



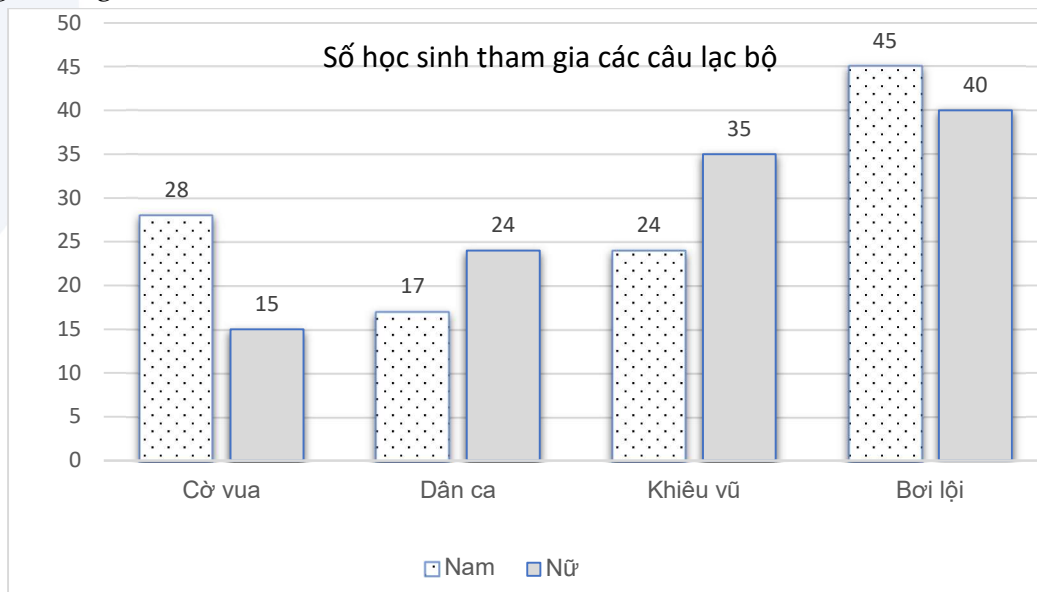
Bài 1. (1,5 điểm) Cho Parabol $(P): y = \frac{x^2}{4}$.

- Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) có tung độ nhỏ hơn hoành độ 1 đơn vị.

Bài 2. (1,0 điểm) Cho phương trình: $4x^2 + 12x + 3 = 0$ (1).

- Chứng minh phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
- Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1). Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3 + 2025$

Bài 3. (1,5 điểm) Biểu đồ cột kép bên dưới biểu diễn số học sinh khối 6 của trường THCS A trên địa bàn thành phố Hồ Chí Minh tham gia các câu lạc bộ do nhà trường tổ chức. Biết rằng mỗi bạn chỉ tham gia đúng một câu lạc bộ.



- Câu lạc bộ nào có sự chênh lệch nhiều nhất giữa số nam sinh và nữ sinh?
- Chọn ngẫu nhiên một học sinh khối 6, tính xác suất của các biến cố sau:
A: "Học sinh được chọn là nữ"
B: "Học sinh được chọn không tham gia câu lạc bộ bơi lội và câu lạc bộ khiêu vũ".

Bài 4. (1,0 điểm) Chợ Dân Sinh chuẩn bị được đưa vào hoạt động. Nếu mỗi gian hàng của chợ này cho thuê với mức giá 31 triệu đồng/năm (đã bao gồm phí duy trì) thì sẽ có 60 gian hàng được thuê. Theo khảo sát và nghiên cứu, nếu chợ Dân Sinh giảm giá thuê và ước tính cứ mỗi lần giảm giá thuê 1 triệu đồng/năm thì số lượng gian hàng được thuê sẽ tăng thêm 20 gian hàng. Gọi x (triệu đồng) là giá cho thuê mới.

