

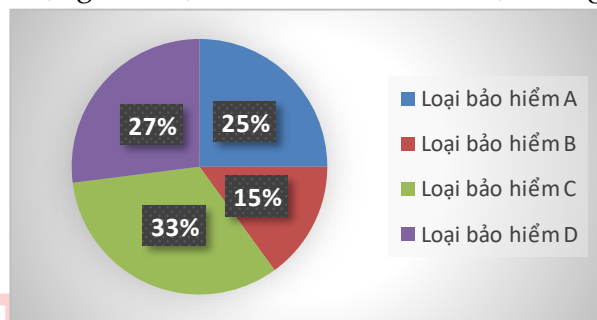
Bài 1. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ có đồ thị (P) .

- Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ các điểm thuộc (P) có tung độ bằng 18.

Bài 2. (1,0 điểm) Cho phương trình $2x^2 - 7x + 4 = 0$.

- Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
- Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1(3x_2 + x_1) + x_2^2$

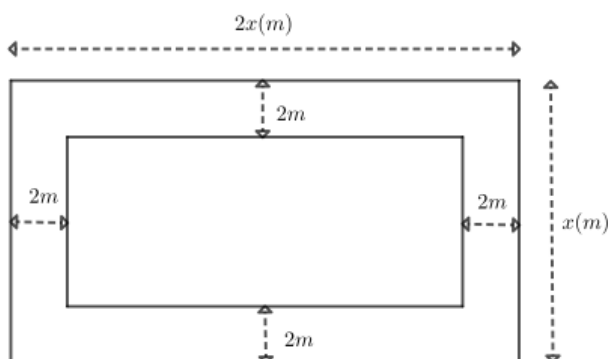
Bài 3. (1,0 điểm) Biểu đồ tròn cho biết tỉ lệ về số lượng các loại bảo hiểm đã bán được trong tháng 4/2025 của một công ty. Biết rằng trong tháng này, công ty đã bán được 300 gói bảo hiểm các loại cho 300 khách hàng khác nhau.



- Tính số lượng cụ thể của mỗi loại bảo hiểm mà công ty đã bán được trong tháng 4/2025?
- Bộ phận chăm sóc khách hàng chọn ngẫu nhiên một khách hàng đã mua bảo hiểm của công ty trong tháng 4/2025 để khảo sát. Tính xác suất của biến cố: “Khách hàng được chọn không mua loại bảo hiểm B”.

Bài 4. (0,75 điểm) Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài là $2x$ (m) và chiều rộng là x (m), $x > 4$. Bác Ba làm một lối đi quanh khu vườn rộng 2 mét như hình vẽ. Phần đất còn lại (phần in đậm) dùng để trồng hoa.

- Viết biểu thức theo x biểu diễn diện tích phần đất dùng để trồng hoa và thu gọn biểu thức đó.
- Giả sử diện tích phần đất trồng hoa là 4800 m^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn.



Bài 5. (1,0 điểm) Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ chứa vừa khít 4 quả bóng tennis có dạng hình cầu như Hình 1. Biết diện tích bề mặt mỗi quả bóng tennis là $132,67 \text{ (cm}^2\text{)}$.

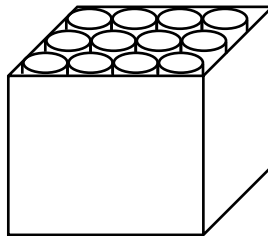
a) Tính bán kính của mỗi quả bóng tennis.

b) Nhà sản xuất thường sử dụng các thùng giấy hình hộp chữ nhật (có nắp) để chứa 12 hộp tennis sao cho các hộp tennis được xếp vừa khít trong thùng giấy như Hình 2. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu m^2 giấy để thiết kế một thùng như trên (giả sử các mép nối không đáng kể).

Các kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm.



Hình 1

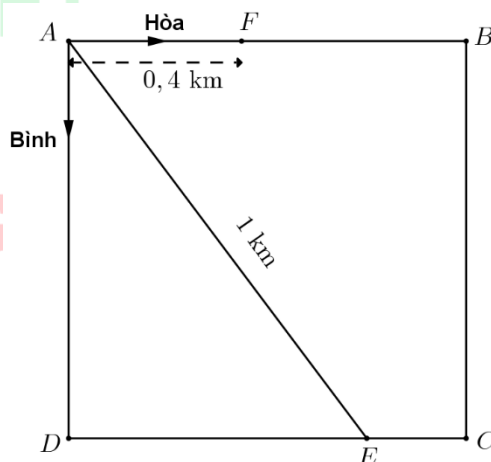


Hình 2

Cho biết diện tích bề mặt hình cầu là $S = 4\pi R^2$ với R là bán kính hình cầu.

