

▣ Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Tính $\sin\left(\frac{25\pi}{4}\right)$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{-\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\sin\left(\frac{25\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2.3\pi\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. (Có thể sử dụng máy tính CASIO).

Câu 2: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Trong không gian, hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

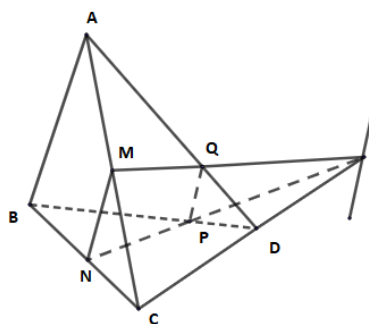
B. Trong không gian, hai đường cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì trùng nhau. **C.** Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

D. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chéo nhau.

Lời giải

Theo tính chất: Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Câu 3: Cho hình bên dưới. Khẳng định nào dưới đây sai?



A. $I \in (MNQ)$.

B. $I \in (ABD)$. **C.** $I \in (BCD)$.

D. $I \in (ACD)$. .

Lời giải

Ta có:

$I \in NP \Rightarrow I \in (MNQ)$ suy ra phương án A đúng.

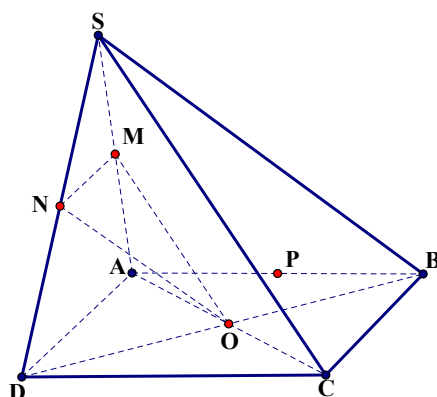
$$I \in CD \Rightarrow \begin{cases} I \in (BCD) \\ I \in (ACD) \end{cases} \text{ suy ra phương án C và D đúng}$$



Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $(MON) \parallel (OPM)$. B. $(SBD) \parallel (MNP)$ C. $(PON) \parallel (MNP)$. D. $(MON) \parallel (SBC)$.

Lời giải



Ta có OM là đường trung bình của $\triangle SAC$ nên $OM \parallel SC$ mà $SC \subset (SBC)$ suy ra $OM \parallel (SBC)$ (1).

ON là đường trung bình của $\triangle SBD$ nên $ON \parallel SB$ mà $SB \subset (SBC)$ suy ra $ON \parallel (SBC)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $(MON) \parallel (SBC)$.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $\sin x \cdot \cos x \cos 2x = 0$ là

- A. $x = k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$. C. $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{k\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Ta có:

$$\sin x \cdot \cos x \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 2x \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \sin 4x = 0 \Leftrightarrow 4x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{4} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_5 = -3$ và $u_7 = 9$. Tìm công sai của cấp số cộng này.

- A. $d = -6$. B. $d = 12$. C. $d = 6$. D. $d = -12$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_7 = u_5 + 2d \Leftrightarrow 9 = -3 + 2d \Leftrightarrow d = 6$$

Câu 7: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \frac{3n+1}{n^2+2}$. Hỏi $\frac{61}{402}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 19. B. 20. C. 17. D. 18.

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{3n+1}{n^2+2} = \frac{61}{402} \Leftrightarrow 61n^2 - 1206n - 280 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \\ n = -\frac{14}{61} \end{cases}, \text{ do } n \in \mathbb{N}^* \text{ nên } n = 20.$$

Câu 8: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 2^{n+2} - 2 \cdot 3^{n+2}}{7 + 3^{n+1}}$ bằng

- A. $-\frac{2}{7}$. B. $\frac{5}{7}$. C. 6. D. -6.

