



**Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

**Câu 1:** Khẳng định nào sau đây là **đúng** khi nói về "đường tròn lượng giác"?

- A.** Mỗi đường tròn là một đường tròn lượng giác.  
**B.** Mỗi đường tròn có bán kính  $R = 1$  là một đường tròn lượng giác.  
**C.** Mỗi đường tròn có bán kính  $R = 1$ , tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng giác.  
**D.** Mỗi đường tròn định hướng có bán kính  $R = 1$ , tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng giác.

**Lời giải**

Mỗi đường tròn định hướng có bán kính  $R = 1$ , tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng giác.

**Câu 2:** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a$  và  $b$  trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa  $a$  và  $b$ ?

- A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

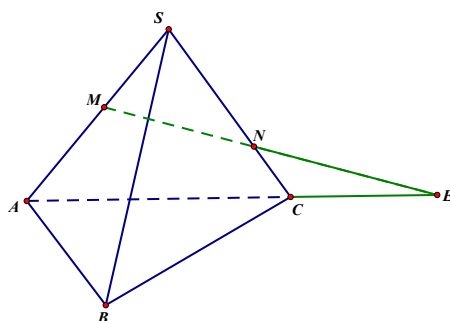
Hai đường thẳng trong không gian có 4 VTTĐ: trùng nhau, cắt nhau, song song, chéo nhau.  
 Vì hai đường thẳng phân biệt nên hai đường thẳng có 3 VTTĐ: cắt nhau, song song, chéo nhau.

**Câu 3:** Cho tứ diện  $S.ABC$ . Trên  $SA, SC$  lần lượt lấy các điểm  $M$  và  $N$  sao cho  $MN$  cắt  $AC$  tại  $E$ .

Điểm  $E$  **không thuộc** mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

- A.**  $(ABC)$ . **B.**  $(SAC)$ . **C.**  $(BMN)$ . **D.**  $(SBC)$ .

**Lời giải**



Do  $E \in AC \Rightarrow E \in (SAC)$  và  $E \in (ABC)$ .



Do  $E \in MN \Rightarrow E \in (BMN)$ .

**Câu 4:** Cho hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Nếu đường thẳng  $\Delta$  cắt  $(P)$  thì  $\Delta$  cũng cắt  $(Q)$ .  
 B. Mọi đường thẳng đi qua điểm  $A \in (P)$  và song song với  $(Q)$  đều nằm trong  $(P)$ .  
 C. Đường thẳng  $a \subset (P)$  và đường thẳng  $b \subset (Q)$  thì  $a \parallel b$ .  
 D. Nếu đường thẳng  $a \subset (Q)$  thì  $a \parallel (P)$ .

**Lời giải**

Đáp án C sai vì nếu  $(P) \parallel (Q)$  và đường thẳng  $a \subset (P); b \subset (Q)$  thì  $a$  và  $b$  có thể chéo nhau.

**Câu 5:** Giải phương trình  $2\cos x = -1$  được nghiệm là

- A.  $\left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ . B.  $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ . C.  $\left\{ -\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ . D.  $\left\{ \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải**

Ta có  $2\cos x = -1 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 6:** Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A. 1; -3; -6; -9; -12. B. 1; -3; -7; -11; -15. C. 1; -3; -5; -7; -9. D. 1; -2; -4; -6; -8.

**Lời giải**

Ta có dãy số 1; -3; -7; -11; -15 là một cấp số cộng có công sai  $d = -4$ .

**Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 2n + 5$ . Số 19 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số đã cho?

- A. 12. B. 19. C. 5. D. 7.

**Lời giải**

Ta có  $u_n = 19 \Leftrightarrow 2n + 5 = 19 \Leftrightarrow 2n = 14 \Leftrightarrow n = 7$ .

Vậy 19 là số hạng thứ 7 của dãy số đã cho.

**Câu 8:** Cho hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  với  $u_n = 2n + 1$ ,  $v_n = \frac{1}{1-n}$ . Khi đó  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n v_n)$  bằng

- A. 0. B. 2. C. -2. D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_n v_n = (2n + 1) \cdot \frac{1}{1-n} = \frac{2n+1}{1-n} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n v_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+1}{1-n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{\frac{1}{n} - 1} = -2$ .