- Viết biểu thức $P(x)$ biểu diễn theo x doanh thu của chợ Dân Sinh.



b) Hỏi giá cho thuê mới của chợ Dân Sinh là bao nhiêu để lợi nhuận thu được của chợ là 245 triệu đồng? Biết phí duy trì một gian hàng của chợ Dân Sinh là 27 triệu đồng/năm.

Bài 5. (1,0 điểm) Một bồn nước hình trụ có bán kính đáy là $3m$, chiều cao là $4m$. Người ta đổ nước vào trong bồn sao cho chiều cao của nước bằng đúng một nửa chiều cao của bồn. Người ta đặt vào trong bồn một phao nước có dạng hình cầu bằng kim loại không thấm nước có bán kính là 50 cm và chìm hoàn toàn trong nước.

a) Hỏi khi đó mực nước trong bể cao bao nhiêu mét (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

b) Sau khi đặt vào bồn nước phao hình cầu, người ta bơm thêm nước vào bồn bằng một vòi có công suất chảy là $0,0024\text{ m}^3$ cho mỗi giây. Hỏi sau bao nhiêu phút thì bồn đầy nước (làm tròn đến hàng đơn vị).

Bài 6. (1,0 điểm) Một bài thi trắc nghiệm gồm 20 câu hỏi, nếu trả lời đúng thì được 5 điểm, nếu trả lời sai thì bị trừ 2 điểm, nếu bỏ qua câu trả lời thì được 0 điểm.

a) Bạn Dũng tham dự bài thi và được 47 điểm. Biết Dũng bỏ qua 5 câu. Hỏi Dũng trả lời đúng mấy câu và trả lời sai mấy câu?

b) Bạn Hoa tham dự bài thi và được 59 điểm. Hỏi Hoa trả lời đúng mấy câu, trả lời sai mấy câu và bỏ qua bao nhiêu câu?

Bài 7. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$). Vẽ đường tròn tâm O đường kính AB và dây cung AD vuông góc với OC . Gọi K là chân đường vuông góc hạ từ D đến AB và E là giao điểm của DK và BC .

a) Chứng minh rằng $BD \parallel OC$ và CD là tiếp tuyến của (O) .

b) Đoạn thẳng BC cắt đường tròn (O) tại M ($M \neq B$). Chứng minh $CA^2 = CM \cdot CB$ và E là trung điểm của DK

c) Trong trường hợp $KD = 5\text{ cm}$ và $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Tính diện tích hình quạt tròn giới hạn bởi cung nhỏ DM và hai bán kính OM, OD (độ dài làm tròn đến hàng phần trăm, góc làm tròn đến độ, diện tích làm tròn đến hàng đơn vị).





HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm) Cho Parabol $(P): y = \frac{x^2}{4}$.

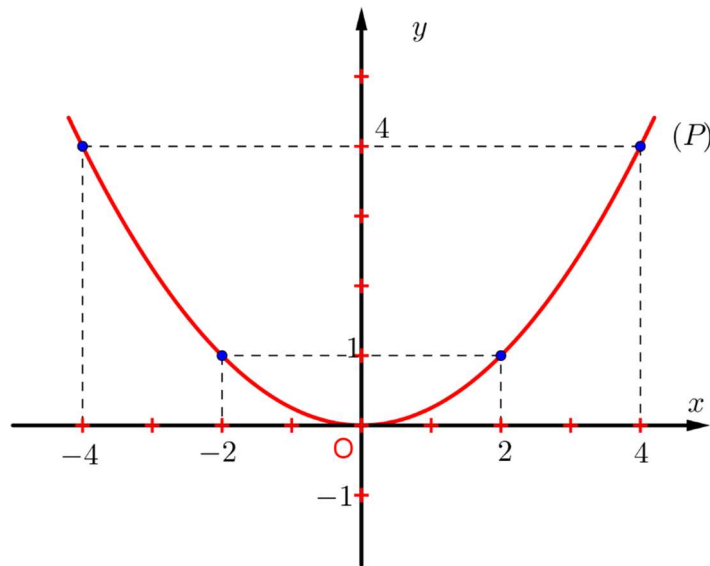
- a) Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ.
b) Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) có tung độ nhỏ hơn hoành độ 1 đơn vị.