Lời giải



$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 2^{n+2} - 2 \cdot 3^{n+2}}{7 + 3^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{20 \cdot 2^n - 18 \cdot 3^n}{7 + 3 \cdot 3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{20 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n - 18}{7 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n + 3} = -6.$$

Câu 9: Cho bảng số liệu ghép nhóm về độ tuổi và số lượng khách hàng của một cửa hàng như sau

Khoảng tuổi	[17 ; 22)	[22 ; 27)	[27 ; 32)	[32 ; 37)	[37 ; 42)
Số người	8	7	14	8	7

Tính giá trị đại diện của nhóm [32;37).

A. 37.

B. 17,25.

C. 32.

D. 34,5.

Lời giải

Giá trị đại diện của nhóm [32;37) là 34,5.

Câu 10: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng và số người như sau

Cân nặng	[45 ; 51)	[51 ; 57)	[57 ; 63)	[63 ; 69)	[69 ; 75)	[75 ; 81)
Số người	25	2	9	34	34	9

Nhóm chứa trung vị là

A. [57;63).

B. [63;69).

C. [69;75).

D. [51;57).

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 25 + 2 + 9 + 34 + 34 + 9 = 113$.

Khi đó, trung vị là $x_{57} \in [63;69)$.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và tam giác ABD . Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào dưới đây?

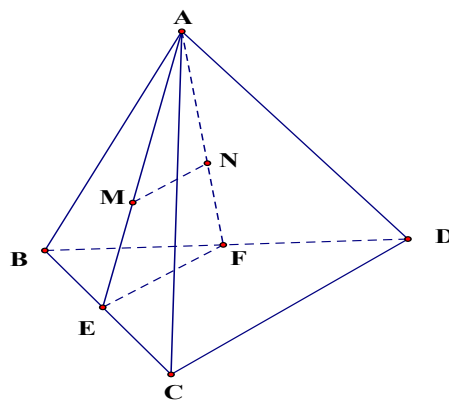
A. ABC .

B. ABD .

C. BCD .

D. AEF .

Lời giải



Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC và BD .

$$\text{Ta có } \frac{AM}{AE} = \frac{AN}{AF} \left(= \frac{2}{3} \right) \Rightarrow MN \parallel EF$$

Mà $EF \subset BCD$, $MN \not\subset BCD$



Suy ra $MN \parallel BCD$.

Câu 12: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2}-2}{x^2-4}$ có giá trị bằng

- A. 0. B. $\frac{3}{16}$. C. $\frac{1}{16}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2}-2}{x^2-4} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{3x-2})^2-4}{(x^2-4)(\sqrt{3x-2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(x-2)}{(x-2)(x+2)(\sqrt{3x-2}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{(x+2)(\sqrt{3x-2}+2)} = \frac{3}{16} \end{aligned}$$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho dãy số hữu hạn gồm các số hạng: $-1; 2; 5; 8; 11; 14; 17$. Khi đó:

- a). Dãy số đã cho là cấp số cộng.
b) Có $u_7 + u_4 = 2u_1 + 11d$.
c) Nếu dãy số đã cho là một cấp số cộng thì công sai của cấp số cộng là $d = 2$.
d) Tổng tất cả số hạng của dãy số bằng 65.

Lời giải

a) Đ

Đặt: $u_1 = -1; u_2 = 2; u_3 = 5; u_4 = 8; u_5 = 11; u_6 = 14; u_7 = 17$.

Ta có: $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = u_5 - u_4 = u_6 - u_5 = u_7 - u_6 = 3$.

Vậy dãy số hữu hạn đã cho là một cấp số cộng.

b) S

Ta có: $u_4 = u_1 + 3d; u_7 = u_1 + 6d \Rightarrow u_7 + u_4 = 2u_1 + 9d$.

c) S

Công sai cấp số cộng là $d = 3$.



d) s

$$\text{Với } u_1 = -1, n = 7, d = 3 \text{ thì } S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{7[2(-1) + 6.3]}{2} = 56.$$

Câu 14: Khi đo mắt cho học sinh khối 11 ở một trường THPT Hưng Yên nhân viên y tế ghi nhận lại ở bảng sau:

Thời gian	[0, 25; 0, 75)	[0, 75; 1, 25)	[1, 25; 1, 75)	[1, 75; 2, 25)	[2, 25; 2, 75)
Số lần	25	32	14	12	4

