



Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Đổi số đo của góc $\alpha = 90^\circ$ sang đơn vị radian ta được

A. $\alpha = \frac{2\pi}{3}$.

B. $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

C. $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

D. $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Ta có $\alpha = 90^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{2}$.

Câu 2: Cho hai góc $\alpha; \beta$ thỏa mãn $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin \alpha = \sin \beta$.

B. $\sin \alpha = \cos \beta$.

C. $\sin \alpha = -\cos \beta$.

D. $\sin \alpha = -\sin \beta$.

Lời giải

Vì $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ nên $\sin \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \cos \beta$.

Câu 3: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\cos 2x = \sin^2 x - \cos^2 x$.

B. $\cos 2x = 2 \sin^2 x - 1$. C. $\sin 2x = \frac{1}{2} \sin x \cdot \cos x$.

D. $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$.

Lời giải

Ta có: $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Ta có: $\sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.



Câu 5: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. 1; 5; 7; 8; 9.

B. $-1; 1; -1; 1; -1$.

C. 7; 7; 7; 7; 7.

D. 1; 5; 7; 4; 8.

Lời giải

Dãy 1; 5; 7; 8; 9 là dãy số tăng.

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu tiên $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số nhân trên?

A. $u_n = 3 \cdot 2^n$.

B. $u_n = 1 + 2n$.

C. $u_n = 2 \cdot 3^{n-1}$.

D. $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$.

Lời giải

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

Với $u_1 = 3, q = 2$ ta được $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$.

Câu 7: Cho bảng khảo sát về số tiền trả cho việc tiêu thụ điện của một số hộ gia đình:

Số tiền (nghìn đồng)	[350; 400)	[400; 450)	[450; 500)	[500; 550)	[550; 600)
Số hộ gia đình	6	14	21	17	2

Mẫu số liệu trên cho biết có bao nhiêu hộ gia đình được khảo sát?

A. 60.

B. 50.

C. 350.

D. 250.

Lời giải

Số hộ gia đình được điều tra là: $6 + 14 + 21 + 17 + 2 = 60$ (hộ gia đình).

Câu 8: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa một của mẫu số liệu này là

A. [20; 40).

B. [40; 60).

C. [60; 80).

D. [80; 100).

Lời giải

Nhóm có tần số lớn nhất là [40; 60).

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA và SC . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào?

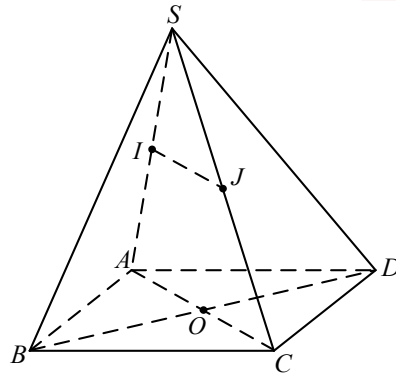
A. SO .

B. AC .

C. BC .

D. BD .

Lời giải



Vì IJ là đường trung bình của tam giác SAC nên $IJ \parallel AC$.

Câu 10: Với điều kiện nào sau đây thì đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) ?

A. $a \parallel b$ và $b \cap (\alpha) = \emptyset$.

B. $a \parallel b$ và $b \parallel (\alpha)$. **C.** $a \parallel b$ và $b \subset (\alpha)$.

D. $a \cap (\alpha) = \emptyset$.

Lời giải

Phương án A, B, C sai vì a có thể nằm trong mặt phẳng (α) .

Phương án D đúng vì theo định nghĩa.

Câu 11: Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$.

A. $I = -1$.

B. $I = 0$.

C. $I = 1$.

D. $I = 5$.

Lời giải

$$I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x - 3)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x - 3) = -1.$$

Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

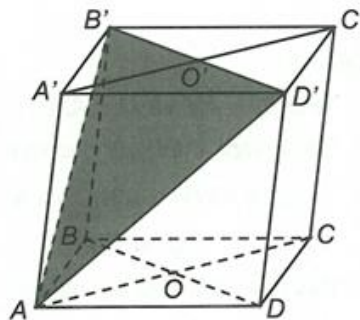
A. $(BA'C')$.

