



PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. [Mức độ 1]. Cho hai tập hợp $A = \{-7; 1; 5; 7\}$, $B = \{-3; 5; 7; 13\}$. Tìm tập hợp $A \cap B$.

- A. $\{-7; -3; 1; 5; 7; 13\}$. B. $\{-7; 1\}$. C. $\{13\}$. **D. $\{5; 7\}$.**

Lời giải

Tập hợp $A \cap B = \{5; 7\}$.

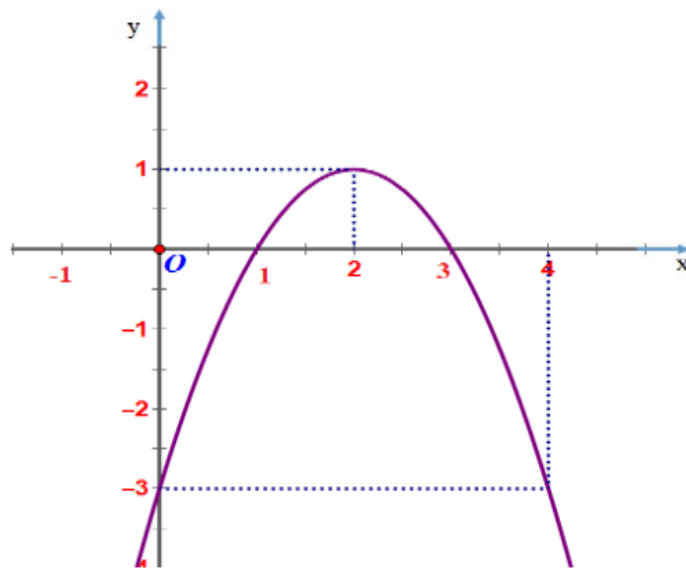
Câu 2. [Mức độ 1]. Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $2x - 5y + 3z \leq 0$. B. $\frac{1}{x} + 2y - 4 > 0$.
C. $2x + 5y = 3$. **D. $2x + 3y < 5$.**

Lời giải

Bất phương trình $2x + 3y < 5$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 3. [Mức độ 1]. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó $f(0)$ bằng



- A. -3 .** B. 4. C. 2. D. 1.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy $f(0) = -3$.

Câu 4. [Mức độ 1]. Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có đồ thị là một parabol (P) . Tìm tọa độ đỉnh S của (P) là

- A. $S(-2; 1)$. B. $S(-2; -1)$.
C. $S(2; -1)$. D. $S(2; 3)$.

Lời giải



$(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đỉnh $S\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Vậy $(P): y = x^2 - 4x + 3$ có đỉnh $S(2; -1)$.

Câu 5. [Mức độ 1]. Cho góc α thỏa mãn $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos \alpha > 0$.

B. $\sin \alpha > 0$.

C. $\cot \alpha > 0$.

D. $\tan \alpha > 0$.

Lời giải

Câu 6. [Mức độ 1]. Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$.

B. $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

C. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$.

D. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$.

Lời giải

Dễ thấy khẳng định A sai.

Câu 7. [Mức độ 2]. Cho tam giác ABC có $a = 4; b = 2; C = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh c của tam giác ABC .

A. $c = 3$.

B. $c = 3\sqrt{2}$.

C. $c = 2\sqrt{3}$.

D. $c = 12$.

Lời giải

Áp dụng định lý côsin ta có $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 4^2 + 2^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cos 60^\circ = 12$.

Suy ra $c = 2\sqrt{3}$.

Câu 8. [Mức độ 1]. Cho tam giác ABC . Từ các đỉnh của tam giác đã cho tạo ra được bao nhiêu véc tơ khác $\vec{0}$?

A. 3.

B. 9.

C. 6.

D. 0.

Lời giải

Từ các đỉnh của tam giác tạo ra được 6 véc tơ cần tìm là $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}; \overrightarrow{BC}$.