**Câu 9:** Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:



| Thời gian (phút) | $[0;10)$ | $[10;20)$ | $[20;30)$ | $[30;40)$ | $[40;50)$ | $[50;60)$ |
|------------------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Số học sinh      | 7        | 13        | 9         | 18        | 22        | 6         |

Nhóm chứa trung vị là

- A.  $30;40$  .                      B.  $10;20$                       C.  $20;30$  .                      D.  $40;50$  .

**Lời giải**

Cỡ mẫu của bảng số liệu này là  $n = 75$ , nên nhóm chứa trung vị là nhóm chứa giá trị thứ 38, suy ra đó là nhóm  $[30;40)$

**Câu 10:** Lượng nước tiêu thụ trong một tháng của các hộ gia đình trong một khu chung cư được ghi lại như sau:

| Lượng nước ( $m^3$ ) | $[0;20)$ | $[20;40)$ | $[40;60)$ | $[60;80)$ | $[80;100)$ | $[100;120)$ |
|----------------------|----------|-----------|-----------|-----------|------------|-------------|
| Số hộ gia đình       | 6        | 12        | 10        | 7         | 4          | 2           |

Giá trị đại diện của nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là.

- A. 30.                      B. 40                      C. 50.                      D. 60.

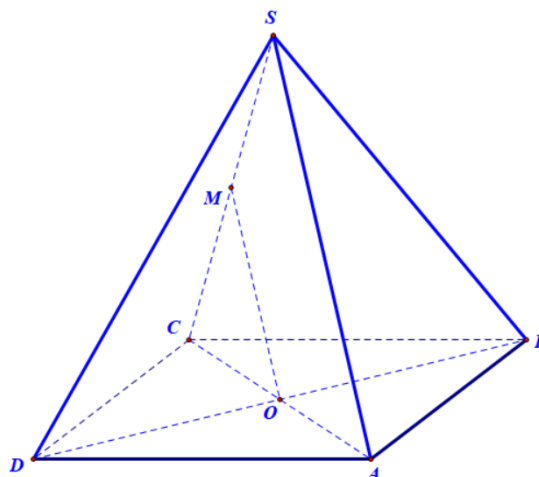
**Lời giải**

Vì nhóm chứa một của mẫu số liệu là nhóm  $[20;40)$  nên giá trị đại diện của nhóm này là 30.

**Câu 11:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy là hình bình hành. Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ ,  $M$  là trung điểm  $SC$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $OM \parallel (ABCD)$ .                      B.  $OM \parallel (SBD)$ .                      C.  $OM \parallel (SAC)$ .                      D.  $OM \parallel (SAD)$ .

**Lời giải**



Ta có  $OM$  là đường trung bình tam giác  $SAC$  nên  $OM \parallel SA$ , mà  $SA \subset (SAD)$  và  $OM \not\subset (SAD)$  suy ra  $OM \parallel (SAD)$ .

**Câu 12:** Tìm giới hạn  $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{3+2x}{x+3}$ .



A.  $-\frac{1}{4}$ .

B.  $-\infty$ .

C.  $+\infty$ .

D.  $\frac{7}{4}$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} (3+2x) = -3$ ,  $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} (x+3) = 0$  và  $x+3 > 0$  nên  $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{3+2x}{x+3} = -\infty$ .

**Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 13:** Cho cấp số cộng có  $u_1 = 5$ ,  $d = 2$ .

a)  $u_6 = 15$ .

b) Số hạng tổng quát thứ  $n$  của cấp số cộng là  $u_n = 2n + 3$ .

c) Tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số cộng là  $S_n = n^2 + 4n$ .

d) Tổng  $S = u_{10} + u_{11} + \dots + u_{20} = 310$ .