Diện tích toàn phần hình hộp chữ nhật là $S_{tp} = 2(ab + bc + ca)$ với a, b, c lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao của hình hộp chữ nhật.

Bài 6. (1,0 điểm) Từ vị trí A của một công viên có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh a (km), hai bạn Hòa và Bình bắt đầu chạy bộ cùng lúc với vận tốc không đổi dọc theo các cạnh của hình vuông và theo hai hướng khác nhau. Biết rằng, hai bạn gặp nhau lần thứ nhất tại vị trí E cách A một khoảng bằng 1 km và gặp lại nhau lần thứ hai tại vị trí F cách A một khoảng bằng 0,4 km như hình vẽ. Gọi x, y (km) lần lượt là vận tốc của Hòa và Bình.



a) Chứng minh rằng $\frac{x}{y} = \frac{AB + BC + CE}{AD + DE}$.

b) Tìm giá trị của a .

Bài 7. (1,0 điểm) Từ điểm A nằm bên ngoài đường tròn $(O; R)$ với $OA = 2R$, kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Vẽ đường kính BD của đường tròn (O) . Gọi E là giao điểm thứ hai của đường thẳng AD với (O) . Đường thẳng BC và AO cắt nhau tại H .

a) Chứng minh: $\triangle BDE$ vuông và $ABHE$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng: $OD^2 = OH.OA$ và $HDO = HBE$.

c) Tính theo R chu vi và diện tích của tam giác $\triangle DHE$.

===[?][?][?]==

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 8. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ có đồ thị (P) .

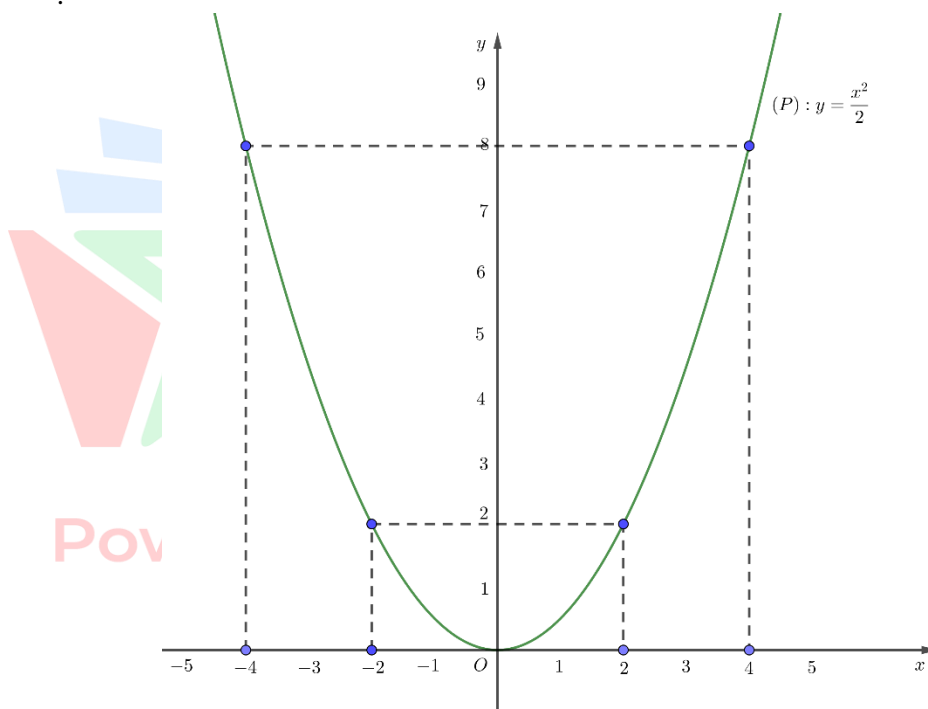
- c) Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ.
d) Tìm tọa độ các điểm thuộc (P) có tung độ bằng 18.

Lời giải

a) Bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{x^2}{2}$	8	2	0	2	8

Đồ thị hàm số:



b) Gọi điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán là $M(x;18)$. Do M nằm trên (P) nên ta có:

$$18 = \frac{x^2}{2}$$

$$x^2 = 36$$

$$x = 6 \text{ hoặc } x = -6$$

Vậy điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán là $M_1(6;18)$ và $M_2(-6;18)$

Lời giải

(Giáo viên: Mr. Trình)

Bài 9. (1,0 điểm) Cho phương trình $2x^2 - 7x + 4 = 0$.