Câu 9. [Mức độ 2]. Cho tam giác MNP có trung tuyến MI và trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây là sai?

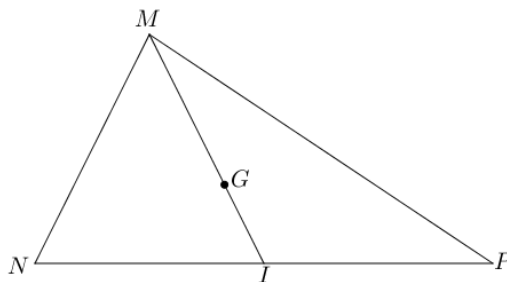
A. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = 2\overrightarrow{MI}$.

B. $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} + \overrightarrow{GP} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{IP} + \overrightarrow{IN} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NP}$.

Lời giải



+ Vì I là trung điểm NP nên $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = 2\overrightarrow{MI}$ và $\overrightarrow{IP} + \overrightarrow{IN} = \vec{0}$, vậy A, C đúng.

+ G là trọng tâm tam giác $MNP \Rightarrow \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} + \overrightarrow{GP} = \vec{0}$.

+ $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN}$. Vậy D sai.



Câu 10. [Mức độ 2]. Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương. Giả sử x, y là cặp số thực để các vectơ $\vec{u} = (2x-1)\vec{a} + (3y-1)\vec{b}$ và $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$ cùng phương. Tính $P = \frac{x}{y}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 2.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có $\vec{u}, \vec{v}$ cùng phương khi và chỉ khi $\vec{u} = k\vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} - k\vec{v} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow (2x-1-k)\vec{a} + (3y-1-k)\vec{b} = \vec{0}.$$

Mặt khác, hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương suy ra $\begin{cases} 2x-1-k=0 \\ 3y-1-k=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{k+1}{2} \\ y = \frac{k+1}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{2}.$

Câu 11. [Mức độ 1]. Làm tròn số 12,0356 đến hàng phần trăm ta được số

A. 12,04.

B. 12,03.

C. 12,035.

D. 12,036.

Lời giải

Làm tròn số 12,0356 đến hàng phần trăm ta được số 12,04.

Câu 12. Có 100 học sinh tham dự kì thi học sinh giỏi môn toán (thang điểm 20). Kết quả như sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

Trung vị của mẫu số liệu trên bằng

A. 15,5.

B. 15.

C. 16.

D. 14.

Lời giải

Mẫu số liệu có 100 phần tử nên khi sắp thứ tự mẫu số liệu theo thứ tự từ bé đến lớn thì trung vị là $M_e = \frac{1}{2}(x_{50} + x_{51})$.

Ta có số học sinh có số điểm không vượt quá 15 là 50 suy ra $x_{50} = 15; x_{51} = 16$. Vậy trung vị của mẫu số liệu trên bằng $\frac{15+16}{2} = 15,5$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho góc lượng giác α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ và $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\tan \alpha > 0$;

b) $\sin(90^\circ + \alpha) = \frac{2}{3}$;

c) Giá trị $\tan \alpha = 2\sqrt{2}$;

d) $\frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = 1 + 2 \tan^2 \alpha$;

Lời giải



1	Giải chi tiết(giải thích)
a) Đ	Vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\tan \alpha > 0$.
b) S	Ta có: $\sin(90^\circ + \alpha) = \sin(180^\circ - 90^\circ - \alpha) = \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha = \frac{1}{3}$.
c) Đ	Ta có $\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \tan^2 \alpha + 1 = 9 \Leftrightarrow \tan^2 \alpha = 8 \Leftrightarrow \tan \alpha = 2\sqrt{2}$ (vì $\tan \alpha > 0$)
d) Đ	Ta có: $\frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1 + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha + 1 + \tan^2 \alpha = 2 \tan^2 \alpha + 1$