**Lời giải**

|         |         |         |        |
|---------|---------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|---------|---------|---------|--------|

a) Áp dụng công thức tính số hạng tổng quát thứ  $n$  của cấp số cộng ta có:

$$u_6 = u_1 + 5d = 5 + 5 \cdot 2 = 15.$$

b) Áp dụng công thức tính số hạng tổng quát thứ  $n$  của cấp số cộng ta có:

$$u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + (n-1) \cdot 2 = 2n + 3.$$

c) Áp dụng công thức tính tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số cộng ta có:

$$S_n = nu_1 + \frac{(n-1)n}{2}d = 5n + \frac{(n-1)n}{2} \cdot 2 = n^2 + 4n.$$

d) Ta viết lại  $S = u_{10} + u_{11} + \dots + u_{20} = (u_1 + u_2 + \dots + u_{20}) - (u_1 + u_2 + \dots + u_9)$

$$= S_{20} - S_9 = 480 - 117 = 363.$$

**Câu 14:** Một bảng xếp hạng đã tính điểm chuẩn hoá cho chỉ số nghiên cứu của một số trường đại học ở Việt Nam và thu được kết quả sau:

| Điểm      | $[10; 20)$ | $[20; 30)$ | $[30; 40)$ | $[40; 50)$ | $[50; 60)$ | $[60; 70)$ |
|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Số trường | 4          | 19         | 6          | 2          | 3          | 1          |

Các mệnh đề sau đúng hay sai

a) Số liệu đã cho có 35 mẫu số liệu.

b) Số trung vị của mẫu số liệu là  $M_e = 12$ .



c) Số trung bình của mẫu số liệu đã cho là 28.

d) Ngưỡng điểm để đưa ra danh sách 25% trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam là trên 35,42.

### Lời giải

|         |        |        |         |
|---------|--------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng |
|---------|--------|--------|---------|

a) Ta có cỡ mẫu  $n = 4 + 19 + 6 + 2 + 3 + 1 = 35$ . Vậy đáp án a) đúng.

b) Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{35}$  được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó, trung vị là  $x_{18}$ . Do  $x_{18}$  thuộc nhóm  $[20; 30]$  nên nhóm này chứa trung vị.

Suy ra  $p = 2, a_2 = 20, a_3 = 30, m_2 = 19, m_1 = 4, a_3 - a_2 = 10$ .

$$M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$$

$$= 20 + \frac{\frac{35}{2} - 4}{19} \cdot 10 = \frac{515}{19} \approx 27,1.$$

Vậy đáp án b) sai.

c) Số trung bình của mẫu số liệu là  $\bar{x} = \frac{15 \times 4 + 25 \times 19 + 35 \times 6 + 45 \times 2 + 55 \times 3 + 65}{35} = \frac{213}{7} \approx 30,4$ .

Vậy đáp án c) sai.

d) Điểm ngưỡng để đưa ra danh sách 25% trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam là tứ phân vị thứ ba.

Cỡ mẫu  $n = 35$

Tứ phân vị thứ ba  $Q_3$  là  $x_{27}$  mà  $x_{27}$  thuộc nhóm  $[30; 40]$  nên nhóm này chứa  $Q_3$ . Do đó,

$$p = 3, a_3 = 30, m_3 = 6, m_1 + m_2 = 4 + 19 = 23, a_4 - a_3 = 10 \text{ và ta có: } Q_3 = 30 + \frac{\frac{3 \times 35}{4} - 23}{6} \times 10 = 35,42.$$

Vậy để đưa ra danh sách 25% trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam ta lấy các trường có điểm chuẩn hóa trên 35,42.

Vậy đáp án d) đúng.

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $N$  là trung điểm của cạnh  $SC$ .

Lấy điểm  $M$  đối xứng với  $B$  qua  $A$ ,  $OM$  cắt  $AD$  tại  $K$ . Gọi giao điểm  $G$  của đường thẳng  $MN$  với mặt phẳng  $(SAD)$ . Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a)  $MD // AC$ .

b) Đường  $ON$  và  $SA$  cắt nhau.

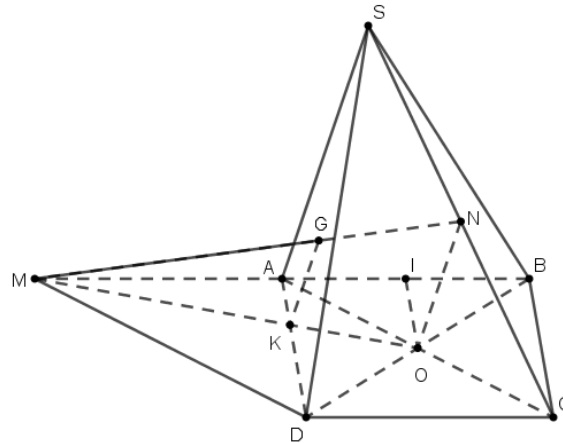


c)  $GK // ON$ .

d) Tỉ số  $\frac{GM}{GN} = 3$ .