- c) Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
- d) Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1(3x_2 + x_1) + x_2^2$

Lời giải

- a) Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4.2.4 = 17 > 0$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

- b) Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1(3x_2 + x_1) + x_2^2$

Vì phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Theo định lý Viète ta có:

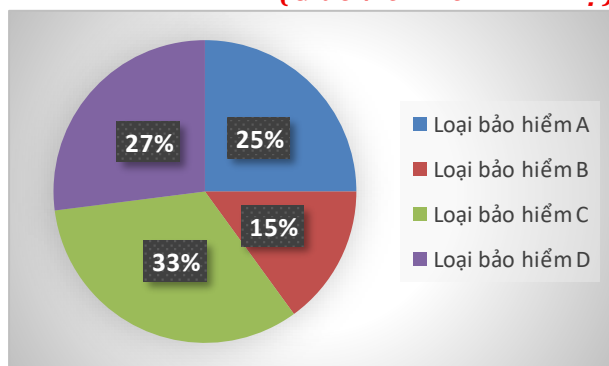
$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{7}{2} \text{ và } x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 2$$

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= x_1(3x_2 + x_1) + x_2^2 \\ &= 3x_1x_2 + x_1^2 + x_2^2 \\ &= 3x_1x_2 + (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 \\ &= (x_1 + x_2)^2 + x_1x_2 \\ &= \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 2 \\ &= \frac{57}{4} \end{aligned}$$

(Giáo viên: Lê Minh Nhị)

Bài 10. (1,0 điểm) Biểu đồ tròn cho biết tỉ lệ về số lượng các loại bảo hiểm đã bán được trong tháng 4/2025 của một công ty. Biết rằng trong tháng này, công ty đã bán được 300 gói bảo hiểm các loại cho 300 khách hàng khác nhau.



- c) Tính số lượng cụ thể của mỗi loại bảo hiểm mà công ty đã bán được trong tháng 4/2025 ?
- d) Bộ phận chăm sóc khách hàng chọn ngẫu nhiên một khách hàng đã mua bảo hiểm của công ty trong tháng 4/2025 để khảo sát. Tính xác suất của biến cố: “Khách hàng được chọn không mua loại bảo hiểm B”.

Lời giải

- a) Số lượng loại bảo hiểm A là

$$300.25\% = 75 \text{ (gói)}$$

Số lượng loại bảo hiểm B là

$$300.15\% = 45 \text{ (gói)}$$

Số lượng loại bảo hiểm C là

$$300.33\% = 99 \text{ (gói)}$$

Số lượng loại bảo hiểm D là

$$300.27\% = 81 \text{ (gói)}$$

- b) Theo đề công ty đã bán được 300 gói bảo hiểm các loại cho 300 khách hàng khác nhau nên $n(\Omega) = 300$

Theo đề bộ phận chăm sóc khách hàng chọn ngẫu nhiên một khách hàng đã mua bảo hiểm của công ty trong tháng 4/2025 để khảo sát nên các kết quả đồng khả năng

Biến cố A: “Khách hàng được chọn không mua loại bảo hiểm B” nên kết quả thuận lợi cho biến cố A là khách hàng mua bảo hiểm A; C; D

$$n(A) = 75 + 45 + 99 = 255$$

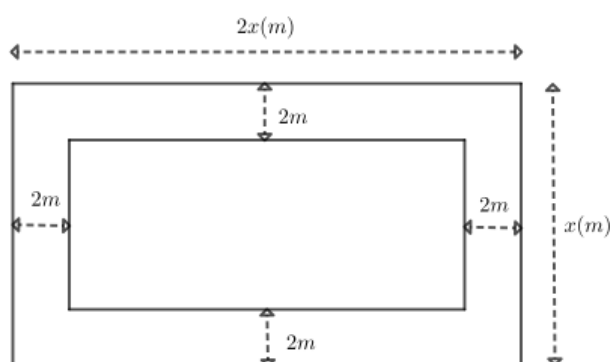
Xác suất của biến cố A là:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{255}{300} = 0,85$$

(Giáo viên: Ngọc Hân – Han Ha)

Bài 11. (0,75 điểm) Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài là $2x$ (m) và chiều rộng là x (m), $x > 4$. Bác Ba làm một lối đi quanh khu vườn rộng 2 mét như hình vẽ. Phần đất còn lại (phần in đậm) dùng để trồng hoa.