Câu 2: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + 2$ với $a \neq 0$, có đồ thị là (P) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Biết (P) đi qua điểm $E(-1;5)$. Khi đó $a - b = 4$;
- b) Biết (P) có trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$, khi đó $2a - b = 0$;
- c) Biết (P) đi qua hai điểm $M(1;0)$ và $N(-1;0)$, khi đó $a + 2024b = -2$;
- d) Biết (P) có đỉnh là điểm $S\left(-1; -\frac{3}{2}\right)$. Khi đó $(2a + b) : 14$;

Lời giải

1	Giải chi tiết(giải thích)
a) S	(P) đi qua điểm $E(-1;5)$ nên $a - b + 2 = 5 \Leftrightarrow a - b = 3$ (2) Do đó $a - b = 4$. Vậy mệnh đề sai .
b) S	(P) có trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$, khi đó $-\frac{b}{2a} = 1 \Leftrightarrow 2a + b = 0$. Vậy mệnh đề sai .
c) Đ	(P) đi qua hai điểm $M(1;0)$ và $N(-1;0)$ nên ta được $\begin{cases} a + b + 2 = 0 \\ a - b + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow a + 2024b = -2.$
d) Đ	Vì (P) có đỉnh là điểm $S\left(-1; -\frac{3}{2}\right)$ nên hoành độ đỉnh $x = -1 = -\frac{b}{2a} \Rightarrow 2a - b = 0$ (5) Lại có (P) đi qua $S\left(-1; -\frac{3}{2}\right)$ nên $a - b + 2 = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow a - b = -\frac{7}{2}$ (6) Từ (5), (6) ta được $a = \frac{7}{2}, b = 7 \Rightarrow 2a + b = 14$ nên chia hết cho 14.



Câu 3. Điểm trung bình các môn trong kỳ thi tốt nghiệp trung học phổ thông năm 2024 được thống kê trong bảng sau:

Môn	Toán	Văn	Vật lý	Hóa học	Sinh học	Lịch sử	Địa lý	GDCD	Ngoại ngữ
Điểm	6,45	7,23	6,67	6,68	6,28	6,57	7,19	8,16	5,51

Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Điểm trung bình của 9 môn thi tốt nghiệp năm 2024 (làm tròn đến hàng phần trăm) là 6,75 .
- b) Điểm trung bình của các môn thuộc tổ hợp khoa học tự nhiên (Vật lý, Hóa học, Sinh học) cao hơn điểm trung bình của các môn thuộc tổ hợp khoa học xã hội (Lịch sử, Địa lý, GDCD) .
- c) Trung vị của mẫu số liệu trên là 6,68.
- d) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 2,65.

Lời giải

3	Giải chi tiết (giải thích)
a) Đ	Điểm trung bình của 9 môn thi tốt nghiệp năm 2024 là $\bar{x} = \frac{6,45 + 7,23 + 6,67 + 6,68 + 6,28 + 6,57 + 7,19 + 8,16 + 5,51}{9} = \frac{3037}{450} \approx 6,75 .$
b) S	Điểm trung bình của các môn thuộc tổ hợp khoa học tự nhiên (Vật lý, Hóa học, Sinh học) là $\bar{x}_1 = \frac{6,67 + 6,68 + 6,28}{3} = \frac{1963}{300} \approx 6,54$. Điểm trung bình của các môn thuộc tổ hợp khoa học xã hội (Lịch sử, Địa lý, GDCD) là $\bar{x}_2 = \frac{6,57 + 7,19 + 8,16}{3} = \frac{548}{75} \approx 7,31$. Suy ra: điểm trung bình của các môn thuộc tổ hợp khoa học tự nhiên (Vật lý, Hóa học, Sinh học) thấp hơn điểm trung bình của các môn thuộc tổ hợp khoa học xã hội (Lịch sử, Địa lý, GDCD).
c) S	Sắp xếp mẫu số liệu trên theo thứ tự không giảm ta được dãy sau: $5,51; 6,28; 6,45; 6,57; 6,67; 6,68; 7,19; 7,23; 8,16$ Vì cỡ mẫu là 9 nên giá trị trung vị là $x_5 = 6,67$.



d) Đ	Giá trị bé nhất của mẫu số liệu trên là: 5,51. Giá trị lớn nhất của mẫu số liệu trên là: 8,16. Do đó: khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $8,16 - 5,51 = 2,65$.
------	---

Câu 4. Cho hình vuông $ABCD$ với độ dài cạnh bằng a .