Lời giải

- a) Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ.

BGT:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{x^2}{4}$	4	1	0	1	4



- b) Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) có tung độ nhỏ hơn hoành độ 1 đơn vị.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm cần tìm

Vì tung độ nhỏ hơn hoành độ 1 đơn vị nên ta có $y_0 = x_0 - 1$

M thuộc (P) nên ta thay $x = x_0; y = y_0 = x_0 - 1$ vào $(P): y = \frac{x^2}{4}$, ta được

$$x_0 - 1 = \frac{x_0^2}{4}$$

$$x_0^2 - 4x_0 + 4 = 0$$

Giải phương trình trên ta được $x_0 = 2$, từ đó suy ra $y_0 = 1$. Vậy điểm cần tìm là $M(2;1)$



Câu 2. (1,0 điểm) Cho phương trình: $4x^2 + 12x + 3 = 0$ (1)

a) Chứng minh phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1). Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3 + 2025$

Lời giải

a) Vì $\Delta = b^2 - 4ac = 12^2 - 4.4.3 = 96 > 0$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Vì phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 nên theo định lý Viète, ta có:

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -3 \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = S^2 - 2P$$

Khi đó:

$$A = x_1^3 + x_2^3 + 2025 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2) + 2025$$

$$= S(S^2 - 2P - P) + 2025$$

$$= S(S^2 - 3P) + 2025$$

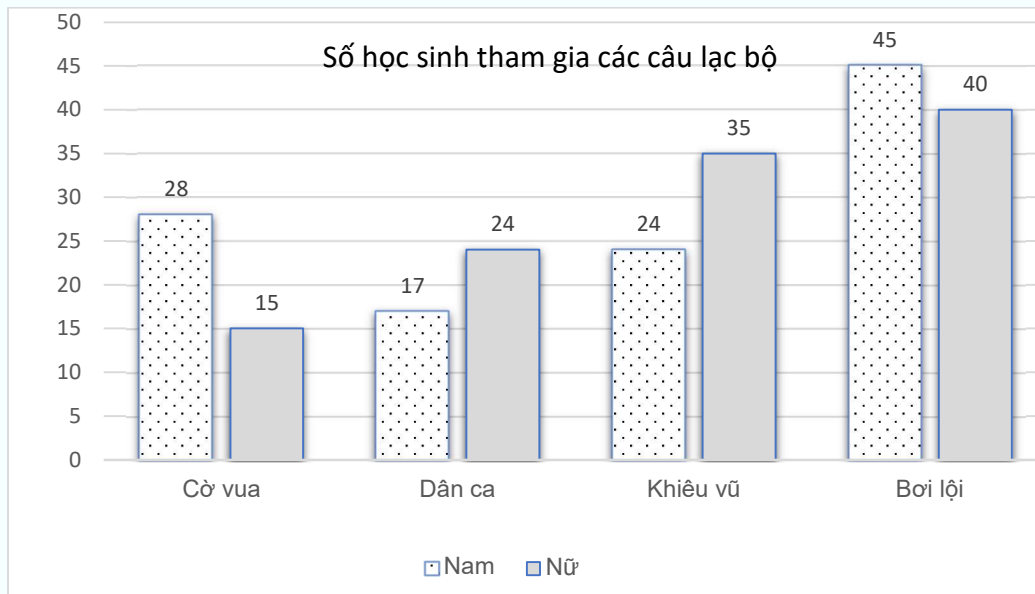
$$= (-3) \left[(-3)^2 - 3 \cdot \frac{3}{4} \right] + 2025$$

$$= \frac{8019}{4}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{8019}{4}.$$



Câu 3. (1,5 điểm) Biểu đồ cột kép bên dưới biểu diễn số học sinh khối 6 của trường THCS A trên địa bàn thành phố Hồ Chí Minh tham gia các câu lạc bộ do nhà trường tổ chức. Biết rằng mỗi bạn chỉ tham gia đúng một câu lạc bộ.