B. $(C'BD)$.

C. (BDA') .

D. (ACD') .

Lời giải



Ta có $B'D' \parallel BD$ mà $BD \subset (CBD) \Rightarrow B'D' \parallel (C'BD)$ (1)

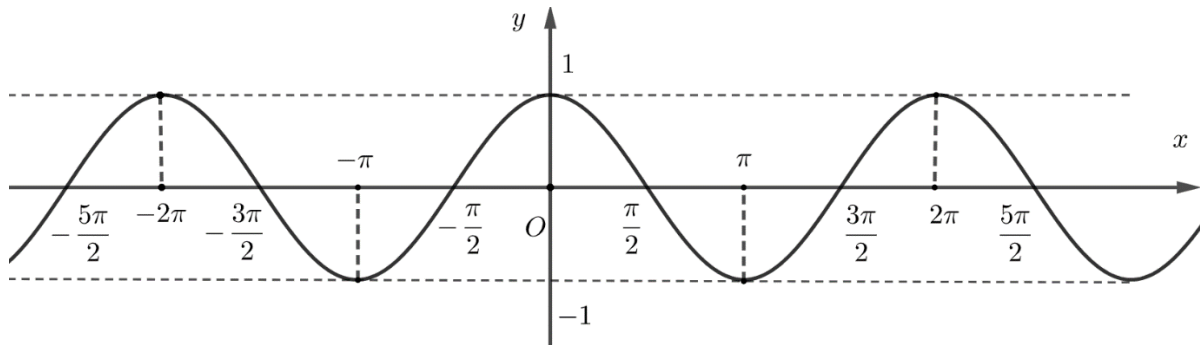
Tương tự có $AD' \parallel C'B$ mà $C'B \subset (C'BD) \Rightarrow AD' \parallel (C'BD)$ (2)



Từ (1), (2) $\Rightarrow (AB'D') \parallel (C'BD)$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $y = \cos x$ có đồ thị như hình vẽ.



Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số trên là hàm số chẵn.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là 0.

d) Phương trình $3\cos x - 2 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt trên khoảng $(-2\pi; 2\pi)$.

Lời giải

a) Đúng.

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

b) Sai.

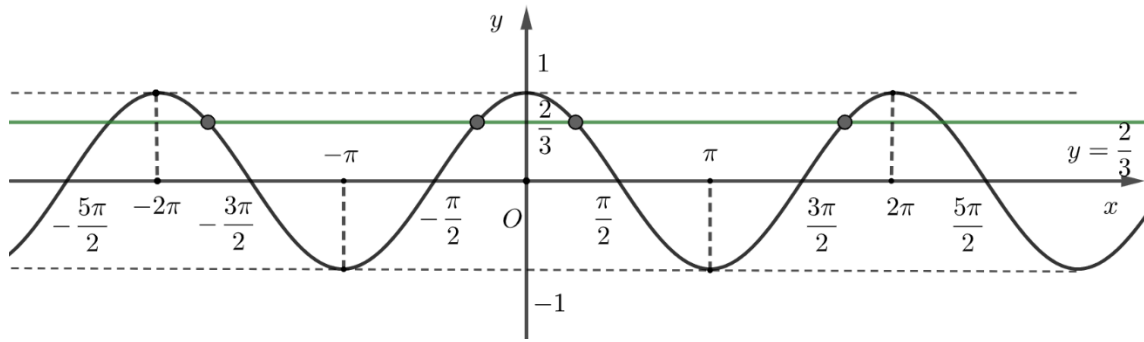
Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right)$.

c) Sai.

Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ bằng 1.

d) Đúng.

$$3\cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{2}{3}.$$



Từ đồ thị ta thấy đường thẳng $y = \frac{2}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = \cos x$ tại 4 điểm phân biệt trên khoảng $(-2\pi; 2\pi)$ nên phương trình $3\cos x - 2 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt trên khoảng $(-2\pi; 2\pi)$.

Câu 14: Cho các dãy số (u_n) , (v_n) và (a_n) như sau: $u_n = 2n + 2$, $v_n = (-1)^n$, $a_n = 2n - 7$

- a) $v_{1003} = 1$.
- b) (v_n) là dãy số giảm.
- c) (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 2$.
- d) $(u_n \cdot a_n)$ bị chặn dưới.

Lời giải

a) Sai.

$$v_{1003} = (-1)^{1003} = -1 \neq 1.$$

b) Sai.

$v_1 = -1, v_2 = 1, v_3 = -1$. Ta có $v_1 < v_2$ nhưng $v_2 > v_3$.