Các khẳng định sau đúng hay sai?

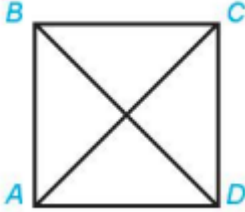
a) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BD}$.

b) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$ bằng $2a$.

c) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{DB} = a^2$.

d) Với điểm M bất kỳ, gọi $T = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$. Giá trị nhỏ nhất của T là $2024a$.

Lời giải

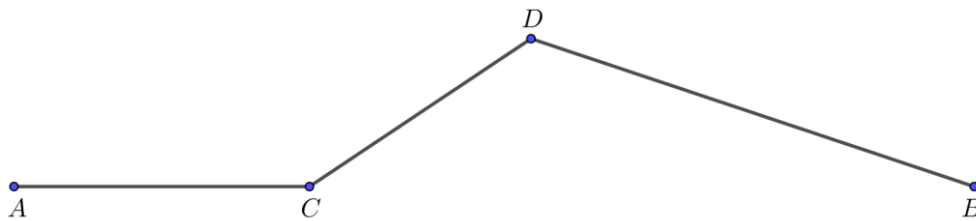
4	Giải chi tiết (giải thích)
a) Đ	 Theo quy tắc hình bình hành ta có: $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BD}$.
b) S	Do $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB}$. Vậy $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB} = DB = a\sqrt{2}$.
c) S	Ta có: $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{DB} = -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD} = - \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD} \cos(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BD}) = -a \cdot a\sqrt{2} \cos 45^\circ$ $= -a \cdot a\sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = -a^2$.



d) S	Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, ta có $T = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$ $= \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD} $ $= 4\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 4\overrightarrow{MO} = 4MO \geq 0.$ $T = 0 \Leftrightarrow M \equiv O$ Vậy T nhỏ nhất là 0, đạt được khi $M \equiv O$.
------	--

Phần III. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn (tự luận). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

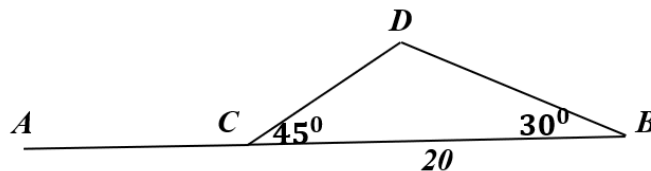
Câu 1: Ở một giải đua ô tô địa hình, một vận động cần hoàn thành chặng đường từ A đến B gồm 3 đoạn: đường bằng, leo dốc và xuống dốc như hình vẽ bên dưới. Trên đoạn đường bằng AC dài 10km , xe chạy với vận tốc 100km/h . Xe leo dốc CD với vận tốc là 10km/h và xe xuống dốc DB với vận tốc là 50km/h . Biết rằng: $BC = 20\text{km}$, $DCB = 45^\circ$ và $DBC = 30^\circ$. Hỏi vận động viên mất bao nhiêu giờ để hoàn thành chặng đường từ A đến B ? (các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đáp số: 1,43.

Thời gian xe chạy trên đoạn đường bằng là: $t_1 = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} (h)$.



Ta có: $BDC = 180^\circ - (DCB + DBC) = 105^\circ$.

Áp dụng định lý sin trong $\triangle BCD$, ta có:

$$\frac{BC}{\sin BDC} = \frac{CD}{\sin DBC} = \frac{BD}{\sin DCB}.$$

Suy ra: $CD = \frac{20 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 105^\circ} = 10\sqrt{6} - 10\sqrt{2} (km)$ và $BD = \frac{20 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 105^\circ} = 20\sqrt{3} - 20 (km)$.