- a) Viết biểu thức theo x biểu diễn diện tích phần đất dùng để trồng hoa và thu gọn biểu thức đó.
- b) Giả sử diện tích phần đất trồng hoa là 4800 m^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn.



Lời giải

a) Chiều dài mảnh đất còn lại: $2x - 2 - 2 = 2x - 4$

Chiều rộng mảnh đất còn lại: $x - 2 - 2 = x - 4$

Diện tích phần đất dùng để trồng hoa: $(2x - 4)(x - 4) = 2x^2 - 12x + 16 \text{ (m}^2\text{)}$

b) Diện tích phần đất trồng hoa là 4800 m^2 :

$$2x^2 - 12x + 16 = 4800$$

$$2x^2 - 12x - 4784 = 0$$

Giải phương trình, ta được: $x = 52$ hoặc $x = -46$.

Vì $x > 0$ nên $x = 52$ thỏa điều kiện.

Vậy chiều dài khu vườn: $2.52 = 104 \text{ (m)}$

Và chiều rộng khu vườn: 52 (m)

(Giáo viên: Huỳnh Đức Hòa)

Bài 12. 1,0 điểm) Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ chứa vừa khít 4 quả bóng tennis có dạng hình cầu như Hình 1. Biết diện tích bề mặt mỗi quả bóng tennis là $132,67 \text{ (cm}^2\text{)}$.

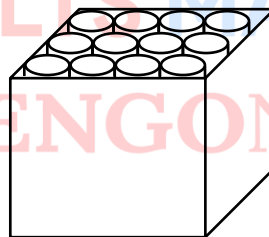
a) Tính bán kính của mỗi quả bóng tennis.

b) Nhà sản xuất thường sử dụng các thùng giấy hình hộp chữ nhật (có nắp) để chứa 12 hộp tennis sao cho các hộp tennis được xếp vừa khít trong thùng giấy như Hình 2. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu m^2 giấy để thiết kế một thùng như trên (giả sử các mép nối không đáng kể).

Các kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm.



Hình 1



Hình 2

Cho biết diện tích bề mặt hình cầu là $S = 4\pi R^2$ với R là bán kính hình cầu.

Diện tích toàn phần hình hộp chữ nhật là $S_{tp} = 2(ab + bc + ca)$ với a, b, c lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao của hình hộp chữ nhật.

Lời giải

a) Bán kính của mỗi quả bóng tennis là

$$S = 4\pi R^2$$

$$132,67 = 4\pi R^2$$

$$R^2 = \frac{132,67}{4\pi}$$

$$R \approx 3,25 \text{ (cm)}.$$

b) Đường kính của mỗi quả bóng là

$$3,25.2 = 6,5(cm).$$

Chiều dài thùng giấy hình hộp chữ nhật là

$$6,5.4 = 26(cm).$$

Chiều rộng thùng giấy hình hộp chữ nhật là

$$6,5.3 = 19,5(cm).$$

Chiều cao thùng giấy hình hộp chữ nhật là

$$6,5.4 = 26(cm).$$

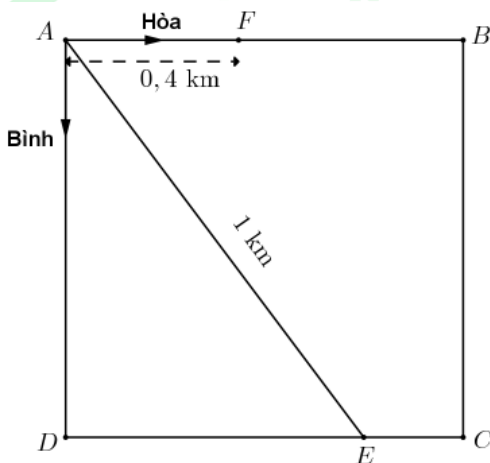
Diện tích thùng giấy toàn phần hình hộp chữ nhật là

$$2.(26.19,5 + 19,5.26 + 26.26) = 3380(cm^2) = 0,3380(m^2) \approx 0,34(m^2).$$

Vậy cần tối thiểu $0,34m^2$ giấy để thiết kế một thùng như trên.

