



Bài 1. (1,5 điểm) Cho Parabol $(P): y = \frac{-x^2}{2}$.

- Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.
- Tìm tọa độ các điểm K thuộc đồ thị (P) có hoành độ bằng 2 lần tung độ.

Bài 2. (1,0 điểm) Cho phương trình: $5x^2 - 4x - 9 = 0$

- Chứng minh phương có hai nghiệm phân biệt.
- Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức:

$$A = x_1(x_1 - 3x_2) + x_2(x_2 - 7x_1) + x_1 + x_2$$

Bài 3. (1,0 điểm) Cách Tết Trung thu 2 tháng, bà Hoa nhập 100 cái bánh dẻo hạt sen và 150 cái bánh chay mè đen hết 10 230 000 đồng. Thấy bán được, bà Hoa nhập thêm 400 cái bánh dẻo hạt sen và 200 cái bánh chay mè đen (cùng giá nhập đợt đầu) hết 22 920 000 đồng.

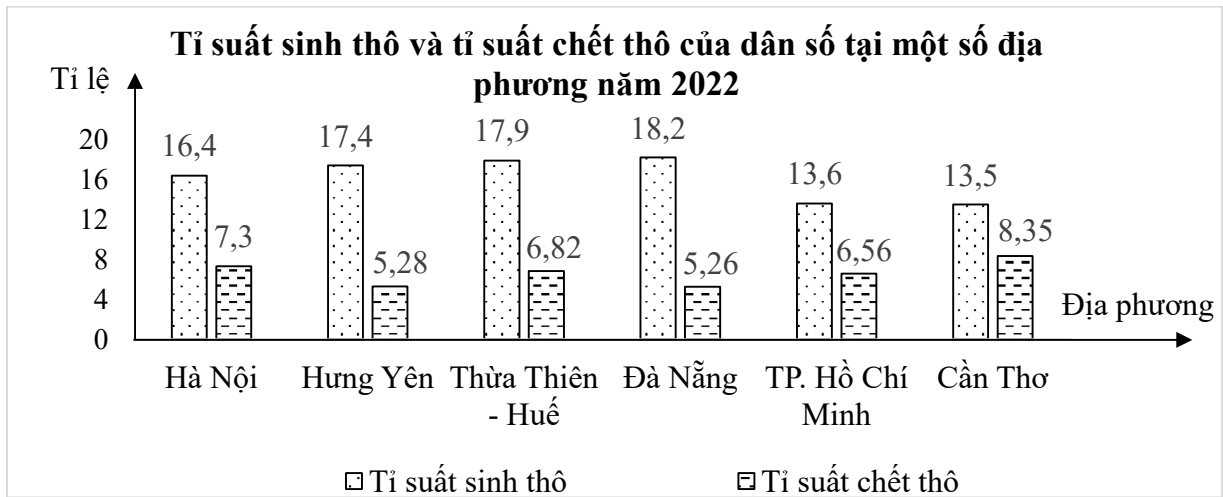
- Hỏi giá nhập của mỗi chiếc bánh dẻo hạt sen và bánh chay mè đen là bao nhiêu?
- Trước Tết Trung thu 3 ngày, bà Hoa đã bán hết bánh chay mè đen nhưng vẫn còn 100 cái bánh dẻo hạt sen. Để nhanh chóng bán hết số bánh đã nhập về, bà Hoa thực hiện chương trình khuyến mãi như sau: mua cái bánh thứ nhất bằng giá niêm yết, cái bánh thứ hai giảm 30% so với giá niêm yết, cái bánh thứ ba trở đi giảm 60% so với giá niêm yết. Bạn Mai đến cửa hàng bà Hoa mua 5 cái bánh dẻo hạt sen phải trả 145 000 đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi cái bánh dẻo hạt sen là bao nhiêu?