Thời gian xe chạy trên đoạn đường leo dốc là: $t_2 = \frac{10\sqrt{6} - 10\sqrt{2}}{10} = \sqrt{6} - \sqrt{2} (h)$.



Thời gian xe chạy trên đoạn đường xuống dốc là: $t_3 = \frac{20\sqrt{3}-20}{50} = \frac{2\sqrt{3}-2}{5}(h)$.

Tổng thời gian vận động viên hoàn thành chặng đường từ A đến B là:

$$t_1 + t_2 + t_3 = \frac{1}{10} + \sqrt{6} - \sqrt{2} + \frac{2\sqrt{3}-2}{5} \approx 1,43(h).$$

Vậy vận động viên mất 1,43 giờ để hoàn thành chặng đường từ A đến B .

Câu 2: Hàm số $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{x+2}$ có tập xác định là $D = [a; b]$. Tính $a + 2b$.

Lời giải

Đáp số: 0.

Hàm số $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{x+2}$ xác định khi $\begin{cases} 1-x \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 1$.

Hay tập xác định của hàm số đã cho là $D = [-2; 1]$.

Do đó $a = -2$, $b = 1$. Vậy $a + 2b = 0$.

Câu 3. Một doanh nghiệp tư nhân chuyên kinh doanh tủ lạnh các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh tủ lạnh Hitachi với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng tủ lạnh mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng tủ lạnh đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc tủ lạnh thì số lượng tủ lạnh bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

Lời giải

Đáp án: 30,5

Phần giải chi tiết

Gọi x triệu đồng là số tiền mà doanh nghiệp A dự định giảm giá; ($0 \leq x \leq 4$).

Khi đó:

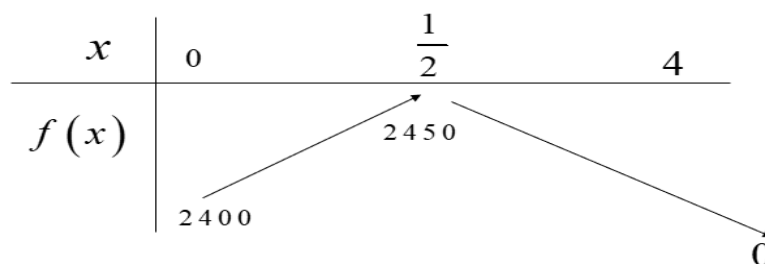
Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc tủ lạnh là $31 - x - 27 = 4 - x$.

Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là $600 + 200x$.

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là

$$f(x) = (4-x)(600+200x) \Leftrightarrow f(x) = -200x^2 + 200x + 2400.$$

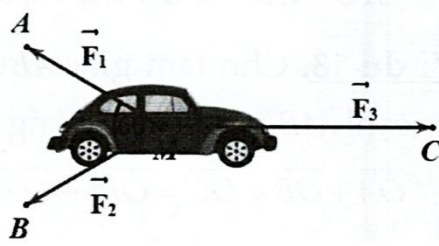
Xét hàm số $f(x) = -200x^2 + 200x + 2400$ trên đoạn $[0; 4]$ có bảng biến thiên



Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 2450 (triệu) khi $x = \frac{1}{2}$.