- a) Câu lạc bộ nào có sự chênh lệch nhiều nhất giữa số nam sinh và nữ sinh.
b) Chọn ngẫu nhiên một học sinh khối 6, tính xác suất của các biến cố sau:
A: “Học sinh được chọn là nữ”.
B: “Học sinh được chọn không tham gia câu lạc bộ bơi lội và câu lạc bộ khiêu vũ”.

Lời giải

- a) Từ biểu đồ ta có sự chênh lệch giữa số nam sinh và nữ sinh của:

Cờ vua là: $28 - 15 = 13$ (em); Dân ca: $24 - 17 = 7$ (em); Khiêu vũ: $35 - 24 = 11$ (em)

Bơi lội: $45 - 40 = 5$ (em)

Vậy câu lạc bộ có sự chênh lệch nhiều nhất giữa số nam sinh và nữ sinh là Cờ vua.

- b) Xét phép thử: “Chọn ngẫu nhiên một học sinh khối 6”

Ta thấy các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó là đồng khả năng

Số lượng học sinh nữ là $15 + 24 + 35 + 40 = 114$ (em) nên số kết quả thuận lợi cho biến cố A là 114

Tổng số lượng cả học sinh nam và nữ là 228 (em) nên có 228 cách chọn ra ngẫu nhiên một học sinh khối 6. Do đó $P(A) = 114 : 228 = 0,5$

Số lượng hs không tham gia câu lạc bộ bơi lội và câu lạc bộ khiêu vũ là $28 + 15 + 17 + 24 = 84$ em

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là 84. Do đó $P(B) = 84 : 228 = \frac{7}{19}$.



Câu 4. (1,0 điểm) Chợ Dân Sinh chuẩn bị được đưa vào hoạt động. Nếu mỗi gian hàng của chợ này cho thuê với mức giá 31 triệu đồng/năm (đã bao gồm phí duy trì) thì sẽ có 60 gian hàng được thuê. Theo khảo sát và nghiên cứu, nếu chợ Dân Sinh giảm giá thuê và ước tính cứ mỗi lần giảm giá thuê 1 triệu đồng/năm thì số lượng gian hàng được thuê sẽ tăng thêm 20 gian hàng. Gọi x (triệu đồng) là giá cho thuê mới.

- Viết biểu thức $P(x)$ biểu diễn theo x doanh thu của chợ Dân Sinh.
- Hỏi giá cho thuê mới của chợ Dân Sinh là bao nhiêu để lợi nhuận thu được của chợ là 245 triệu đồng? Biết phí duy trì một gian hàng của chợ Dân Sinh là 27 triệu đồng/năm.

📌 Lời giải

- So với mức giá 31 triệu đồng thì mức giá cho thuê mới sẽ giảm đi: $31 - x$ (triệu đồng)
Vì ước tính cứ giảm giá thuê 1 triệu đồng/năm thì số lượng gian hàng được thuê tăng thêm 20 (gian hàng) nên ứng với số tiền giảm $31 - x$ triệu đồng thì số lượng gian hàng được thuê thêm tăng lên là $20(31 - x) = 620 - 20x$.

Khi đó số lượng gian hàng cho thuê với mức giá thuê x (triệu đồng) là

$$60 + 620 - 20x = 680 - 20x$$

Doanh thu theo x là: $x(680 - 20x) = -20x^2 + 680x$ (triệu đồng)

- Phí duy trì cho $680 - 20x$ gian hàng là $27 \cdot (680 - 20x)$ triệu đồng

$$\text{Lợi nhuận chợ thu được là } -20x^2 + 680x - 27 \cdot (680 - 20x) = -20x^2 + 1220x - 18360$$

Theo đề bài ta có $-20x^2 + 1220x - 18360 = 245$ hay $-20x^2 + 1220x - 18605 = 0$

Giải phương trình trên ta được $x = 30,5$

Vậy giá thuê mới là 30,5 triệu đồng/năm thì lợi nhuận thu được là 245 triệu đồng/năm.