Bài 4. (1,0 điểm) Một người làm một đèn trang trí dạng hình chóp tứ giác đều, có độ dài cạnh bên là $x(dm)$ và có các mặt bên là tam giác đều. Tất cả các mặt của hình chóp được người ta gắn kính cường lực. Gọi $y(dm^2)$ là diện tích kính cường lực cần sử dụng.

- Em hãy viết biểu thức liên hệ giữa y và x .
- Nếu diện tích kính cường lực sử dụng để làm đèn trang trí khoảng chừng $11dm^2$. Em hãy tính độ dài cạnh đáy của đèn hình chóp tứ giác đều đó (làm tròn tới hàng đơn vị).

Bài 5. (1,5 điểm) Tỷ lệ tăng dân số tự nhiên là tỉ lệ phần nghìn (%) giữa mức chênh lệch của số sinh và số chết so với dân số trong thời kì nghiên cứu, hoặc bằng hiệu số giữa tỉ suất sinh thô (%) với tỉ suất chết thô (%) của dân số trong thời kì nghiên cứu.

Biểu đồ cột kép dưới đây biểu diễn tỉ suất sinh thô và tỉ suất chết thô của dân số tại một số địa phương năm 2022:



a) Địa phương nào có tỉ lệ tăng dân số tự nhiên lớn nhất năm 2022 trong các địa phương trên?

b) Thực hiện đề án “Chăm sóc sức khỏe sinh sản – kế hoạch hóa gia đình”, người ta chọn ngẫu nhiên 1 trong 6 địa phương trên để làm thí điểm. Tính xác suất của các biến cố sau:

A: “Địa phương được chọn có tỉ lệ tăng dân số tự nhiên lớn hơn 12%”.

B: “Địa phương được chọn có tỉ lệ tăng dân số tự nhiên không quá 10%”.

Bài 6. (1,0 điểm) Thớt là một dụng cụ sử dụng trong bếp của mỗi gia đình để thái, chặt,... Một cái thớt hình trụ có đường kính đáy 50 cm , cao 4 cm . Cho biết loại gỗ làm thớt có khối lượng riêng 540 kg/m^3 . Hỏi thớt nặng bao nhiêu gam? Công thức tính thể tích hình trụ là $V = S.h$ (S là diện tích đáy và h là chiều cao hình trụ).

Bài 7. (3 điểm) Từ một điểm A ngoài đường tròn $(O; R)$ kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với $(O; R)$ (B và C là hai tiếp điểm).

a) Chứng minh OA vuông góc với BC tại H và $AB^2 = AH.AO$.

b) Vẽ đường kính BD . Qua O , vẽ đường thẳng vuông góc với AD tại G và cắt tia BC tại E . Chứng minh DE là tiếp tuyến của (O) .

c) Nếu cho biết $OA = 6\text{ cm}$ và $R = 3\text{ cm}$. Tính phần diện tích mặt phẳng giới hạn bởi AB, AC và cung nhỏ BC của $(O; R)$ (làm tròn tới số thập phân thứ nhất)

== ★ ★ ★ ==



HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm) Cho Parabol $(P): y = \frac{-x^2}{2}$

- a) Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.
b) Tìm tọa độ các điểm K thuộc đồ thị (P) có hoành độ bằng 2 lần tung độ.