(Giáo viên: Phạm Ngọc Mạnh)

Bài 13. (1,0 điểm) Từ vị trí A của một công viên có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh a (km), hai bạn Hòa và Bình bắt đầu chạy bộ cùng lúc với vận tốc không đổi dọc theo các cạnh của hình vuông và theo hai hướng khác nhau. Biết rằng, hai bạn gặp nhau lần thứ nhất tại vị trí E cách A một khoảng bằng 1 km và gặp lại nhau lần thứ hai tại vị trí F cách A một khoảng bằng 0,4 km như hình vẽ. Gọi x, y (km) lần lượt là vận tốc của Hòa và Bình.



a) Chứng minh rằng $\frac{x}{y} = \frac{AB + BC + CE}{AD + DE}$.

b) Tìm giá trị của a .

Lời giải

a) Khi gặp nhau lần thứ nhất:

Quãng đường Hoà đã đi : $AB + BC + CE(km)$

Suy ra thời gian Hoà đã đi : $\frac{AB + BC + CE}{x}(giờ)$

Quãng đường Bình đã đi : $AD + DE(km)$

Suy ra thời gian Bình đã đi : $\frac{AD + DE}{y}(giờ)$

Vì hai bạn chạy bộ cùng lúc nên khi gặp nhau lần thứ nhất tại E thì thời gian đã đi của hai bạn bằng nhau nên :

$$\frac{AB+BC+CE}{x} = \frac{AD+DE}{y} \text{ hay } \frac{x}{y} = \frac{AB+BC+CE}{AD+DE} (\text{đpcm})$$

b) Vì $AB > AF$ nên $a > 0,4$.

Vì $AD < AE$ (quan hệ đường xiên – đường vuông góc) nên $a < 1$.

Quãng đường Hòa đã chạy khi đến F là $AB+BC+CD+DA+AF=4a+0,4$ (km)

Quãng đường Bình đã chạy khi đến F là $AD+DC+CB+BF=3a+a-0,4=4a-0,4$ (km)

Thời gian Hòa chạy đến F là $\frac{4a+0,4}{x}$ (giờ)

Thời gian Bình chạy đến F là $\frac{4a-0,4}{y}$ (giờ)

Vì thời gian chạy của hai bạn là như nhau nên ta có $\frac{4a+0,4}{x} = \frac{4a-0,4}{y}$

$$\frac{x}{y} = \frac{4a+0,4}{4a-0,4} \quad (1)$$

Xét $\triangle ADE$ vuông tại D ta có $AE^2 = AD^2 + DE^2$ (định lý Pythagore)

$$1^2 = a^2 + DE^2$$

$$DE = \sqrt{1-a^2} \text{ (km)}$$

Suy ra $CE = CD - DE = a - \sqrt{1-a^2}$ (km)

$$\text{Ta có } \frac{x}{y} = \frac{AB+BC+CE}{AD+DE} = \frac{2a+a-\sqrt{1-a^2}}{a+\sqrt{1-a^2}} = \frac{3a-\sqrt{1-a^2}}{a+\sqrt{1-a^2}} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } \frac{4a+0,4}{4a-0,4} = \frac{3a-\sqrt{1-a^2}}{a+\sqrt{1-a^2}}$$

$$(4a+0,4)(a+\sqrt{1-a^2}) = (4a-0,4)(3a-\sqrt{1-a^2})$$

$$4a^2 + 4a\sqrt{1-a^2} + 0,4a + 0,4\sqrt{1-a^2} = 12a^2 - 4a\sqrt{1-a^2} - 1,2a + 0,4\sqrt{1-a^2}$$

$$-8a^2 + 8a\sqrt{1-a^2} + 1,6a = 0$$

$$8a(-a + \sqrt{1-a^2} + 0,2) = 0$$

$$-a + \sqrt{1-a^2} + 0,2 = 0 \text{ (vì } a > 0,4)$$

$$\sqrt{1-a^2} = a - 0,2$$

$$\text{Bình phương hai vế ta có } 1-a^2 = (a-0,2)^2$$

$$1-a^2 = a^2 - 0,4a + 0,04$$

$$2a^2 - 0,4a - 0,96 = 0$$

Giải phương trình trên ta có nghiệm $a = 0,8$ (thỏa mãn); $a = -0,6$ (không thỏa mãn)