Khi đó

a) Giá trị đại diện của nhóm [1, 25; 1, 75) là 1, 25

b) Nhóm chứa một của số liệu là [0, 75; 1, 25).

c) Một của mẫu số liệu là $M_o = 0, 89$.

d) Trung vị của mẫu số liệu là $M_e = 1, 039$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Thời gian	[0, 25; 0, 75)	[0, 75; 1, 25)	[1, 25; 1, 75)	[1, 75; 2, 25)	[2, 25; 2, 75)
Giá trị đại diện	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50
Số lần	25	32	14	12	4

a) Giá trị đại diện của nhóm [1, 25; 1, 75) là $c = \frac{1, 25 + 1, 75}{2} = 1, 50$.

b) Nhóm [0, 75; 1, 25) có số lần là 32 lớn nhất nên nhóm [0, 75; 1, 25) chứa một của số liệu.

c) Một của mẫu số liệu là $M_o = 0, 75 + \frac{32 - 25}{(32 - 25) + (32 - 14)}(1, 25 - 0, 75) = 0, 89$.

d) Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{87}$ lần lượt là chỉ số mắt cận của các học sinh sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, \dots, x_{25} \in [0, 25; 0, 75); x_{26}, \dots, x_{57} \in [0, 75; 1, 25)$; nên trung vị của mẫu là $x_{44} \in [0, 75; 1, 25)$.

Ta xác định được $n = 87, n_m = 32, C = 25, u_m = 0, 75; u_{m+1} = 1, 25$.

$$\text{Nên: } M_e = 0, 75 + \frac{\frac{87}{2} - 25}{32}(1, 25 - 0, 75) = 1, 039.$$

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của các cạnh SB, BC và SD . Xét tính đúng – sai của các mệnh đề sau:

a) Đường thẳng SA là giao tuyến của hai mặt phẳng SAB và SAC .



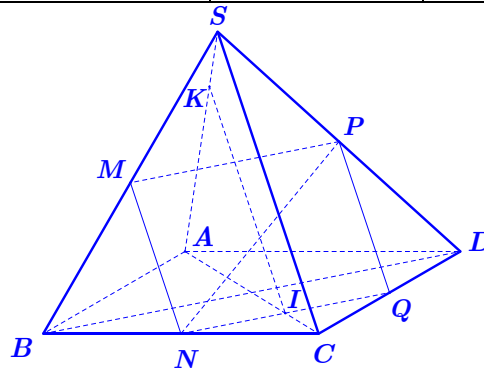
b) Hai đường thẳng MP và SC cắt nhau.

c) Giao tuyến của mặt phẳng MNP và mặt phẳng $ABCD$ là đường thẳng đi qua N và song song với đường thẳng BD .

d) Biết rằng đường thẳng SA cắt mặt phẳng MNP tại điểm K , khi đó $\frac{SK}{SA} = \frac{1}{4}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



a) Ta có S và A là hai điểm chung của SAB và SAC nên đường thẳng SA là giao tuyến của hai mặt phẳng SAB và SAC .

b) Ta có $C \notin SMP$ nên hai đường thẳng SC và MP không cùng nằm trong một mặt phẳng, suy ra hai đường thẳng SC và MP chéo nhau.

c) Ta có N là một điểm chung của MNP và $ABCD$. 1

Mặt khác ta có $MP \subset MNP$, $BD \subset ABCD$ và $MP \parallel BD$ (do MP là đường trung bình của tam giác SBD). 2

Từ 1 và 2 suy ra giao tuyến của MNP và $ABCD$ là đường thẳng đi qua N đồng thời song song với BD , MP và cắt CD tại Q .

d) Gọi I là giao điểm AC và NQ .

Từ giả thiết ta có ba mặt phẳng MNP , SBC và SAC cắt nhau theo ba giao tuyến là MN , SC và IK ; trong đó có $MN \parallel SC$ (do MN là đường trung bình của $\triangle SBC$).