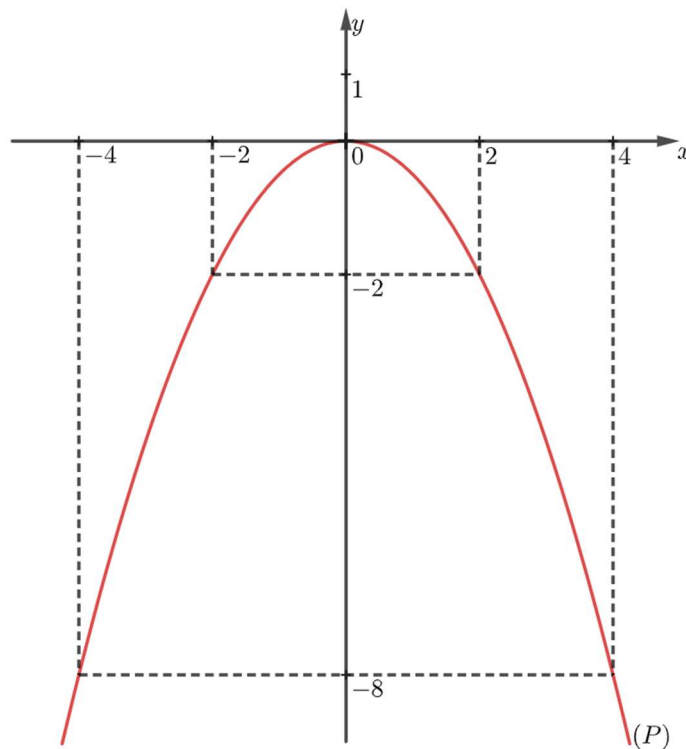
❑ Lời giải

- a) Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

BGT:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{-x^2}{2}$	-8	-2	0	-2	-8

Đồ thị của hàm số $y = \frac{-x^2}{2}$



- b) Tọa độ các điểm (K) thuộc đồ thị (P) có dạng $\left(x; \frac{-x^2}{2}\right)$

Vì hoành độ bằng 2 lần tung độ nên ta có $x = 2 \cdot \frac{-x^2}{2}$

Giải phương trình ta được $x = 0$ hoặc $x = -1$

Với $x = 0$ thì $y = 0$.

Với $x = -1$ thì $y = -\frac{1}{2}$

Vậy tọa độ các điểm K là $(0;0)$ và $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$.



Câu 2. (1,0 điểm) Cho phương trình: $5x^2 - 4x - 9 = 0$.

- a) Chứng minh phương có hai nghiệm phân biệt.
b) Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức:

$$A = x_1(x_1 - 3x_2) + x_2(x_2 - 7x_1) + x_1 + x_2$$

🔑 Lời giải

- a) Chứng minh phương có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Ta có: } \Delta = (-4)^2 + 4.5.9 = 196 > 0$$

Nên phương có hai nghiệm phân biệt.

- b) Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức:

$$A = x_1(x_1 - 3x_2) + x_2(x_2 - 7x_1) + x_1 + x_2$$

$$\text{Theo định lí Viète ta có } x_1 + x_2 = \frac{4}{5} \text{ và } x_1 \cdot x_2 = \frac{-9}{5}$$

$$A = x_1(x_1 - 3x_2) + x_2(x_2 - 7x_1) + x_1 + x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 12x_1x_2 + (x_1 + x_2)$$

$$A = \left(\frac{4}{5}\right)^2 - 12 \cdot \frac{-9}{5} + \frac{4}{5} = \frac{576}{25}$$

Câu 3. (1,0 điểm) Cách Tết Trung thu 2 tháng, bà Hoa nhập 100 cái bánh dẻo hạt sen và 150 cái bánh chay mè đen hết 10230000 đồng. Thấy bán được, bà Hoa nhập thêm 400 cái bánh dẻo hạt sen và 200 cái bánh chay mè đen (cùng giá nhập đợt đầu) hết 22920000 đồng.

- a) Hỏi giá nhập của mỗi chiếc bánh dẻo hạt sen và bánh chay mè đen là bao nhiêu?
b) Trước Tết Trung thu 3 ngày, bà Hoa đã bán hết bánh chay mè đen nhưng vẫn còn 100 cái bánh dẻo hạt sen. Để nhanh chóng bán hết số bánh đã nhập về, bà Hoa thực hiện chương trình khuyến mại như sau: mua cái bánh thứ nhất bằng giá niêm yết, cái bánh thứ hai giảm 30% so với giá niêm yết, cái bánh thứ ba trở đi giảm 60% so với giá niêm yết. Bạn Mai đến cửa hàng bà Hoa mua 5 cái bánh dẻo hạt sen phải trả 145000 đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi cái bánh dẻo hạt sen là bao nhiêu?