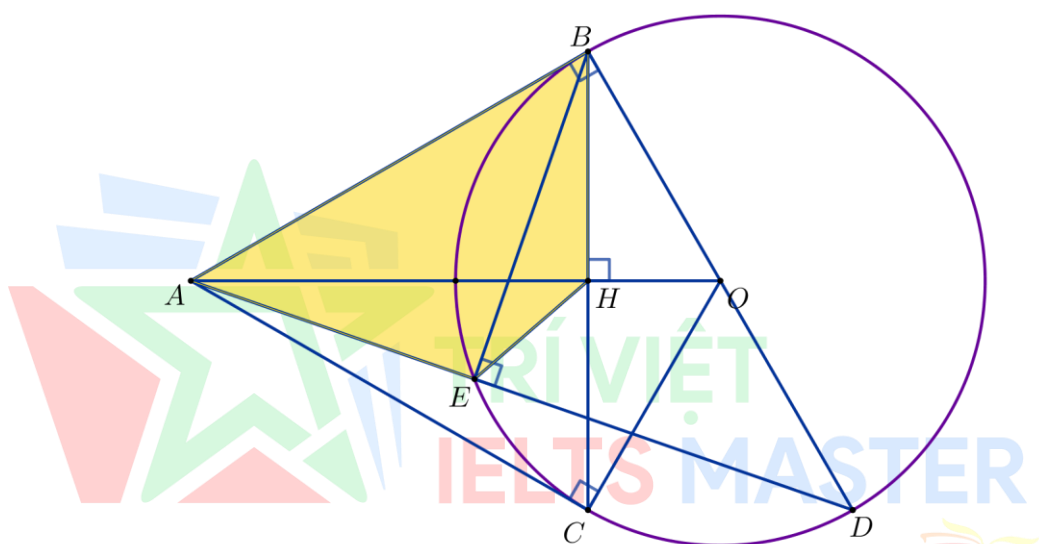
Vậy $a = 0,8$.

Bài 14. (1,0 điểm) Từ điểm A nằm bên ngoài đường tròn $(O; R)$ với $OA = 2R$, kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Vẽ đường kính BD của đường tròn (O) . Gọi E là giao điểm thứ hai của đường thẳng AD với (O) . Đường thẳng BC và AO cắt nhau tại H .

- d) Chứng minh: $\triangle BDE$ vuông và $ABHE$ là tứ giác nội tiếp.
 e) Chứng minh rằng: $OD^2 = OH.OA$ và $HDO = HBE$.
 f) Tính theo R chu vi và diện tích của tam giác $\triangle DHE$.

Lời giải

- a) Chứng minh: $\triangle BDE$ vuông và $ABHE$ là tứ giác nội tiếp.



Ta có: $\angle BED = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa (O) đường kính BD)
 Nên $\triangle BDE$ vuông tại E .

Xét (O) , ta có:

$$AB = AC \text{ (t/c hai tiếp tuyến cắt nhau tại } A \text{)}$$

$$OB = OC \text{ (cùng bằng } R_{(O)})$$

Nên AO là đường trung trực của BC

$$\Rightarrow AO \perp BC \text{ tại trung điểm } H.$$

Ta có $\triangle AHB$ vuông tại H ($AO \perp BC$)

Nên $\triangle AHB$ nội tiếp đường tròn đường kính AB (1).

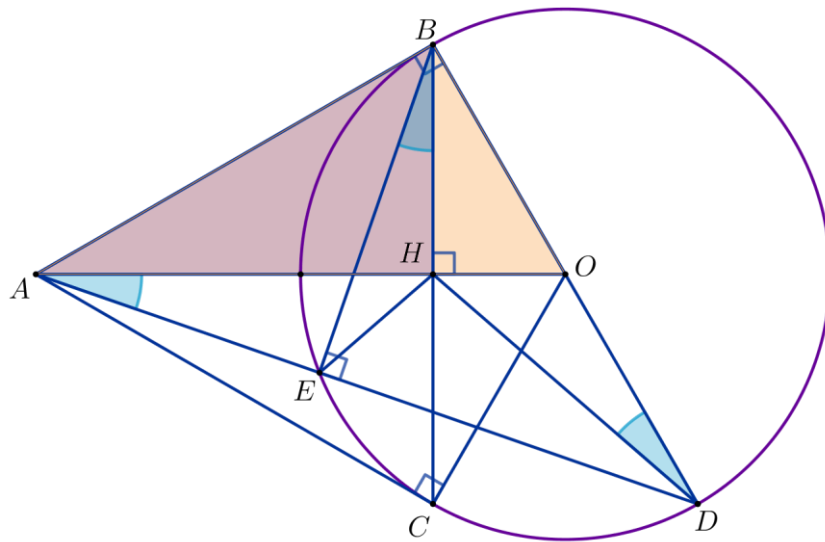
Ta có $\triangle AEB$ vuông tại E ($AD \perp BE$)

Nên $\triangle AEB$ nội tiếp đường tròn đường kính AB (2).