Vậy dãy số (v_n) không giảm.

c) Sai.

Ta có $u_{n+1} = 2(n+1) + 2 = 2n + 4$.

$$u_{n+1} - u_n = 2n + 4 - (2n + 2) = 2.$$

Vậy (u_n) là cấp số cộng có công sai $d = 2$.

d) Đúng.

$$u_n \cdot a_n = (2n + 2)(2n - 7) = 4n^2 - 10n - 14$$

$$= (2n)^2 - 2 \cdot 2n \cdot \frac{5}{2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 14 = \left(2n - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{81}{4} \geq -20, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Suy ra dãy số $(u_n \cdot a_n)$ bị chặn dưới.

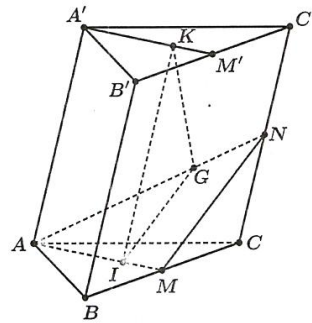


Câu 15: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có I, K, G lần lượt là trọng tâm các tam giác

$ABC, A'B'C', ACC'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $BB' // (ACC'A')$.
- b) $(ABC) // (A'B'C')$.
- c) IG cắt $(BCC'B')$.
- d) $(IKG) // (BCC'B')$.

Lời giải



a) Đúng

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BB' // AA' \\ AA' \subset (ACC'A') \\ BB' \not\subset (ACC'A') \end{cases} \Rightarrow BB' // (ACC'A').$$

b) Đúng

Ta có: $(ABC) // (A'B'C')$ (do $(ABC), (A'B'C')$ là hai mặt phẳng chứa hai đáy của lăng trụ nên song song với nhau).

c) Sai

Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$. Gọi N là trung điểm của CC' , tam giác AMN có

$$\frac{AI}{AM} = \frac{AG}{AN} = \frac{2}{3} \quad (\text{tính chất trọng tâm})$$

$$\text{Suy ra } IG // MN \text{ mà } MN \subset (BCC'B'); IG \not\subset (BCC'B') \text{ nên } IG // (BCC'B') \quad (1)$$

d) Đúng

MM' là đường trung bình của hình bình hành $BCC'B'$ nên

$$\begin{cases} MM' // BB' \\ MM' = BB' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MM' // AA' \\ MM' = AA' \end{cases} \Rightarrow AMM'A' \text{ là hình bình hành.}$$

Vì I, K theo thứ tự là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C'$ nên

$$IM = KM' = \frac{1}{3} A'M' = \frac{1}{3} AM, \text{ mà } IM // KM' \text{ nên } IKM'M \text{ là hình bình hành.}$$



Suy ra $IK // MM', MM' \subset (BCC'B'), IK \not\subset (BCC'B') \Rightarrow IK // (BCC'B')$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(IKG) // (BCC'B')$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & , \text{ khi } x > 1 \\ -x^2 + m & , \text{ khi } x \leq 1 \end{cases}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.
- b) $f(1) = -1 + m$.
- c) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1 + m$.
- d) Hàm số liên tục tại $x = 1$ khi $m = -\frac{3}{4}$.

Lời giải

a) Đúng.

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

b) Đúng.

Ta có: $f(1) = -1 + m$

c) Sai.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x^2 + m) = -1 + m$.

d) Sai.

Ta có:

$$+) f(1) = -1 + m.$$

$$+) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (-x^2 + m) = -1 + m$$

$$\begin{aligned} +) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt{x+3})^2 - 2^2}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x+3}+2} = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Hàm số liên tục tại $x = 1$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow -1 + m = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = \frac{5}{4}$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Một cầu thang đường lên cổng trời của một điểm giải trí ở công viên tỉnh Lâm Đồng được hàn bằng sắt có hình dáng các bậc thang đều là hình chữ nhật với cùng chiều rộng là $35cm$ và chiều dài của nó theo thứ tự mỗi bậc đều giảm dần đi $7cm$. Biết rằng bậc đầu tiên của cầu thang là hình chữ nhật có



chiều dài 196cm và bậc cuối cùng cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 56cm . Hỏi giá thành làm cầu thang là bao nhiêu? Biết rằng giá thành làm một mét vuông cầu thang đó là 1250000 đồng trên một mét vuông. (Kết quả làm tròn đến hàng triệu đồng).