🔑 Lời giải

- a) Gọi giá nhập của mỗi chiếc bánh dẻo hạt sen và bánh chay mè đen là x (đồng) và y (đồng).

Điều kiện x, y nguyên dương.

Vì bà Hoa nhập 100 cái bánh dẻo hạt sen và 150 cái bánh chay mè đen hết 10230000 đồng nên ta có phương trình: $100x + 150y = 10230000$ (1)

Vì bà Hoa nhập 400 cái bánh dẻo hạt sen và 200 cái bánh chay mè đen hết 22920000 đồng nên ta có phương trình: $400x + 200y = 22920000$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 100x + 150y = 10230000 \\ 400x + 200y = 22920000 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x = 34800 \\ y = 45000 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).



Vậy giá nhập của mỗi chiếc bánh dẻo hạt sen và bánh chay mè đen là 34800 (đồng) và 45000 (đồng).

b) Gọi giá niêm yết của mỗi các bánh dẻo hạt sen là x (đồng). Điều kiện x nguyên dương.

Vì bạn Mai đến cửa hàng bàn Hoa mua 5 cái bánh dẻo hạt sen phải trả 145000 đồng nên ta có phương trình: $x + x.(1 - 30\%) + 2x.(1 - 60\%) = 145000$

Giải phương trình ta được $x = 58000$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy giá niêm yết của mỗi cái bánh dẻo hạt sen là 58000 (đồng).

Câu 4. (1,0 điểm) Một người làm một đèn trang trí dạng hình chóp tứ giác đều, có độ dài cạnh bên là x (dm) và có các mặt bên là tam giác đều. Tất cả các mặt của hình chóp được người ta gắn kính cường lực. Gọi y (dm²) là diện tích kính cường lực cần sử dụng.

a) Em hãy viết biểu thức liên hệ giữa y và x .

b) Nếu diện tích kính cường lực sử dụng để làm đèn trang trí khoảng chừng 11 dm². Em hãy tính độ dài cạnh đáy của đèn hình chóp tứ giác đều đó (làm tròn tới hàng đơn vị).

🔑 Lời giải

a) Diện tích toàn phần của hình chóp tứ giác đều là:

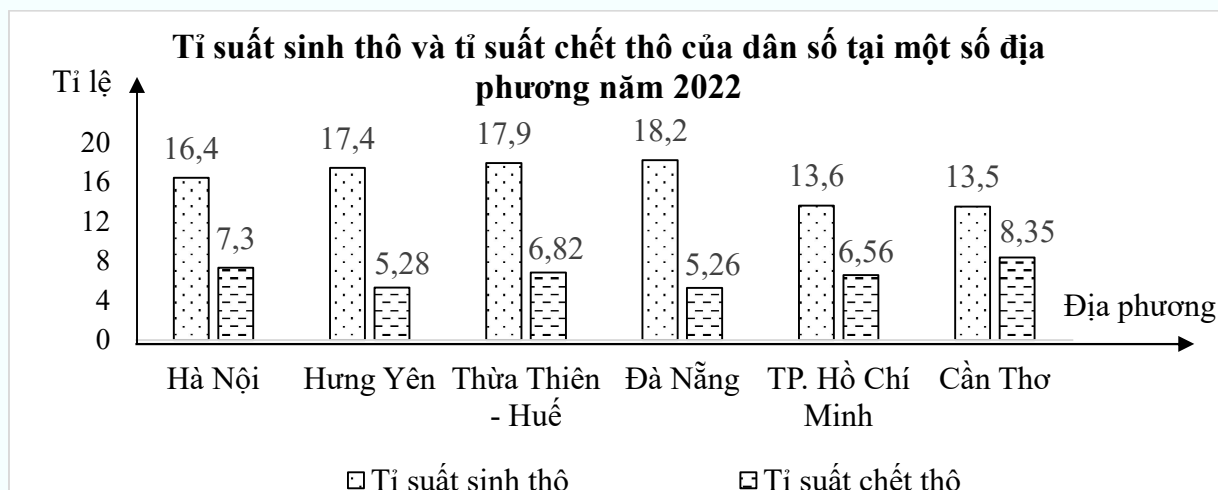
$$y = 4 \cdot \left(\frac{1}{2} x \frac{x\sqrt{3}}{2} \right) + x^2 = (\sqrt{3} + 1) \cdot x^2$$

b) Thay $y = 11$ vào công thức trên ta được $(\sqrt{3} + 1)x^2 = 11$ nên $x \approx 2$ dm