Từ (1) và (2) suy ra: Tứ giác $ABHE$ nội tiếp đường tròn đường kính AB .



b) Chứng minh rằng: $OD^2 = OH.OA$ và $HDO = HBE$.



Xét $\triangle OBA$ và $\triangle OHB$, ta có:

$$OBA = OHB (= 90^\circ)$$

BOA (góc chung)

$$\Rightarrow \triangle ABO \cong \triangle AHB \text{ (g.g.)}$$

$$\Rightarrow \frac{OB}{OH} = \frac{AO}{OB} \text{ (tỉ số đồng dạng)}$$

$$\Rightarrow OB^2 = OH.OA$$

Mà: $OB = OD = R_{(o)}$

Nên: $OD^2 = OH.OA$.

$$\Rightarrow \frac{OD}{OH} = \frac{OA}{OD}$$

Xét $\triangle ODA$ và $\triangle OHD$, ta có:

$$\frac{OD}{OH} = \frac{OA}{OD} \text{ (cmt)}$$

AOD (góc chung)

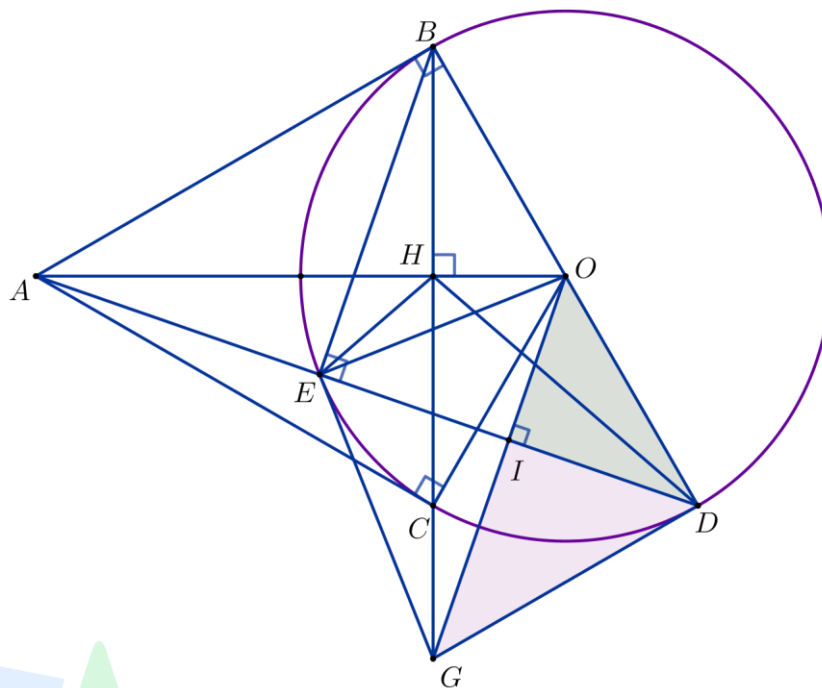
$$\Rightarrow \Delta ODA \# \Delta OHD \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow OAD = ODH \text{ (góc tương ứng)}$$

Mà: $\widehat{OAD} = \widehat{HBE}$ (tứ giác $ABHE$ nội tiếp)

Nên: $HDO = HBE (= OAD)$.

c) Tính theo R chu vi và diện tích của tam giác $\triangle DHE$.



Gọi I là trung điểm của DE .

Gọi G là giao điểm của OI và BC .

Ta có: $OE = OD = R_{(O)}$

Nên: $\triangle ODE$ cân tại O

Mà: OI là đường trung tuyến

Nên: OI là đường cao của $\triangle ODE$.

Xét $\triangle OHG$ và $\triangle OIA$, ta có:

$$\angle OHG = \angle OIA (= 90^\circ)$$

$\angle GOA$ (góc chung)

$$\Rightarrow \triangle OHG \sim \triangle OIA \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{OH}{OI} = \frac{OG}{OA} \text{ (tỉ số đồng dạng)}$$