Vậy giá mới của chiếc xe là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

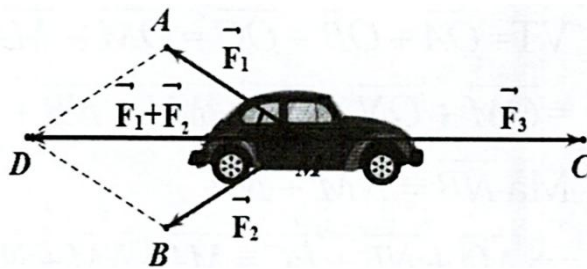
Câu 4. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một ô tô tại điểm M và ô tô đứng yên. Cho biết cường độ hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $25N$ và góc $AMB = 60^\circ$. Khi đó tính cường độ $\vec{F}_3$ (làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Đáp án: 43,3

Phần giải chi tiết



- Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MD}$ (với D là điểm sao cho $AMBD$ là hình bình hành)

- Ta có: $MA = |\vec{MA}| = |\vec{F}_1| = 25N$ và $MB = |\vec{MB}| = |\vec{F}_2| = 25N$

- Do $AMB = 60^\circ$ nên $\triangle MAB$ là tam giác đều. Khi đó: $MD = 2 \cdot \frac{25\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}(N)$

- Do ô tô đứng yên nên cường độ lực tác dụng lên ô tô bằng 0 hay $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$

Suy ra: $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \Rightarrow |\vec{F}_3| = |-(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)| = |\vec{DM}| = MD = 25\sqrt{3}(N)$

Vậy cường độ của $\vec{F}_3$ là $25\sqrt{3}(N) \approx 43,3$.

Câu 5. Thống kê điểm thi cuối kì 1 môn Toán của lớp 10A1 ta được bảng sau

Điểm	2	5	5,5	6	7	8	8,5	9	10
Số học sinh	1	2	3	9	11	13	5	2	1

Hãy cho biết mẫu số liệu trên có bao nhiêu giá trị ngoại lệ?

Lời giải

Đáp số: 1

Ta có $Q_2 = M_e = x_{24} = 7$; $Q_1 = x_{12} = 6$; $Q_3 = x_{36} = 8$ và $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 2$.

Gọi x là giá trị ngoại lệ, khi đó $\begin{cases} x > Q_3 + 1,5\Delta_Q \\ x < Q_1 - 1,5\Delta_Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 8 + 1,5 \cdot 2 \\ x < 6 - 1,5 \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 11 \\ x < 3 \end{cases}$.

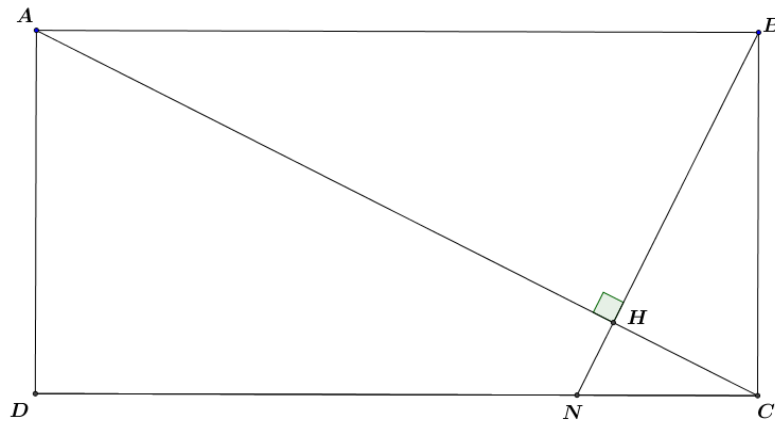
Vậy có đúng một giá trị ngoại lệ là 2.

Câu 6. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2BC$, gọi N là điểm nằm trên cạnh CD sao cho $AC \perp BN$. Tính tỉ số $\frac{DN}{CN}$.



Lời giải

Đáp số: 3



Đặt $\overrightarrow{CN} = x \cdot \overrightarrow{CD}$, ($x > 0$) và $BC = a$; $CD = 2a$, ($a > 0$).

Ta có $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{CN} - \overrightarrow{CB} = x \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$.

Theo giả thiết ta có: $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BN} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD})(x \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}) = 0$

$$\Leftrightarrow x \cdot CD^2 - CB^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{CB^2}{CD^2} = \frac{a^2}{4a^2} = \frac{1}{4}.$$

Suy ra $DN = 3CN$ hay $\frac{DN}{CN} = 3$.