Câu 5. (1,0 điểm) Một bồn nước hình trụ có bán kính đáy là 3 m, chiều cao là 4 m. Người ta đổ nước vào trong bồn sao cho chiều cao của nước bằng đúng một nửa chiều cao của bồn. Người ta đặt vào trong bồn một phao nước có dạng hình cầu bằng kim loại không thấm nước có bán kính là 50 cm và chìm hoàn toàn trong nước.

- Hỏi khi đó mực nước trong bể cao bao nhiêu mét (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).
- Sau khi đặt vào bồn nước phao hình cầu, người ta bơm thêm nước vào bồn bằng một vòi có công suất chảy là $0,0024 \text{ m}^3$ cho mỗi giây. Hỏi sau bao nhiêu phút thì bồn đầy nước (làm tròn đến hàng đơn vị).

📌 Lời giải

- Đổi $50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$. Thể tích phao nước hình cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 0,5^3 = \frac{\pi}{6} (\text{m}^3)$

Thể tích phao chìm hoàn toàn trong nước đúng bằng thể tích tăng lên trong bồn nước hình trụ

nên ta có $\pi R^2 h_1 = \frac{\pi}{6}$ (với h_1 là chiều cao của mực nước tăng thêm, đơn vị mét)

$$\pi 3^2 \cdot h_1 = \frac{\pi}{6}$$



$$h_1 = \frac{1}{54}$$

Chiều cao mực nước trong bể ban đầu là $4 : 2 = 2$ (m)

Vậy chiều cao của mực nước trong bể khi đó cao: $2 + \frac{1}{54} \approx 2,019$ (m)

b) Thể tích nước có trong bồn lúc đầu là $V_n = \pi R^2 \cdot h = \pi 3^2 \cdot 2 = 18\pi$ (m³)

Phần thể tích không chứa nước trong bồn sau khi đặt phao nước hình cầu là

$$V = V_{\text{bồn}} - V_n - V_{\text{phao}} = \pi 3^2 \cdot 4 - 18\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{107\pi}{6} \text{ (m}^3\text{)}$$

Thể tích nước chảy vào bồn trong 1 phút là $0,0024 \cdot 60 = 0,144 \text{ m}^3$

Vậy thời gian để nước từ vòi chảy vào đầy bồn là $\frac{107\pi}{6} : 0,144 \approx 389$ phút.

Câu 6. (1,0 điểm) Một bài thi trắc nghiệm gồm 20 câu hỏi, nếu trả lời đúng thì được 5 điểm, nếu trả lời sai thì bị trừ 2 điểm, nếu bỏ qua câu trả lời thì được 0 điểm.

a) Bạn Dũng tham dự bài thi và được 47 điểm. Biết Dũng bỏ qua 5 câu. Hỏi Dũng trả lời đúng mấy câu và trả lời sai mấy câu?

b) Bạn Hoa tham dự bài thi và được 59 điểm. Hỏi Hoa trả lời đúng mấy câu, trả lời sai mấy câu và bỏ qua bao nhiêu câu?

Lời giải

a) Gọi a, b lần lượt là số câu trả lời đúng và số câu trả lời sai của bạn Dũng ($a, b \in \mathbb{N}; a, b \leq 15$)

Vì câu trả lời đúng được cộng 5 điểm và câu trả lời sai bị trừ 2 điểm nên khi Dũng đạt được 47 điểm ta có phương trình: $5a - 2b = 47$ (1)

Dũng bỏ qua 5 câu nên số câu trả lời là $20 - 5 = 15$, nên ta có $a + b = 15$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} 5a - 2b = 47 \\ a + b = 15 \end{cases}$ giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} a = 11(n) \\ b = 4(n) \end{cases}$