Suy ra MN , SC và IK đôi một song song.

Xét tam giác SAC có $IK \parallel SC$ nên $\frac{SK}{SA} = \frac{CI}{CA} = \frac{1}{4}$.

Câu 16: Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - 4x + 1} - ax - b)$.

a) Nếu $a = b = 0$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - 4x + 1} - ax - b) = +\infty$.



b) Nếu $a = 4, b = 0$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - 4x + 1} - ax - b) = -\infty$.

c) Nếu $a = 3, b = 0$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - 4x + 1} - ax - b) = -\frac{5}{3}$.

d) Nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - 4x + 1} - ax - b) = \frac{10}{3}$ thì $a^2 + b^2 = 25$.

Lời giải

a) Đ

$$a = b = 0 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - 4x + 1} - ax - b) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{9x^2 - 4x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \sqrt{9 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} \right) = +\infty.$$

b) Đ

Thay $a = 4, b = 0$ vào giới hạn trên ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - 4x + 1} - 4x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{9 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} - 4 \right) = -\infty.$$

c) S

Thay $a = 3, b = 0$ vào giới hạn trên ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - 4x + 1} - 3x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{9x^2 - 4x + 1} - 3x)(\sqrt{9x^2 - 4x + 1} + 3x)}{(\sqrt{9x^2 - 4x + 1} + 3x)}.$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x + 1}{(\sqrt{9x^2 - 4x + 1} + 3x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(-4 + \frac{1}{x} \right)}{x \left(\sqrt{9 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} + 3 \right)} = \frac{-2}{3}$$

d) Đ

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - 4x + 1} - ax - b) = \frac{10}{3}$ là số hữu hạn nên $a = 3$.

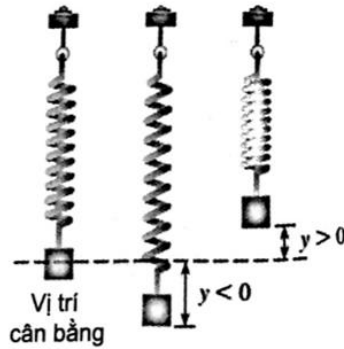
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - 4x + 1} - 3x - b) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - 4x + 1} - 3x) - \lim_{x \rightarrow +\infty} b = \frac{10}{3}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - 4x + 1} - 3x) = \frac{10}{3} + b \Leftrightarrow \frac{-2}{3} = \frac{10}{3} + b \Leftrightarrow b = -4.$$

Vậy $a^2 + b^2 = 25$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Một con lắc lò xo dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng theo phương trình $y = 25 \sin 4\pi t$, trong đó y được tính bằng centimét, còn t được tính bằng giây. Hãy cho biết tần số dao động của con lắc lò xo, tức là số lần dao động trong một giây?



Lời giải

Đáp án: 2.

Hàm số $y = 25 \sin 4\pi t$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$

Vì chu kỳ dao động của con lắc là $T = \frac{1}{2}$ nên trong một giây con lắc dao động 2 lần.

Câu 18: Một ruộng bậc thang có thửa thấp nhất nằm ở độ cao $950m$ so với mực nước biển, độ chênh lệch giữa thửa trên và thửa dưới trung bình là $1,4m$. Hỏi thửa ruộng ở bậc thứ 16 có độ cao là bao nhiêu mét so với mực nước biển?



Lời giải



Đáp án: 971

Kí hiệu u_n là chiều cao so với mực nước biển của thửa ruộng ở bậc thứ n . Khi đó, dãy số (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = 950$ và $d = 1,4$.

Ta có $u_{16} = u_1 + 15d = 950 + 15.1,4 = 971$.

Vậy thửa ruộng ở bậc thứ 16 có độ cao $971m$ so với mực nước biển.

Câu 19: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Số cây	4	6	7	5	3

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là $M_e = \frac{a}{b}$. Tính $a - 5b$

Lời giải

Đáp án: 130

Cỡ mẫu: $n = 4 + 6 + 7 + 5 + 3 = 25$.