Vậy độ dài cạnh hình chóp tứ giác đều đó dài khoảng 2 dm

Câu 5. (1,5 điểm) Tỷ lệ tăng dân số tự nhiên là tỉ lệ phần nghìn (%) giữa mức chênh lệch của số sinh và số chết so với dân số trong thời kì nghiên cứu, hoặc bằng hiệu số giữa tỉ suất sinh thô (%) với tỉ suất chết thô (%) của dân số trong thời kì nghiên cứu.

Biểu đồ cột kép dưới đây biểu diễn tỉ suất sinh thô và tỉ suất chết thô của dân số tại một số địa phương năm 2022:



- Địa phương nào có tỉ lệ tăng dân số tự nhiên lớn nhất năm 2022 trong các địa phương trên?
- Thực hiện đề án “Chăm sóc sức khỏe sinh sản – kế hoạch hóa gia đình”, người ta chọn ngẫu nhiên 1 trong 6 địa phương trên để làm thí điểm. Tính xác suất của các biến cố sau:
A: “Địa phương được chọn có tỉ lệ tăng dân số tự nhiên lớn hơn 12 %”.



B: “Địa phương được chọn có tỉ lệ tăng dân số tự nhiên không quá 10 %.

❑ Lời giải

a) Tỷ lệ tăng dân số tự nhiên của một số địa phương năm 2022 :

Địa phương	Tỉ suất sinh thô	Tỉ suất chết thô	Tỉ lệ tăng dân số tự nhiên
Hà Nội	16,4 %	7,3 %	9,1 %
Hưng Yên	17,4 %	5,28 %	12,12 %
Thừa Thiên – Huế	17,9 %	6,82 %	11,08 %
Đà Nẵng	18,2 %	5,26 %	12,94 %
TP. Hồ Chí Minh	13,6 %	6,56 %	7,04 %
Cần Thơ	13,5 %	8,35 %	5,15 %

Địa phương có tỷ lệ tăng dân số tự nhiên lớn nhất năm 2022 là Đà Nẵng.

b) Không gian mẫu: $\Omega = \{\text{Hà Nội; Hưng Yên; Thừa Thiên – Huế; Đà Nẵng; TP. Hồ Chí Minh; Cần Thơ}\}$. Suy ra $n(\Omega) = 6$.

Vì chọn ngẫu nhiên nên mỗi địa phương đều có 6 địa phương có cùng khả năng được chọn. Có 2 địa phương có tỉ lệ tăng dân số tự nhiên lớn hơn 12 % là Hưng Yên và Đà Nẵng nên có 2 kết quả thuận lợi cho A. Suy ra $n(A) = 2$. Vậy xác suất của biến cố A là

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Có 3 địa phương có tỉ lệ tăng dân số tự nhiên không quá 10 % là Hà Nội; TP. Hồ Chí Minh và Cần Thơ nên có 3 kết quả thuận lợi cho B. Suy ra $n(B) = 3$. Vậy xác suất của biến cố B là

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Câu 6. (1,0 điểm) Thớt là một dụng cụ sử dụng trong bếp của mỗi gia đình để thái, chặt,... Một cái thớt hình trụ có đường kính đáy 50 cm, cao 4 cm.

Cho biết loại gỗ làm thớt có khối lượng riêng 540 kg/m³. Hỏi thớt nặng bao nhiêu gam? Công thức tính thể tích hình trụ là $V = S.h$ (S là diện tích đáy và h là chiều cao hình trụ).