Lời giải

Đáp số: 12.

Ta có chiều dài của mỗi bậc cầu thang theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu tiên là $u_1 = 196$, công sai $d = -7$ và số hạng cuối cùng là $u_n = 56$.

Khi đó áp dụng công thức tính số hạng tổng quát ta có:

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 56 = 196 - 7(n-1) \Leftrightarrow n = 21$$

Tổng chiều dài của 21 hình chữ nhật đó là: $S_{21} = \frac{u_1 + u_{21}}{2} \cdot 21 = 2646$.

Diện tích của 21 bậc thang là: $S = 35 \cdot 2646 = 92610(\text{cm}^2) = 9,261(\text{m}^2)$

Tổng số tiền để làm cầu thang đó là: $T = 9,261 \cdot 1,25 = 11,57625$ triệu đồng.

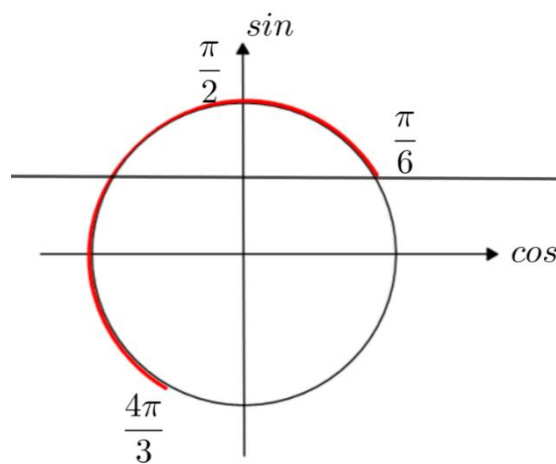
Câu 18: Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m và $m < 5$, để phương trình

$$(m+1)\tan 2x = m\sqrt{3} - \tan 2x \text{ có đúng 2 nghiệm thuộc } \left[\frac{\pi}{12}; \frac{2\pi}{3} \right).$$

Lời giải

Đáp số: 10.

$$\text{Ta có: } (m+1)\tan 2x = m\sqrt{3} - \tan 2x \Leftrightarrow \tan 2x = \frac{m\sqrt{3}}{m+2} \quad (m \neq -2).$$



Do $x \in \left[\frac{\pi}{12}; \frac{2\pi}{3} \right)$ hay $\frac{\pi}{12} \leq x < \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{6} \leq 2x < \frac{4\pi}{3}$. Dựa vào đường tròn lượng giác ta thấy phương

trình đã cho có đúng 2 nghiệm thuộc $\left[\frac{\pi}{12}; \frac{2\pi}{3} \right)$ khi $\frac{\sqrt{3}}{3} \leq \frac{m\sqrt{3}}{m+2} < \sqrt{3}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m\sqrt{3}}{m+2} < \sqrt{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} \leq \frac{m\sqrt{3}}{m+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-2}{m+2} < 0 \\ \frac{m}{m+2} - \frac{1}{3} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m < -2 \Leftrightarrow m \geq 1 \\ m \geq 1 \end{cases}$$

Vì $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m < 5 \end{cases}$ nên $m \in \{1; 2; 3; 4\}$ nên $1+2+3+4=10$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - ax + b}{x-2}, & x \neq 2 \\ 5, & x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x=2$. Tính $a+2b$.

Lời giải

Đáp án: -13

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - ax + b}{x-2} = 5$.

Vì $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = 0$ nên để tồn tại giới hạn hữu hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - ax + b}{x-2}$ thì $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - ax + b) = 0$

$$\Leftrightarrow 4 - 2a + b = 0 \Leftrightarrow b = 2a - 4.$$

Khi đó $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - ax + b}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - ax + 2a - 4}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2 - a) = 4 - a = 5 \Leftrightarrow a = -1 \Rightarrow b = -6$.

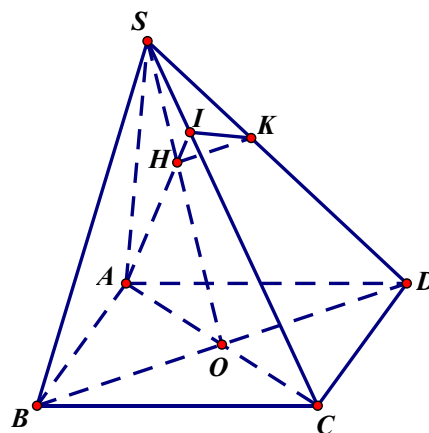
Vậy $a+2b = -13$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I là điểm trên nằm trên cạnh SC sao cho $SI = \frac{1}{4}SC$. Một mặt phẳng (α) đi qua AI , song song với BD và cắt cạnh SD tại

K . Tính $\frac{S_{\Delta SIK}}{S_{\Delta SCD}}$.