$$\Rightarrow OH.OA = OI.OG$$

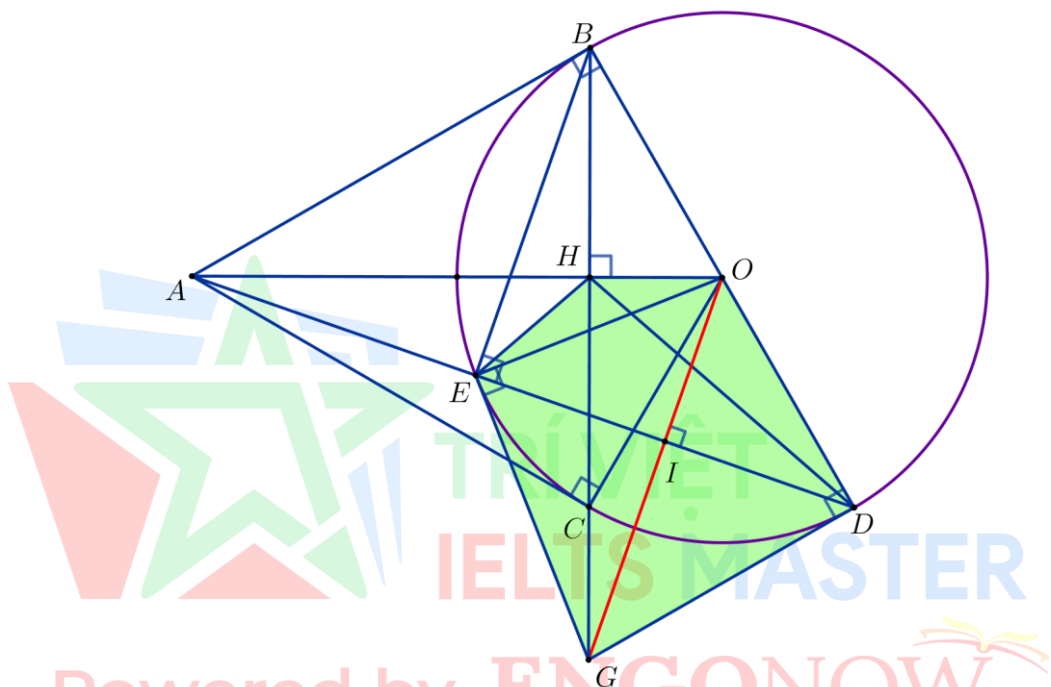
$$\text{Mà: } OD^2 = OH.OA \text{ (cmt)}$$

$$\text{Nên: } OD^2 = OI.OG.$$

$$\Rightarrow \frac{OD}{OG} = \frac{OI}{OD}.$$

$$\frac{OD}{OG} = \frac{OI}{OD} \text{ (cmt)}$$
$$\Rightarrow \Delta ODI \# \Delta OGD \text{ (c.g.c)}$$
$$\Rightarrow GD \perp OD \text{ tại } D.$$

Chứng minh tương tự ta có: $GE \perp OE$ tại E .



Nên ΔODG nội tiếp đường tròn đường kính OD (3).

Nên ΔOHG nội tiếp đường tròn đường kính OD (4).

Nên ΔOEG nội tiếp đường tròn đường kính OG (5).

Do vậy: ΔDHE nội tiếp đường tròn đường kính OG .

Xét $\triangle ABO$ vuông tại B , có:

$$AB^2 = AO^2 - OB^2 \text{ (Định lí Pythagore)}$$

$$\Rightarrow AB^2 = (2R)^2 - R^2 = 3R^2$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{3R^2} = R\sqrt{3}$$

Xét $\triangle ABD$ vuông tại B , có:

$$\tan BDA = \frac{AB}{BD} = \frac{R\sqrt{3}}{2R} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Mà: $BDA = OGE$ (tứ giác $ODGE$ nội tiếp)

$$\text{Nên: } \tan OGE = \frac{OE}{GE} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow GE = \frac{OE}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2R\sqrt{3}}{3}.$$

Xét $\triangle OGE$ vuông tại E , có:

$$OG^2 = OE^2 + GE^2 \text{ (Định lí Pythagore)}$$

$$\Rightarrow OG^2 = R^2 + \left(\frac{2R\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{7R^2}{3}$$

$$\Rightarrow OG = \sqrt{\frac{7R^2}{3}} = \frac{R\sqrt{21}}{3}$$

Do vậy: $\triangle DHE$ nội tiếp đường tròn đường kính OG có bán kính bằng:

$$r = \frac{1}{2}OG = \frac{R\sqrt{21}}{6}.$$

$$\text{Chu vi của đường tròn này: } 2\pi.r = 2\pi \cdot \frac{R\sqrt{21}}{6} = \frac{\pi R\sqrt{21}}{3} \text{ (đvdd)}$$

$$\text{Diện tích của đường tròn này: } \pi.r^2 = \pi \cdot \left(\frac{R\sqrt{21}}{6}\right)^2 = \frac{7\pi R^2}{12} \text{ (đvdt)}$$

(Giáo viên: Kỳ Anh - NDT)

===[?][?][?]==