20m^2 . Nên ta có phương trình:

$$xy - (y - 5)(x + 2) = 20$$

$$xy - xy - 2y + 5x + 10 = 20$$

$$5x - 2y = 10 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y = -7 \\ 5x - 2y = 10 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình này ta được: $\begin{cases} x = 8 \\ y = 15 \end{cases}$ (thỏa điều kiện).

Diện tích của mảnh vườn hình chữ nhật là $8.15 : 3\% = 4000\text{m}^2$.

Gọi $a(m)$ là chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật ($a > 0$) thì chiều dài của mảnh vườn là $2,5a(m)$ nên ta có:

$$a.2,5a = 4000$$

$$a^2 = 1600$$

$$a = 40 \text{ (vì } a > 0 \text{)}.$$

Suy ra: $2,5a = 100$

Vậy chiều rộng và chiều dài của mảnh vườn hình chữ nhật là $40m; 100m$.

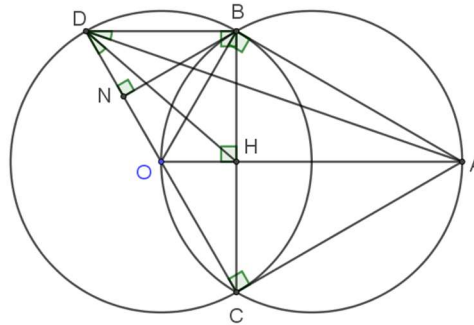
Câu 7. (1,0 điểm) Cho đường tròn (O, R) . Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) , vẽ hai tiếp tuyến AB và AC đến đường tròn (O) (B, C là hai tiếp điểm). Vẽ đường kính CD của đường tròn (O) .

a) Chứng minh tứ giác $OBAC$ nội tiếp và $OA \parallel BD$.

b) Gọi H là giao điểm của OA và BC . Chứng minh $OA.OH = OB^2$ và $\widehat{ODH} = \widehat{ADB}$.

c) Vẽ BN song song với AC ($N \in CD$). Trong trường hợp $OA = 2R$, tính diện tích của tứ giác $DBAC$ và độ dài CN theo R .

🔗 Lời giải



a) Chứng minh tứ giác $OBAC$ nội tiếp và $OA \parallel BD$.

Ta có: AB, AC là hai tiếp tuyến của (O) tại B, C .

Nên: $AB \perp OB, AC \perp OC$.

Suy ra: $\triangle OAB, \triangle OAC$ là hai tam giác vuông tại B, C .

Nên: $\triangle OAB, \triangle OAC$ cùng nội tiếp đường tròn đường kính OA .

Vậy: tứ giác $OBAC$ nội tiếp đường tròn đường kính OA .

Ta có:

$$OB = OC (= R)$$

$$AB = AC \text{ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau của } (O) \text{)}.$$

Nên A, O cùng cách đều hai đầu đoạn thẳng BC .

Suy ra: OA là đường trung trực của BC .

Do đó: $OA \perp BC$ tại H và H là trung điểm của BC .

Lại có: $\widehat{DBC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)), nên: $BD \perp BC$.

Vậy $OA \parallel BD$.

b) Chứng minh $OA.OH = OB^2$ và $\widehat{ODH} = \widehat{ADB}$

Xét hai tam giác $\triangle OHB$ và $\triangle OBA$ có: $\widehat{BOA}$ là góc chung và $\widehat{OHB} = \widehat{OBA} (= 90^\circ)$



Nên: $\triangle OHB \sim \triangle OBA$

$$\Rightarrow \frac{OH}{OB} = \frac{OB}{OA}$$

$$\Rightarrow OA.OH = OB^2$$

Xét $\triangle BCD$ có O, H lần lượt là trung điểm của CD, CB . Nên OH là đường trung bình. Suy ra:
 $BD = 2OH$

$$\text{Vì } \triangle OHB \sim \triangle OBA \Rightarrow \frac{BH}{OH} = \frac{AB}{OB} \Rightarrow \frac{BH}{2OH} = \frac{AB}{2OB} \Rightarrow \frac{BH}{BD} = \frac{AB}{CD}.$$

Xét hai tam giác $\triangle ACD$ và $\triangle HBD$ có: $\frac{BH}{BD} = \frac{AB}{CD}$ và $\widehat{ACD} = \widehat{HBD} (= 90^\circ)$.

Nên $\triangle ACD \sim \triangle HBD$. Nên: $\widehat{ADC} = \widehat{HDB}$. Suy ra: $\widehat{ADH} + \widehat{ODH} = \widehat{ADH} + \widehat{ADB}$.

Vậy: $\widehat{ODH} = \widehat{ADB}$.

c) Trong trường hợp $OA = 2R$, tính diện tích của tứ giác $DBAC$ và độ dài CN theo R .

$$\text{Ta có: } OA.OH = OB^2 \text{ (cmt). Suy ra: } OH = \frac{OB^2}{OA} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}.$$

$$\text{Ta có: } BD = 2OH = 2 \cdot \frac{R}{2} = R.$$

$$\text{Nên } \triangle OBD \text{ đều vì có } OD = OB = BD = R. \text{ Do đó: } S_{\triangle OBD} = \frac{OB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{R^2 \sqrt{3}}{4}.$$

Xét $\triangle OBH$ vuông tại H nên theo định lý Pythagore, ta có:

$$OB^2 = OH^2 + HB^2$$

$$HB^2 = OB^2 - OH^2 = R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{3R^2}{4}$$

$$HB = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vì } H \text{ là trung điểm của } BC \text{ (cmt) nên } HC = HB = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy:

$$S_{DBAC} = S_{\triangle OBD} + S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OAC}$$

$$S_{DBAC} = \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{R\sqrt{3}}{2} \cdot 2R + \frac{1}{2} \cdot \frac{R\sqrt{3}}{2} \cdot 2R$$

$$\text{Vậy: } S_{DBAC} = R^2 \text{ (đvdt).}$$

Ta có: $AC \perp CD$ và $AC \parallel BN$.

Suy ra: $BN \perp CD$ hay $BN \perp OD$.

Nên BN là đường cao, cũng là trung tuyến của $\triangle OBD$ đều.

$$\text{Do đó: } N \text{ là trung điểm của } OD. \text{ Suy ra: } ON = \frac{1}{2}OD = \frac{1}{2}R.$$

$$\text{Vậy } CN = OC + ON = \frac{3}{2}R.$$

=== ★ ★ ★ ===