$x_1, x_2, \dots, x_{25}$ là chiều cao của 25 cây dừa giống được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó, trung vị là x_{13} . Do x_{13} thuộc nhóm $[20;30)$ nên nhóm này chứa trung vị.

Do đó:

$$M_e = 20 + \frac{\frac{25}{2} - 10}{7} \cdot 10 = \frac{165}{7}.$$

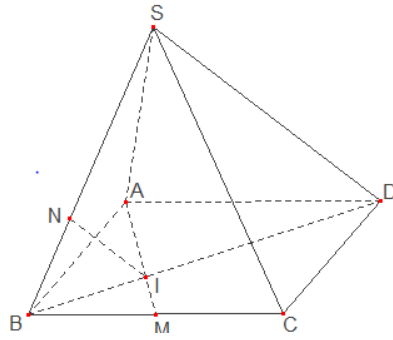
Nên $a - 5b = 165 - 35 = 130$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm cạnh BC ,

(α) là mặt phẳng qua A, M và song song với SD . Mặt phẳng (α) cắt SB tại N , tính tỉ số $\frac{SN}{SB}$

Lời giải

Đáp án: 0,67



Gọi I là giao điểm của AM và BD . Ta có I là trọng tâm tam giác ABC .

$$\text{Suy ra: } \frac{BI}{BD} = \frac{1}{3}; \frac{ID}{BD} = \frac{2}{3}.$$

Ta có: (α) và mặt phẳng (SBD) có chung điểm I , $(\alpha) \parallel SD$, $SD \subset (SBD)$ nên giao tuyến của (α) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng qua I song song với SD cắt SB tại N .

$$\text{Vậy } \frac{SN}{SB} = \frac{ID}{BD} = \frac{2}{3} = 0,67.$$

Câu 21: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{4x^3-3x+1} & \text{khi } x \neq \frac{1}{2} \\ \frac{c}{2} & \text{khi } x = \frac{1}{2} \end{cases}, (a, b, c \in \mathbb{R})$. Biết hàm số liên tục tại $x = \frac{1}{2}$.

Tính $S = abc$.

Lời giải

Đáp án: -36

Ta có:

$$\frac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{4x^3-3x+1} = \frac{(\sqrt{ax^2+1})^2 - (bx+2)^2}{(2x-1)^2(x+1)(\sqrt{ax^2+1}+bx+2)} = \frac{(a-b^2)x^2 - 4bx - 3}{(2x-1)^2(x+1)(\sqrt{ax^2+1}+bx+2)}.$$

$$\text{Để hàm số liên tục tại } x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} (a-b^2)x^2 - 4bx - 3 = m(2x-1)^2 \\ \sqrt{\frac{a}{4}+1} + \frac{b}{2} + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ b = -3 \\ a = -3 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{4x^3-3x+1} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{-12x^2+12x-3}{(2x-1)^2(x+1)(\sqrt{-3x^2+1}-3x+2)}$$



$$= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{-3}{(x+1)(\sqrt{-3x^2+1}-3x+2)} = \frac{-3}{\frac{3}{2}} = -2 = \frac{c}{2} \Rightarrow c = -4.$$

$$\text{Vậy } S = abc = -3(-3)(-4) = -36.$$

Câu 22: Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-20}{x-2} = 10$. Tính $T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x)+5}-5}{x^2+x-6}$.

Lời giải

Đáp án: 0,16

Theo giả thiết có $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x)-20) = 0$ hay $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 20$ (*)

$$\text{Khi đó } T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x)+5}-5}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6f(x)+5-125}{(x^2+x-6) \left[\left(\sqrt[3]{6f(x)+5} \right)^2 + 5 \left(\sqrt[3]{6f(x)+5} \right) + 25 \right]}$$

$$T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6[f(x)-20]}{(x-2)(x+3) \left[\left(\sqrt[3]{6f(x)+5} \right)^2 + 5 \left(\sqrt[3]{6f(x)+5} \right) + 25 \right]}$$

$$T = \frac{10 \cdot 6}{5 \cdot 75} = 0,16.$$