❑ Lời giải

Thể tích của thớt là $V = 25^2 \pi .4 = 2500\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Khối lượng của thớt là $\frac{2500\pi}{1000000} .540 \approx 4,241 \text{ (Kg)} = 4241 \text{ (g)}$

Câu 7. (3,0 điểm) Từ một điểm A ngoài đường tròn $(O;R)$ kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với $(O;R)$ (B và C là hai tiếp điểm).

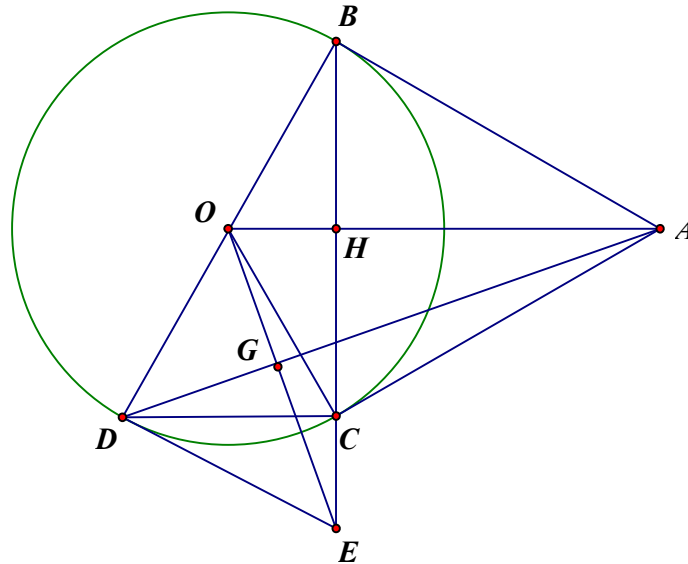
a) Chứng minh OA vuông góc với BC tại H và $AB^2 = AH.AO$.

b) Vẽ đường kính BD . Qua O , vẽ đường thẳng vuông góc với AD tại G và cắt tia BC tại E .

Chứng minh DE là tiếp tuyến của (O) .

c) Nếu cho biết $OA = 6 \text{ cm}$ và $R = 3 \text{ cm}$. Tính phần diện tích mặt phẳng giới hạn bởi AB, AC và cung nhỏ BC của $(O;R)$ (làm tròn tới số thập phân thứ nhất).

❑ Lời giải



a) Ta có: $OB = OC (= R)$ và $AB = AC$ (AB, AC là hai tiếp tuyến của (O))

Suy ra OA là trung trực của BC .

Suy ra OA vuông góc với BC tại H .

Xét $\triangle ABO$ và $\triangle AHB$ có $\widehat{BAO}$ (chung)

$$\widehat{ABO} = \widehat{AHB} = 90^\circ$$

Suy ra $\triangle ABO$ đồng dạng với $\triangle AHB$ (g.g)

$$\text{Suy ra: } \frac{AB}{AH} = \frac{AO}{AB}$$

$$\text{Vậy } AB^2 = AH \cdot AO$$

b) Chứng minh được: $OB^2 = OH \cdot OA$

$$OH \cdot OA = OG \cdot OE$$

$$OB = OD = R$$

$$\text{Suy ra: } OD^2 = OG \cdot OE$$

Chứng minh được $\triangle ODG$ đồng dạng với $\triangle OED$ (c.g.c)

Suy ra $\triangle OED$ vuông tại D

Vậy ED là tiếp tuyến của (O) .

c) Tính được $\widehat{BAO} = 120^\circ$

$$S_{\text{quat}BOC} = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 120^\circ}{360^\circ} = 3\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

Áp dụng định lý Pythagore cho $\triangle OAB$ vuông tại B ta có:

$$AB = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$S_{ABOC} = 2S_{ABO} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{3} \cdot 3 = 9\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Gọi } S \text{ là diện tích cần tìm, } S = 9\sqrt{3} - 3\pi \approx 6,2 \text{ cm}^2$$

=== ★ ★ ★ ===