### Lời giải

|         |        |         |        |
|---------|--------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|



a) Xét tứ giác  $AMDC$  có  $\begin{cases} AM // DC \\ AM = DC (= AB) \end{cases}$ . Suy ra tứ giác  $AMDC$  là hình bình hành

Nên  $MD // AC$ . Vậy khẳng định a đúng

b) Vì  $O$  là trung điểm  $AC$ ,  $N$  là trung điểm  $SC$  nên  $ON // SA$  (tính chất đường trung bình).

Vậy khẳng định b sai.

$$\text{c) } \begin{cases} ON // SA \\ ON \subset (OMN) \\ SA \subset (SAD) \\ (OMN) \cap (SAD) = GK \end{cases} \Rightarrow GK // ON // SA$$

Vậy khẳng định c đúng.

d) Áp dụng định lí Talet cho  $GK // ON$ , ta có:

$$\frac{GM}{GN} = \frac{KM}{KO} \quad (1)$$

Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB$ , vì  $O$  là trung điểm của  $BD$  nên theo tính chất đường trung bình,  $OI // AD$ , vậy theo định lí Talet:

$$\frac{KM}{KO} = \frac{AM}{AI} = \frac{AB}{AI} = 2. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có  $\frac{GM}{GN} = 2$ .

Vậy khẳng định d sai.



**Câu 16:** Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - x + 3) = 9$ .

b) Biết rằng  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 4$ . Khi đó  $\lim_{x \rightarrow 1} (3f(x) - 5g(x)) = -13$ .

c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x^2-4} = 1$ .

d) Biết  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - ax + 4}{x^2 - 3x + 2} = b$  (với  $a; b \in \mathbb{R}$ ). Khi đó  $a^2 + b^2 = 40$ .

**Lời giải**

|         |        |        |         |
|---------|--------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng |
|---------|--------|--------|---------|

a) Đúng.

Vì  $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - x + 3) = 3^2 - 3 + 3 = 9$

b) Sai.

Vì  $\lim_{x \rightarrow 1} (3f(x) - 5g(x)) = 3.2 - 5.4 = -14$

c) Sai.

Vì  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x+1-9}{(x-2)(x+2)(\sqrt{4x+1}+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4}{(x+2)(\sqrt{4x+1}+3)} = \frac{1}{6}$

d) Đúng.

Xét thấy  $x = 2$  là nghiệm của phương trình  $x^2 - 3x + 2 = 0$  (mẫu số) nên  $x = 2$  cũng là một nghiệm của phương trình  $2x^2 - ax + 4 = 0$  (tử số)  $\Rightarrow a = 6$ . Khi đó:

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - ax + 4}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 6x + 4}{x^2 - 3x + 2} = 2$ .

Vậy  $a = 6; b = 2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 36 + 4 = 40$ .

**Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.** *Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22*

**Câu 17:** Một bánh xe của người đi xe ô tô quay được 1 vòng trong 0.1 giây. Hỏi trong thời gian đó, bánh xe quay được góc có số đo (rad) là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

**Đáp án:** 6,28

Số đo góc quay của 1 vòng là  $2\pi$ .



**Câu 18:** Một người xếp chồng những khúc gỗ có kích thước như nhau thành 10 hàng. Sau khi xếp xong người đó nhận thấy mỗi hàng nằm liền phía trên thì ít hơn hàng dưới 1 khúc gỗ và hàng trên cùng có 1 khúc gỗ. Hỏi người đó có tổng cộng bao nhiêu khúc gỗ?