Vậy Dũng trả lời đúng 11 câu và trả lời sai 4 câu.

b) Gọi x, y lần lượt là số câu trả lời đúng và số câu trả lời sai của bạn Hoa ($x, y \in \mathbb{N}; x, y \leq 20$)

Vì nếu trả lời đúng thì được 5 điểm, nếu trả lời sai thì bị trừ 2 điểm, nếu bỏ qua câu trả lời thì được 0 điểm và Bạn Hoa tham dự bài thi và được 59 điểm nên $5x - 2y = 59$ hay $x = \frac{59 + 2y}{5}$

Vì Hoa chỉ được 59 điểm nên số câu trả lời sai của Hoa phải nhiều hơn 1, tức là $y > 1$

Do đó $x = \frac{59 + 2y}{5} > \frac{59 + 2 \cdot 1}{5} = 12,2$ mà x là số tự nhiên nên $x \geq 13$.

Mặt khác ta thấy $x + y \leq 20$ hay $y \leq 20 - x \leq 20 - 13 = 7$



Từ $5x - 2y = 59$ ta có thể viết lại $y = \frac{5x - 59}{2}$

Ta có bảng giá trị sau:

x	13	14	15
y	3	5,5	8
$x + y$	16	19,5	23

Trong các cặp giá trị $(x; y)$ ở bảng trên thì chỉ có $x = 13$ và $y = 3$ là thỏa mãn.

Vậy bạn Hoa trả lời đúng 13 câu, sai 3 câu và bỏ qua 4 câu.

Câu 7. (3 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$). Vẽ đường tròn tâm O đường kính AB và dây cung AD vuông góc với OC . Gọi K là chân đường vuông góc hạ từ D đến AB và E là giao điểm của DK và BC .

- Chứng minh rằng $BD \parallel OC$ và CD là tiếp tuyến của (O) .
- Đoạn thẳng BC cắt đường tròn (O) tại M ($M \neq B$). Chứng minh $CA^2 = CM \cdot CB$ và E là trung điểm của DK .
- Trong trường hợp $KD = 5\text{cm}$ và $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Tính diện tích hình quạt tròn giới hạn bởi cung nhỏ DM và hai bán kính OM, OD (độ dài làm tròn đến hàng phần trăm, góc làm tròn đến độ, diện tích làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

- Chứng minh rằng $BD \parallel OC$ và CD là tiếp tuyến của (O) .

Ta có: $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (gnt chắn nửa đường tròn (O))

Suy ra $AD \perp BD$ mà $AD \perp OC$ (gt) do đó $BD \parallel OC$

Ta có AC cắt (O) tại A và $AC \perp OA$ tại A nên AC là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

- Đoạn thẳng BC cắt đường tròn (O) tại M ($M \neq B$). Chứng minh $CA^2 = CM \cdot CB$ và E là trung điểm của DK

+ Ta có: $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (gnt chắn nửa đường tròn (O)), suy ra $AM \perp BM$

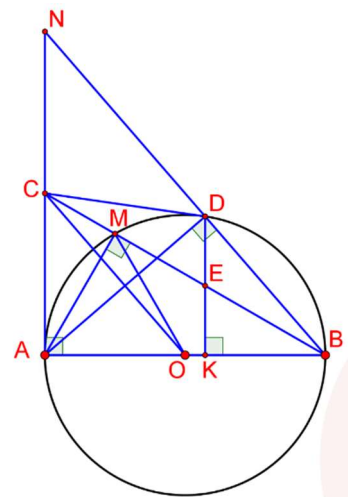
Xét $\triangle ACM$ vuông tại M và $\triangle BCA$ vuông tại A có $\widehat{ABC}$ chung

Suy ra $\triangle ACM \sim \triangle BCA$ (g.g)

Suy ra $\frac{AC}{BC} = \frac{CM}{CA}$ (tỉ số đồng dạng) hay $AC^2 = CM \cdot CB$