Lời giải

Đáp án: 0,1



Xét (SAC) , gọi $\{H\} = AI \cap SO$.



Xét ΔSOC , ta có $\frac{SH}{HO} \cdot \frac{OA}{AC} \cdot \frac{CI}{IS} = 1 \Leftrightarrow \frac{SH}{HO} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 = 1 \Leftrightarrow \frac{SH}{HO} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{SH}{SO} = \frac{2}{5}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD // (\alpha) \\ BD \subset (SBD) \\ (SBD) \cap (\alpha) = HK \end{cases} \Rightarrow HK // BD \Rightarrow \frac{SK}{SD} = \frac{SH}{SO} = \frac{2}{5}.$$

$$\text{Ta có } \frac{S_{\Delta SIK}}{S_{\Delta SCD}} = \frac{\frac{1}{2} SI \cdot SK \cdot \sin S}{\frac{1}{2} SC \cdot SD \cdot \sin S} = \frac{SI}{SC} \cdot \frac{SK}{SD} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{10} = 0,1.$$

Câu 21: Tiền lãi (nghìn đồng) trong 30 ngày được khảo sát ở một quầy báo là

81	37	74	65	31	63	58	82	67	77	63	46	30	53	73
51	44	52	92	93	53	85	77	47	42	57	57	85	55	64

Tính số phương sai (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Đáp số: 280.

Lập bảng thống kê như sau

Lớp tiền lãi	Tần số n_i	Tần suất f_i (%)	Đại diện c_i	$n_i c_i$	$n_i c_i^2$
[29,5; 40,5)	3	10	35	105	3675
[40,5; 51,5)	5	17	46	230	10580
[51,5; 62,5)	7	23	57	399	22743
[62,5; 73,5)	6	20	68	408	27744
[73,5; 84,5)	5	17	79	395	31205
[84,5; 95,5)	4	13	90	360	32400
N	30			1897	128347

Khi đó số phương sai là: $S_x^2 = x^2 - (\bar{x})^2 = \frac{1}{N} \sum n_i x_i^2 - \left(\frac{1}{N} \sum n_i x_i \right)^2 = \frac{128347}{30} - \left(\frac{1897}{30} \right)^2 \approx 280$.

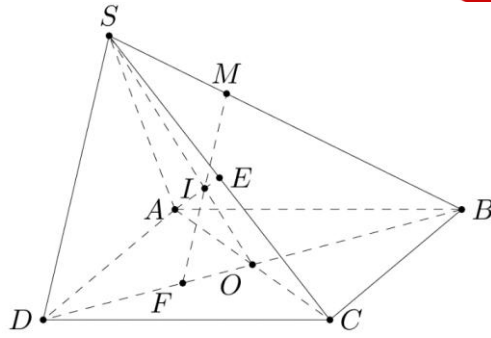
Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi E là trung điểm SC .

Gọi F là điểm trên đoạn BD sao cho $3BF = 2BD$ và M là giao điểm của SB và (AEF) . Khi đó tỉ

số $\frac{SM}{SB}$ là $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $3a+b$.

Lời giải

Đáp số: 6.



Gọi $I = SO \cap AE \Rightarrow I$ là trọng tâm ΔSAC ; kéo dài FI cắt SB tại M .

Ta có $\begin{cases} M \in SB \\ M \in FI \subset (AEF) \end{cases} \Rightarrow M = SB \cap (AEF)$.

Ta có $BF = \frac{2}{3} BD \Rightarrow DF = \frac{1}{3} BD = \frac{2}{3} DO \Rightarrow F$ là trọng tâm ΔACD .

$$\Rightarrow \frac{OI}{OS} = \frac{OF}{OD} = \frac{1}{3} \Rightarrow IF \parallel SD$$

Do đó $FM \parallel SD \Rightarrow \frac{BM}{BS} = \frac{BF}{BD} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{1}{3}$. Suy ra $3a + b = 6$.