**Lời giải**

**Đáp án:** 55

Mỗi hàng liền phía trên ít hơn hàng dưới 1 khúc gỗ và hàng trên cùng có 1 khúc gỗ nên ta có đây là tổng của một cấp số cộng có:  $u_1 = 1; d = 1; n = 10$ . Khi đó, tổng số khúc gỗ là:

$$S_{10} = \frac{n(2u_1 + (n-1)d)}{2} = \frac{10(2 \cdot 1 + (10-1)1)}{2} = 55 \text{ (khúc gỗ)}.$$

**Câu 19:** Thống kê tiền điện tháng 9/2024 của các hộ gia đình xóm Chùa cho bởi bảng số liệu sau:

| Số tiền (nghìn đồng) | [350; 400) | [400; 450) | [450; 500) | [500; 550) | [550; 600) |
|----------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Số hộ gia đình       | 6          | 14         | 21         | 17         | 2          |

Tính tiền điện trung bình của các hộ gia đình trong xóm Chùa (kết quả làm tròn đến nghìn đồng)

**Lời giải**

**Đáp án:** 471.

Ta có giá trị đại diện của các nhóm lần lượt là: 375; 425; 475; 525; 575

Trung bình cộng của bảng số liệu trên là:  $\frac{375 \times 6 + 425 \times 14 + 475 \times 21 + 525 \times 17 + 575 \times 2}{60}$

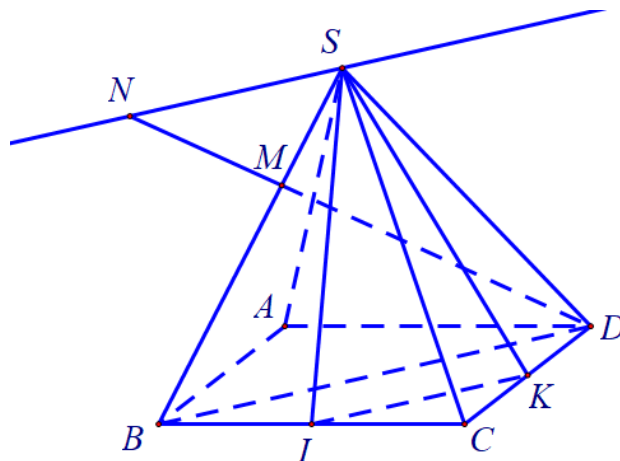
$= 470,8(3) \approx 471$  (nghìn đồng).

**Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $I, K$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC, CD$  và  $M$  là điểm trên cạnh  $SB$  sao cho  $\frac{SM}{SB} = \frac{1}{3}$ . Gọi  $N$  là giao điểm của  $MD$  và mặt phẳng  $(SIK)$ .

Tính tỉ số  $\frac{ND}{NM}$ .

**Lời giải**

**Đáp án:** 3.





Ta có  $M$  là điểm trên cạnh  $SB$ ,  $\frac{SM}{SB} = \frac{1}{3}$  nên  $\frac{MB}{MS} = 2$ .

$IK // BD$  nên  $IK // (SBD)$  suy ra  $(SBD) \cap (SIK) = Sx$ ,  $Sx // IK // BD$ .

Trong  $(SBD)$ ,  $DM \cap Sx = N$ .  $N$  chính là giao điểm của  $DM$  và  $(SIK)$ .

Trong  $(SBD)$ , có  $Sx // BD$  nên hai tam giác  $\triangle SMN$  và  $\triangle BMD$  đồng dạng.

Do đó  $\frac{MD}{MN} = 2 \Rightarrow \frac{ND}{NM} = 3$ .

**Câu 21:** Tìm giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải**

**Đáp án:** 3.

Phần giải chi tiết

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Hàm số  $f(x)$  liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 2), (2; +\infty)$ .

Ta có  $\begin{cases} f(2) = m \\ \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 1) = 3. \end{cases}$

Hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi  $f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \Leftrightarrow m = 3$ .

**Câu 22:** Một cái hồ chứa 600 lít nước ngọt. Người ta bơm nước biển có nồng độ muối 30 gam/lít vào hồ với tốc độ 15 lít/phút. Nồng độ muối trong hồ dần về bao nhiêu gam/lít khi  $t$  dần về dương vô cùng?

**Lời giải**

**Đáp án:** 30.

Sau  $t$  phút bơm nước vào hồ thì lượng nước là  $600 + 15t$  (lít) và lượng muối có được là  $30 \cdot 15t$  (gam).

Nồng độ muối của nước là  $C(t) = \frac{30 \cdot 15t}{600 + 15t} = \frac{30t}{40 + t}$  (gam/lít).

Khi  $t$  dần về dương vô cùng, ta có

$\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30t}{40 + t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30t}{t \left( \frac{40}{t} + 1 \right)} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30}{\frac{40}{t} + 1} = 30$  (gam/lít).