+ Gọi N là giao điểm của BD và AC kéo dài

Xét $\triangle AOD$ cân tại O ($OA = OD =$ bán kính (O)) có OC là đường cao nên OC cũng là đường phân giác





Suy ra $\widehat{AOC} = \widehat{COD}$. Từ đó suy ra $\triangle OAC = \triangle ODC$ (c.g.c)

Suy ra $CA = CD$ (2 cạnh tương ứng) (1). Suy ra $\triangle ACD$ cân tại C hay $\widehat{CAD} = \widehat{CDA}$

Lại có $\begin{cases} \widehat{CAD} + \widehat{AND} = 90^\circ \\ \widehat{CDN} + \widehat{ADC} = 90^\circ \end{cases}$ (2 góc phụ nhau). Do đó suy ra $\widehat{AND} = \widehat{CDN}$

Suy ra $\triangle CND$ cân tại C hay $CN = CD$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $CN = CA$ (3)

+ Ta có $DK \parallel AC$ (vì cùng vuông với AB)

Xét $\triangle BCN$ có $DE \parallel CN$ ($E \in DK, C \in AN$) suy ra $\frac{BE}{BC} = \frac{DE}{CN}$ (hệ quả Thalès) (4)

Xét $\triangle BCA$ có $KE \parallel CA$ ($E \in DK, C \in AN$) suy ra $\frac{BE}{BC} = \frac{KE}{CA}$ (hệ quả Thalès) (5)

Từ (3), (4), (5) suy ra $DE = KE$ mà $E \in DK$ nên suy ra E là trung điểm DK .

c) Trong trường hợp $KD = 5\text{cm}$ và $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Tính diện tích hình quạt tròn giới hạn bởi cung nhỏ DM và hai bán kính OM, OD (độ dài làm tròn đến hàng phần trăm, góc làm tròn đến độ, diện tích làm tròn đến hàng đơn vị).

+ Tính bán kính R

$KE = DK : 2 = 2,5\text{ cm}$. Xét $\triangle BKE$ vuông tại K có $BK = \frac{KE}{\tan 30^\circ} = \frac{2,5}{\tan 30^\circ} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

Xét $\triangle AKD$ vuông tại K và $\triangle DKB$ vuông tại K có $\widehat{DAK} = \widehat{BDK}$ (cùng phụ góc ABD)

Suy ra $\triangle AKD \sim \triangle DKB$ (g.g)

Suy ra $\frac{AK}{DK} = \frac{KD}{KB}$ hay $KA \cdot KB = KD^2 = 5^2 = 25$ suy ra $KA = 25 : KB = 25 : \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$

Suy ra $AB = KB + KA = \frac{5\sqrt{3}}{2} + \frac{10\sqrt{3}}{3} = \frac{35\sqrt{3}}{6}$ mà $AB = 2R$ nên $R = \frac{35\sqrt{3}}{3}$

+ Xét $\triangle ACB$ vuông tại A có $AC = AB \cdot \tan 30^\circ = 2R \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}R$ suy ra $AN = 2AC = \frac{4\sqrt{3}}{3}R$

Xét $\triangle ANB$ vuông tại A có $\tan \widehat{ABN} = \frac{AN}{AB} = \frac{4\sqrt{3}}{3}R : 2R = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Suy ra $\widehat{ABN} \approx 49^\circ$. Suy ra $\widehat{MBD} = \widehat{ABN} - \widehat{ABC} = 49^\circ - 30^\circ = 19^\circ$

Mà $\widehat{MBD} = \frac{1}{2}\widehat{MOD}$ (góc nt bằng nửa góc ở tâm cùng chắn cung MD)

Suy ra $\widehat{MOD} = 2 \cdot \widehat{MBD} = 38^\circ$

Khi đó diện tích hình quạt cần tìm là: $S = \frac{\pi R^2 \cdot 38^\circ}{360^\circ} \approx 135(\text{cm}^2)$.